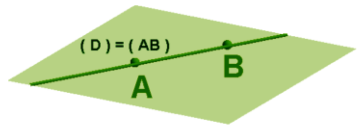
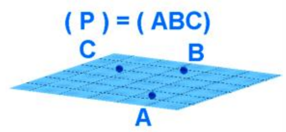
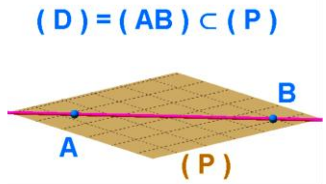
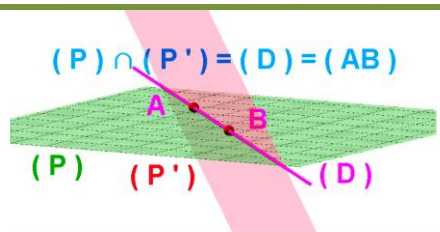
I. Les axiomes de l'espace :

L'espace usuel est noté $(\mathscr{E})$.

a. Les axiomes de l'espace :

Axiome 1 : Par deux points distincts A et B de l'espace $(\mathscr{E})$ passe une et une seule droite notée (AB)	
Axiome 2 Par trois points non alignés de l'espace $(\mathscr{E})$ passe un plan et un seul noté (ABC) .	
Axiome 3 : SI A et B sont deux points distincts d'un plan (P) de l'espace $(\mathscr{E})$ alors la droite (AB) est incluse dans le plan (P) .(c.à.d. $(AB)\subset(P)$	
Axiome 4 : (P) et (P') deux plans distincts de l'espace $(\mathscr{E})$. Si un point A est commun aux deux plans alors les deux plans se coupent suivant une droite passant par le point A .	

b. Détermination d'un plan :

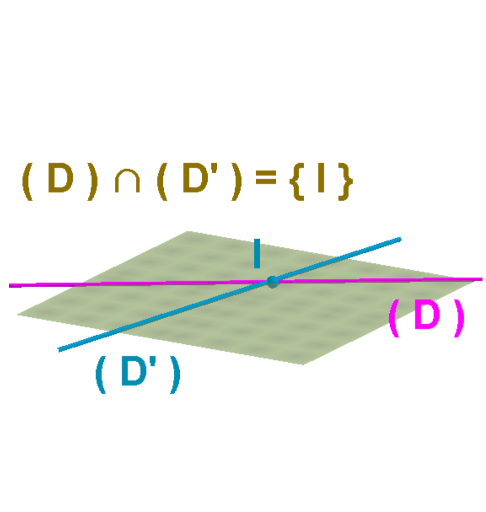
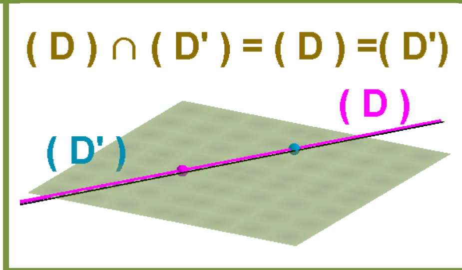
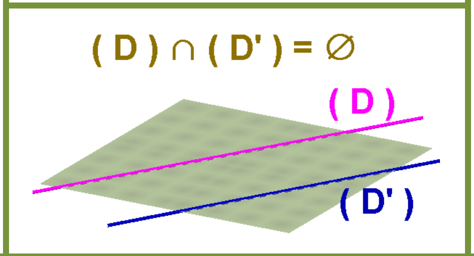
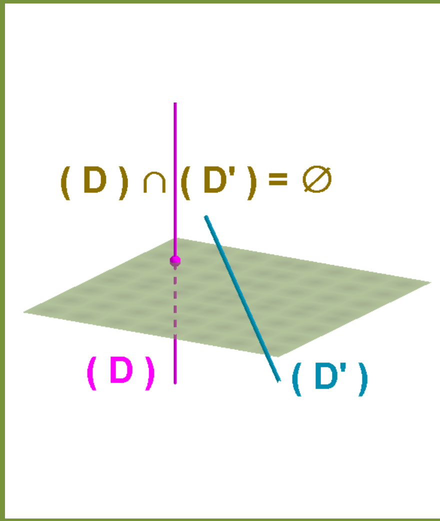
- Toutes les propriétés de la géométrie plane reste valables à chaque plan (P) de l'espace $(\mathscr{E})$.
- Un plan (P) est déterminé soit par :
  1. Une droite (D) et un point qui n'appartienne pas à cette droite $(A\notin(D))$.
  2. Trois points A et B et C non alignés de l'espace $(\mathscr{E})$.
  3. Deux droites (D) et (D') sécantes de l'espace $(\mathscr{E})$.
  4. Deux droites (D) et (D') strictement parallèles de l'espace $(\mathscr{E})$.

