

Tronc Commun
Série 1 : Produit scalaire

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle , tel que : $AB = \sqrt{7}$, $AC = 2$ et $BC = 3$

1. Calculer $\cos(\widehat{BAC})$ et montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$
2. On considère le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$
 - a. Calculer $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC}$
 - b. Montrer que les droites (MB) et (AC) sont orthogonales.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle, tel que : $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 1$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3$

1. Trouver la mesure d'angle \widehat{BAC} .
2. Soit I le milieu du segment $[BC]$, calculer BC et en déduire la valeur de AI .

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle, tel que : $AB = 6$, $AC = 5$ et $BC = 7$

1. Montrer que : $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{5}$
2. a. calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
b. en déduire que : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 30$
3. Soit H le projeté orthogonal du point A sur $[BC]$. calculer la distance BH .

Exercice 4 :

Soient A et B deux points du plan tel que : $AB = 6$

1. Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$ tel que I est le milieu du segment $[AB]$.
2. En déduire l'ensemble des points M du plan dans les cas suivants :
 - a. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -9$
 - b. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 7$
 - c. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -12$
 - d. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle, tel que : $AB = \sqrt{7}$, $AC = 5$ et $BC = 2$

1. montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 14$.
2. montrer que : $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.
3. soit H le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB) . Calculer la distance AH .
4. soit I le milieu du segment $[BC]$.calculer la distance AI .
5. On considère le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{12}{25}\overrightarrow{AC}$
 - a. Calculer $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC}$
 - b. Montrer que les droites (MB) et (AC) sont orthogonales.