

Exercice 01:

Soit ABC un triangle, I le milieu de $[BC]$,

On donne : $\widehat{AIB} = 60^\circ$; $BI = CI = 2$ et $AI = 3$

Calculer:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} ; AB^2 + AC^2 ; AB^2 - AC^2 ; AB \text{ et } AC$$

Exercice 02:

Soient ABC un triangle équilatéral de côté 5 cm, I est le milieu de $[BC]$

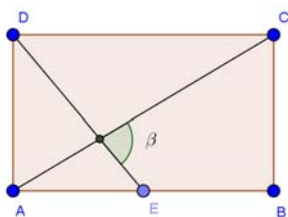
Calculer les produits scalaires suivants:

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CI} ; (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AI}$$

Exercice 03:

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AD = 3$ et $AB = 5$.

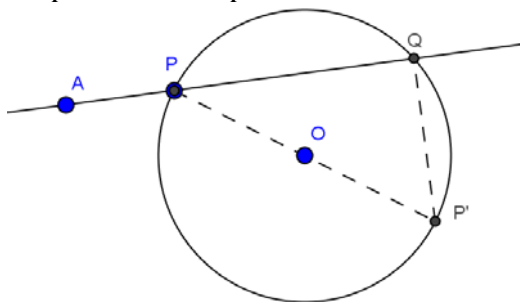
E est le milieu de $[AB]$



1. Calculer les longueurs AC et DE
2. En exprimant chacun des vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{DE} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} , calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$
3. En déduire la valeur de l'angle $(\widehat{DE, AC})$ en degré

Exercice 04:

(C) est un cercle de centre O , de rayon r et A un point fixé du plan



Le but du problème est d'établir la propriété suivante:

Quelle que soit la droite (D) passant par A , coupant le cercle (C) en deux points P et Q , le produit scalaire $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ est constant.

1. Soit P' le point diamétralement opposé à P .
Démontrer que $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'}$
2. Démontrer que $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'} = AO^2 - r^2$
3. conclure

Exercice 05:

Le but de cet exercice est de démontrer, à l'aide du produit scalaire, que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Soit ABC un triangle. On note A', B' et C' les projetés orthogonaux respectifs de A, B et C sur (BC) , (AC) et (AB) . On note H le point d'intersection de (AA') et (BB') (on ne sait pas encore que $H \in (CC')$).

1. Justifier les valeurs des produits scalaires $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB}$
2. Calculer $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$ (décomposer \overrightarrow{BC}). Conclure.
3. En déduire que $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$

Exercice 06:

Soit un triangle ABC et K le projeté orthogonal de A sur (BC) On donne $AB = 6$, $BK = 4$ et $KC = 7$.

1. I est le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité du triangle ABC . Faire une figure.
2. Calculer les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{IG} \cdot \overrightarrow{IB}$, ainsi que la somme : $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{AC}$.
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC} = 44$
4. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tel que : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

Exercice 07:

$[AB]$ est un segment de milieu I et $AB = 2$ cm

1. Démontrer que, pour tout point M du plan : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB}$.
2. Trouver et représenter l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 = 14$

Exercice 08:

On considère un segment $[AB]$ avec $AB = 10$ cm.

Déterminer l'ensemble des points M tels que :

1. $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 1$.
2. $MA^2 + MB^2 = 5$.

Exercice 09:

1. Soit $ABCD$ un rectangle de centre I et M un point quelconque du plan. Démontrer que :

$$MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2.$$

2. Soit $ABCD$ un parallélogramme. A quelle condition sur le quadrilatère $ABCD$ on t-on $MD^2 - MC^2 = MA^2 - MB^2$ pour tout point M du plan.