II. Positions relatives de deux droites de l'espace :

a. Activité :

Soient (D) et (D') deux droites de l'espace $(\mathscr{E})$.

1. Déterminer les positions relatives de (D) et (D') .

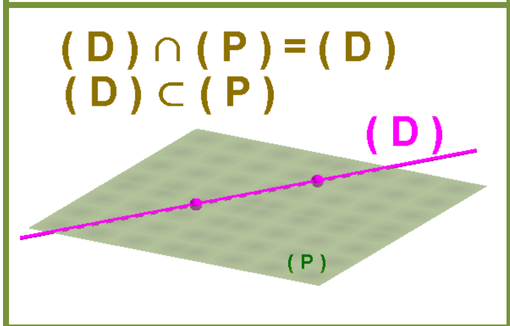
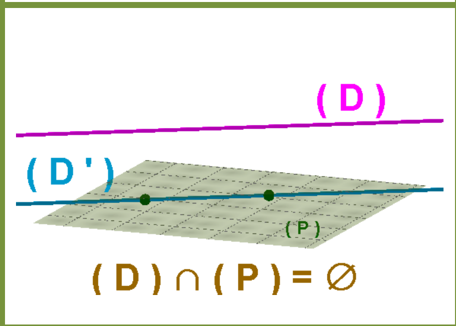
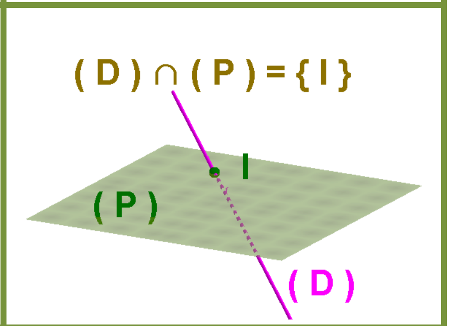
<table>
<tr>
<td>(D) et (D') sont sécantes au point I c.à.d. $(D')\cap(D)=\{I\}$</td>
<td>(D) et (D') sont parallèles
On écrit : $(D')//(D)$</td>
<td>(D) et (D') sont non coplanaires $(D')\cap(D)=\varnothing$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>(D) et (D')
Sont deux droites coplanaires</td>
<td>(D) et (D') sont
deux droites coplanaires
*1er cas confondues
2ième cas strictement parallèles</td>
<td>(D) et (D') sont
deux droites non coplanaires</td>
</tr>
</table>

III. Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace :

b. Activité :

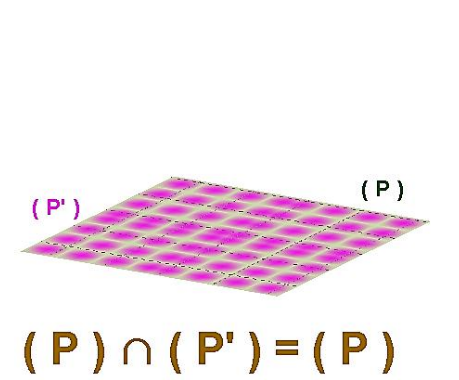
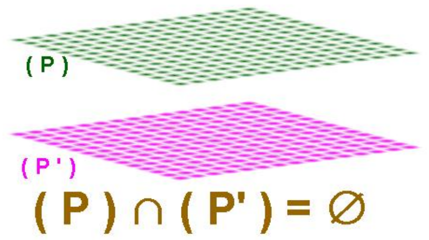
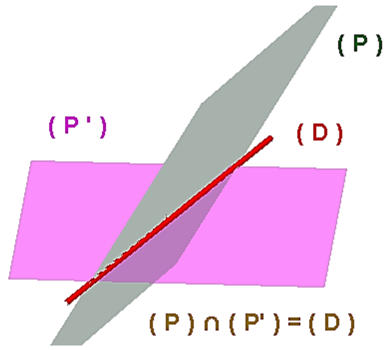
Soient (D) une droite et (P) un plan de l'espace $(\mathscr{E})$.

1. Déterminer les positions relatives de (D) et (P) .

<table>
<tr>
<td>(D) est incluse dans le plan (P)
On écrit $(D)\subset(P)$</td>
<td>(D) et (P) sont strictement parallèles
On écrit : $(D)//(P)$</td>
<td>(D) coupe le plan (P) au point I</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>$(D)\cap(P)=(D)$</td>
<td>$(D)\cap(P)=\varnothing$</td>
<td>$(D)\cap(P)=\{I\}$</td>
</tr>
</table>

IV. Positions relatives de deux plans (P) et (P') de l'espace :

<table>
<tr>
<td>(P) et (P') sont confondus
On note $(P)=(P')$</td>
<td>(P) et (P') sont strictement parallèles
On note : $(P)//(P')$</td>
<td>(P) et (P') sont sécants suivant une droite (D)</td>
</tr>
</table>

		
$(P)\cap(P')=(P)$	$(P)\cap(P')=\varnothing$	$(P)\cap(P')=(D)$

V. Parallélisme dans l'espace :

A. Deux droites (D) et (D') de l'espace sont parallèles :

a. Définition :

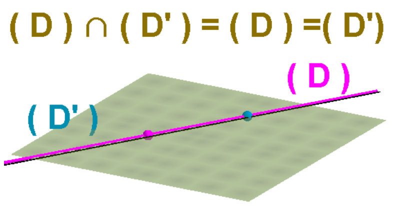
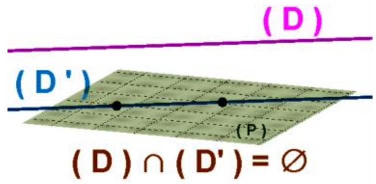
Deux droites (D) et (D') de l'espace sont parallèles si et seulement si :

- (D) et (D') sont coplanaires disjointes .

  Ou
- (D) et (D') sont confondues .

  On note $(D)//(D')$.

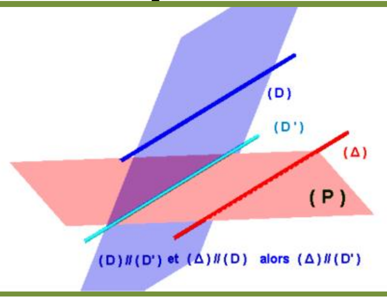
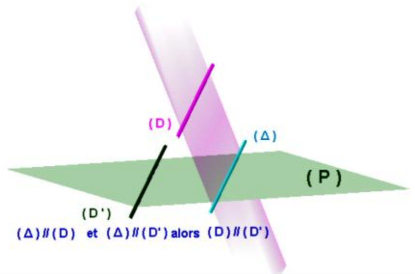
b. Exemple :

(D) et (D') sont confondues $(D)\cap(D')=(D)$	(D) et (D') sont strictement parallèles $(D)\cap(D')=\varnothing$
	

c. Propriétés :

1. D'un point O de l'espace passe une et une seule droite (Δ) parallèle a une droite (D) donnée de l'espace
2. Soient (D) et (D') et (Δ) trois droites de l'espace $(\mathscr{E})$.
   - Si (D) et (D') sont parallèles et une droite (Δ) est parallèle à l'une des deux droites alors (Δ) est parallèle à l'autre droite . ou encore : Si $(D)//(D')$ et $(\Delta)//(D)$ alors $(\Delta)//(D')$.
   - Si une droite (Δ) est parallèle à chacune des droites (D) et (D') alors (D) et (D') sont parallèles . ou encore : Si $(\Delta)//(D)$ et $(\Delta)//(D')$ alors $(D)//(D')$.

d. Exemple :

Propriété n° 1	Propriété n° 2
	

B. Parallélisme d'une droite et un plan :

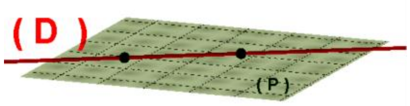
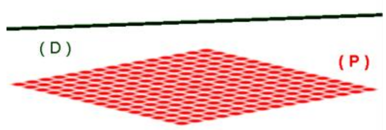
a. Définition :

Une droite (D) est parallèle à un plan (P) si et seulement si :

- La droite (D) est un incluse dans le plan (P) (c.à.d. $(D)\subset(P)$).

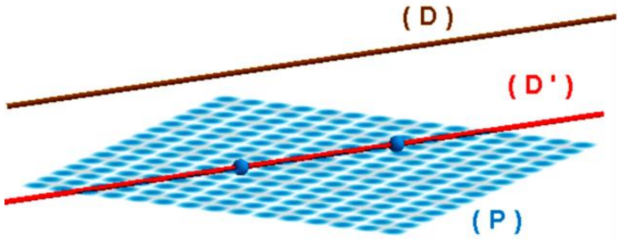
  ou

- (D) et (P) sont disjoints (c.à.d. $(D)\cap(P)=\varnothing$).

1er cas	2^{ième} cas
	

b. Propriété :

Une droite (D) est parallèle à un plan (P) si et seulement si : il existe une droite (D') incluse dans le plan (P) tel que (D) et (D') sont parallèles .



C. Parallélisme de deux plans :

a. Définition :

Deux plans (P) et (P') sont parallèles si et seulement si :

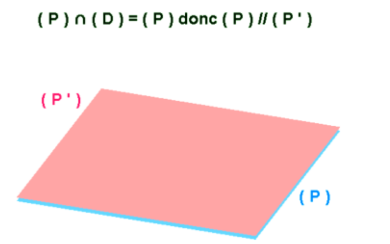
- (P) et (P') sont confondus (c.à.d. $(P)=(P')$).

  ou

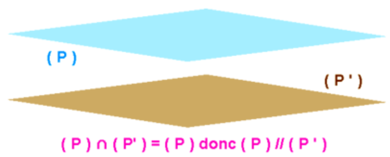
- (P) et (P') sont disjoints (c.à.d. $(P)\cap(P')=\varnothing$).

b. Exemple :

1er cas



2ième cas



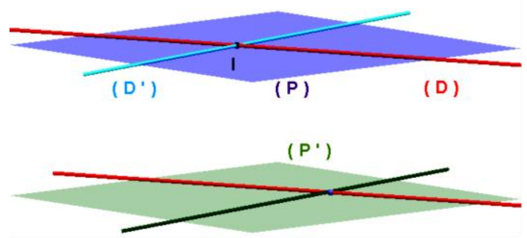
c. Propriétés :

1. D'un point **O** de l'espace passe un et un seul plan (P') parallèle a un plan (P) donné de l'espace
2. Si deux plans (P) et (P') sont parallèles , tout plan (Q) parallèle à l'un des deux plans alors le plan (Q) est parallèle à l'autre plan . ou encore : $\big((P)//(P')$ et $(Q)//(P)\big)$ alors $(Q)//(P')$.
3. Si un plan (Q) est parallèle à chacun des plans (P) et (P') alors les deux plans (P) et (P') sont parallèles .
   ou encore : $\big((Q)//(P)$ et $(Q)//(P')\big)$ alors $(P)//(P')$
4. deux plans (P) et (P') sont parallèles si et seulement si l'un d'eux contient deux droites sécantes (D) et (D') parallèles au deuxième plan . ou encore :

$(P)//(P')$ équivaut à $\big((D)\cap(D')=\{I\}$ et $(D)\subset(P)$ et $(D')\subset(P)$ et $(D)//(P')$ et $(D')//(P')\big)$

Propriétés 1 et 2

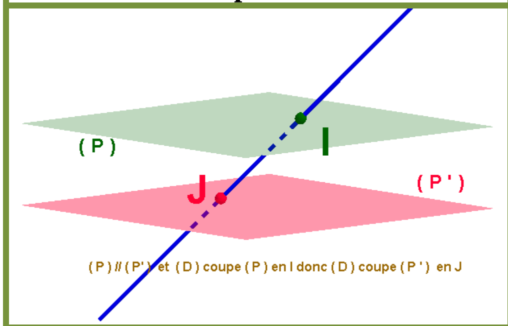
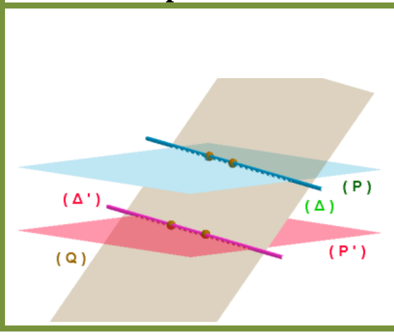
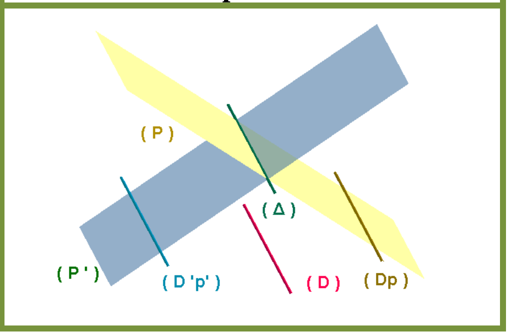
Propriété 3



d. Propriétés :

1. Deux plans (P) et (P') sont parallèles , toute droite (D) coupe l'un des deux plans alors la droite (D) coupe l'autre plan .
   ou encore : $\left((P)//(P') \text{ et } (D)\cap(P)=\{I\}\right)$ alors $(D)\cap(P')=\{J\}$.*
2. Deux plans (P) et (P') sont parallèles , tout plan (Q) coupe l'un des deux plans suivant une droite (Δ) alors le plan (Q) coupe l'autre plan suivant une droite (Δ') et les droites sont parallèles .
   ou encore : $\left((P)//(P') \text{ et } (Q)\cap(P)=(\Delta)\right)$ alors $(Q)\cap(P')=(\Delta')$ et $(\Delta)//(\Delta')$.
3. Si une droite (D) est strictement parallèle à deux plans sécants (P) et (P') suivant une droite (Δ) alors les deux droites (D) et (Δ) sont parallèles .
   Ou encore : si $\left((D)//(P) \text{ et } (D)//(P') \text{ et } (P)\cap(P')=(\Delta)\right)$ alors $(D)//(\Delta)$.

e. exemple :

<table>
<tr><th>Propriété 1</th><th>Propriétés 2</th><th>Propriétés 3</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

VI. Orthogonalité dans l'espace :

A. Orthogonalité de deux droites (D) et (D') dans l'espace $(\mathscr{E})$:

a. Définition :

(D) et (Δ) deux droites sont orthogonales si et seulement si

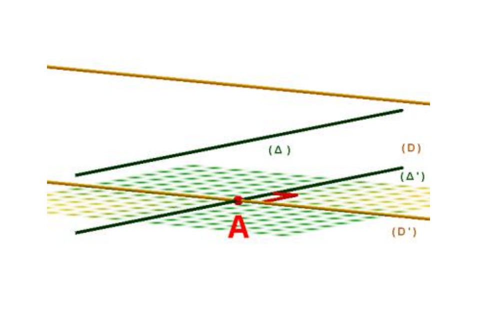
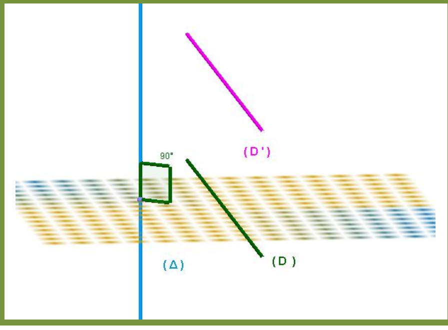
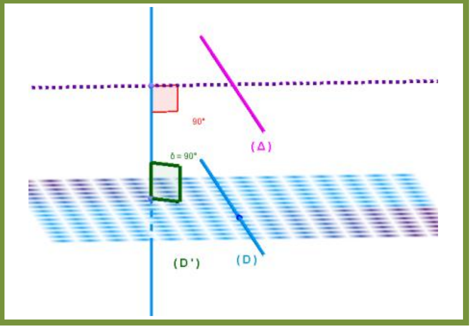
Deux droites (D') et (Δ') sont sécantes à un point A de l'espace tel que : $(D')//(D)$ et $(\Delta')//(D')$.

on note : $(\Delta)\perp(D)$.

b. Propriétés :

- Si deux droites (D) et (D') sont orthogonales toute droite (Δ) parallèle à l'une de ces deux droites alors (Δ) est orthogonale à l'autre droite .
- Si deux droites (D) et (D') sont parallèles toute droite (Δ) est orthogonale à l'une des deux droites alors (Δ) est orthogonale à l'autre droite .

c. Exemple (pour la définition et les propriétés) :

Exemple pour la définition	Exemple pour la propriété 1	Exemple pour la propriété 2
		

B. Orthogonalité d'une droite (D) et un plan (P) de l'espace $(\mathscr{E})$:

a. Définition :

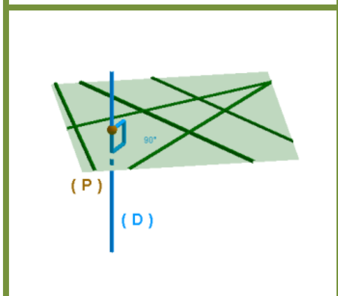
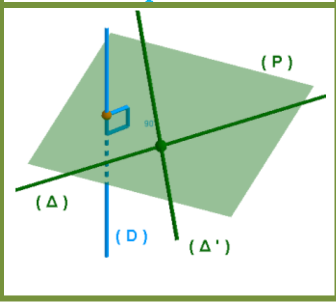
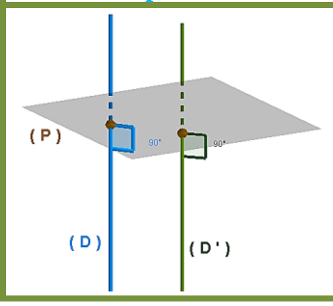
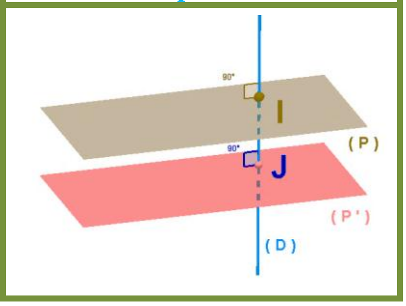
Une droite (D) est orthogonale à un plan de l'espace si et seulement si la droite (D) est orthogonale à toute droite (Δ) du plan (P) .

On note : $(D)\perp(P)$ on lit (D) est orthogonale au plan (P) .

b. Propriétés :

1. Une droite (D) est orthogonale à un plan (P) de l'espace si et seulement si la droite (D) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (P) .
2. Si deux droites (D) et (D') sont parallèles , tout plan (P) orthogonal à l'une de ces deux droites alors (P) est orthogonal à l'autre droite .
3. Si deux plans (P) et (P') sont parallèles , toute droite (D) orthogonale à l'un des deux plans alors (D) est orthogonale à l'autre plan .

c. Exemple :

Définition	Propriété 1	Propriété 2	Propriété 3
			

d. Remarque :

Par un point de l'espace $(\mathscr{E})$ passe :

1. Un plan et un seul qui est orthogonal à une droite donnée .
2. Une droite et une seule orthogonale à un plan donné .

C. Orthogonalité de deux plans (P) et (P') de l'espace :

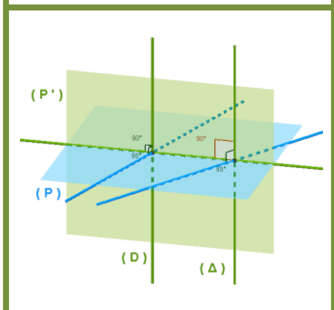
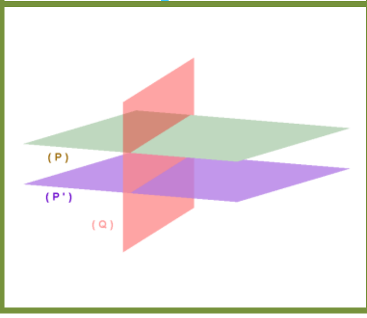
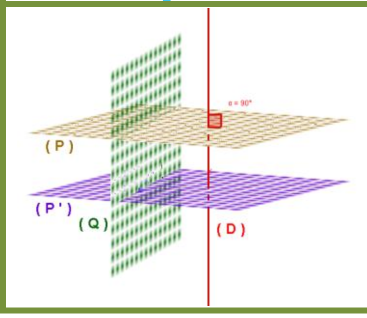
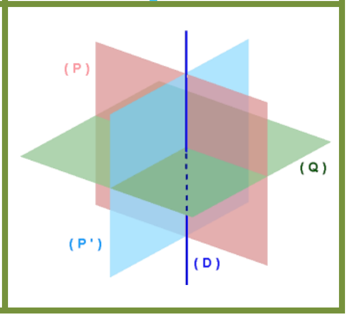
a. Définition :

Deux plans (P) et (P') de l'espace $(\mathscr{E})$ sont orthogonaux si et seulement si l'un des deux plans contient une droite (D) orthogonale à l'autre plan . on note : $(P) \perp (P')$.

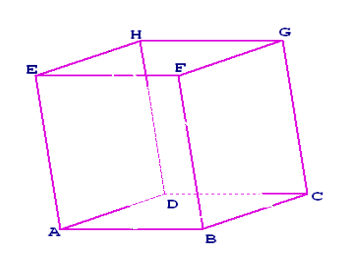
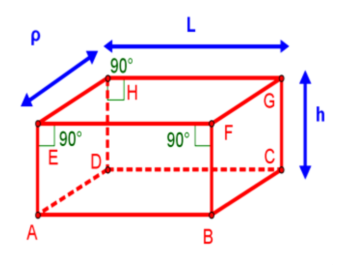
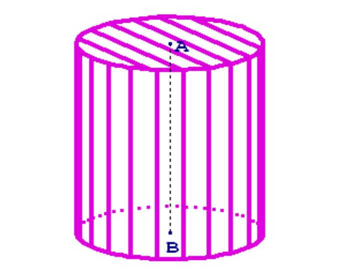
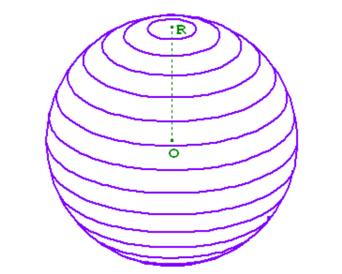
b. Propriétés :

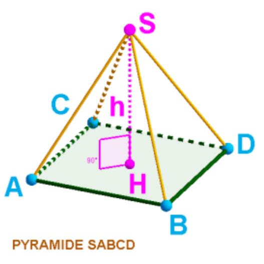
1. Si deux plans (P) et (P') de l'espace $(\mathscr{E})$ sont orthogonaux à une même droite alors les plans sont parallèles .
2. Si deux plans (P) et (P') de l'espace $(\mathscr{E})$ sont parallèles :
   - si un plan (Q) est orthogonal à l'un des deux plans alors (Q) est orthogonal à l'autre .
   - si une droite (D) est orthogonale à l'un des deux plans alors (D) est orthogonale à l'autre .
3. tout plan (Q) orthogonal à deux plans sécants (P) et (P') suivant une droite (D) alors $(D) \perp (Q)$

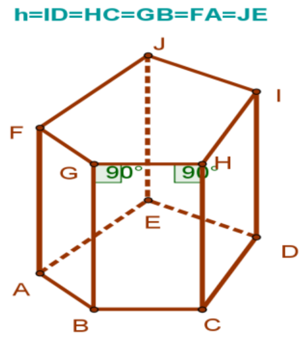
c. Exemple :

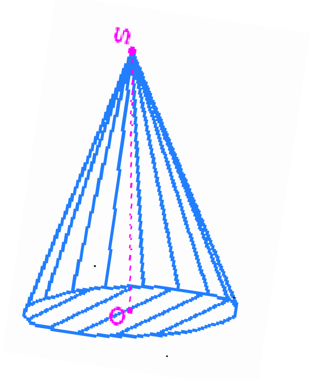
Définition	Propriété 1	Propriété 2	Propriété 3
			

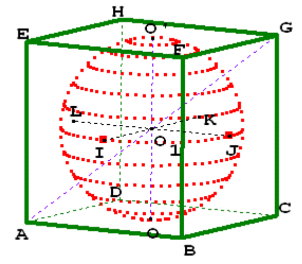
VII. les surfaces et les volumes de certains solides :

			
cube ABCDEFGH Arête de longueur : a L'aire (surface) latérale $S_L = 4a^2$. L'aire (surface) totale : $S_T = 6a^2$ Volume : $V = a^3$	Parallélépipède rectangle ABCDEFGH Longueur : L Largeur : ℓ Hauteur : h L'aire (surface) latérale $S_L = 2(L+\ell)\times h$. la surface totale : $S_T = S_L + 2L\times\ell$ Volume : $V = L\times\ell\times h$	Cylindre droit La hauteur : $h = AB$ L'aire (surface) : $S_L = 2\pi\times R\times h$ Volume : $S_L = \pi\times R^2\times h$	Sphère $S(\Omega,R)$ Rayon : R Volume : $V = \frac{4}{3}\pi\times R^3$









Pyramide SABCD

Sommet : S

Hauteur : $h = SH$

Surface de la base : S_B

Volume : $V = \frac{1}{3} S_B \times h$

Prisme droit

Hauteur : h

Périmètre de la base : P_B

Surface de la base : S_B

L'aire (surface) latérale : $S_L = P_B \times h$

Volume : $V = P_B \times h$

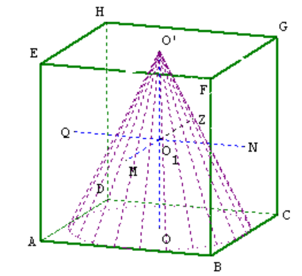
cône de révolution

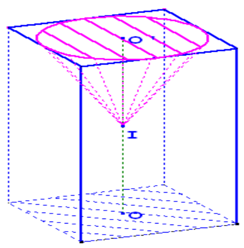
Hauteur : $h = OS$

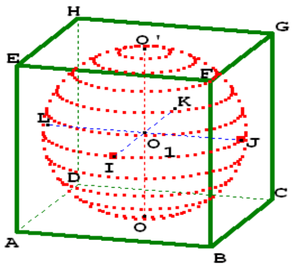
Rayon de la base : R

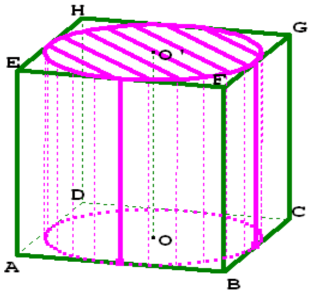
Volume !

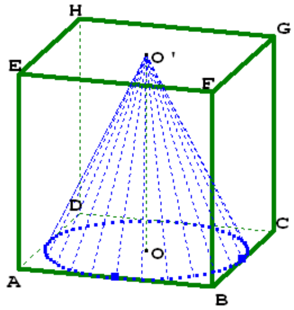
$V = \frac{1}{3} \pi \times R^2 \times h$

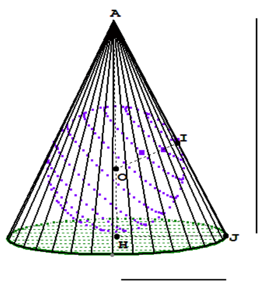


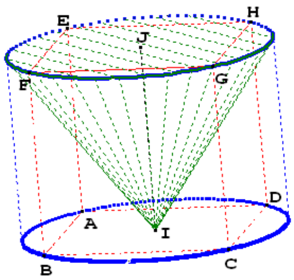


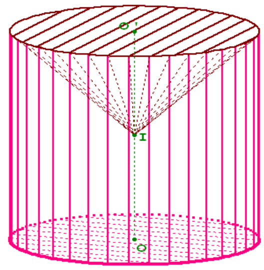


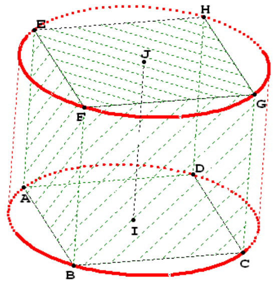












Remarque :

C'est faux de dire : D'un point O de l'espace passe une et une seule droite (Δ) orthogonale à une droite (D) donnée de l'espace .

Exemple : →