

### Exercice 01:

Soit  $ABC$  un triangle,  $I$  le milieu de  $[BC]$ ,

On donne :  $\widehat{AIB} = 60^\circ$  ;  $BI = CI = 2$  et  $AI = 3$

Calculer :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  ;  $AB^2 + AC^2$  ;  $AB^2 - AC^2$  ;  $AB$  et  $AC$

### Exercice 02:

Soient  $ABC$  un triangle équilatéral de coté 5 cm,  $I$  est le milieu de  $[BC]$

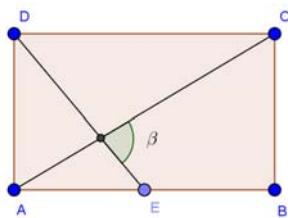
Calculer les produits scalaires suivants :

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  ;  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CI}$  ;  $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AI}$

### Exercice 03:

Soit  $ABCD$  un rectangle tel que  $AD = 3$  et  $AB = 5$ .

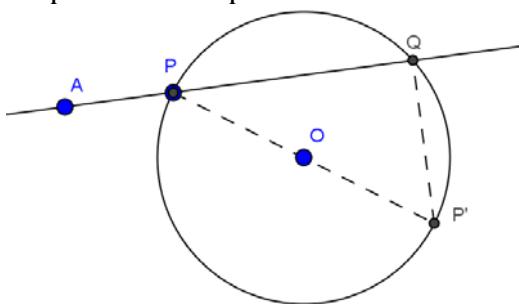
$E$  est le milieu de  $[AB]$



1. Calculer les longueurs  $AC$  et  $DE$
2. En exprimant chacun des vecteurs  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{DE}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$ , calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$
3. En déduire la valeur de l'angle  $(\widehat{DE}, \widehat{AC})$  en degré

### Exercice 04:

$(C)$  est un cercle de centre  $O$ , de rayon  $r$  et  $A$  un point fixé du plan



Le but du problème est d'établir la propriété suivante :

Quelle que soit la droite  $(D)$  passant par  $A$ , coupant le cercle  $(C)$  en deux points  $P$  et  $Q$ , le produit scalaire  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$  est constant.

1. Soit  $P'$  le point diamétral opposé à  $P$ . Démontrer que  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'}$
2. Démontrer que  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'} = AO^2 - r^2$
3. conclure

### Exercice 05:

Le but de cet exercice est de démontrer, à l'aide du produit scalaire, que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Soit  $ABC$  un triangle. On note  $A', B'$  et  $C'$  les projets orthogonaux respectifs de  $A, B$  et  $C$  sur  $(BC)$ ,  $(AC)$  et  $(AB)$ . On note  $H$  le point d'intersection de  $(AA')$  et  $(BB')$  (on ne sait pas encore que  $H \in (CC')$ ).

1. Justifier les valeurs des produits scalaires  $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB}$
2. Calculer  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$  (décomposer  $\overrightarrow{BC}$ ). Conclure.
3. En déduire que  $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$

### Exercice 06:

Soit un triangle  $ABC$  et  $K$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$ . On donne  $AB = 6$ ,  $BK = 4$  et  $KC = 7$ .

1.  $I$  est le milieu de  $[BC]$  et  $G$  le centre de gravité du triangle  $ABC$ . Faire une figure.
2. Calculer les produits scalaires suivants :  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{IG} \cdot \overrightarrow{IB}$ , ainsi que la somme :  $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{AC}$ .
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points  $M$  du plan tel que :  $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC} = 44$
4. Déterminer et représenter l'ensemble des points  $M$  du plan tel que :  $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ .

### Exercice 07:

$[AB]$  est un segment de milieu  $I$  et  $AB = 2\text{ cm}$

1. Démontrer que, pour tout point  $M$  du plan :  $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB}$ .
2. Trouver et représenter l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :  $MA^2 - MB^2 = 14$

### Exercice 08:

On considère un segment  $[AB]$  avec  $AB = 10\text{ cm}$ .

Déterminer l'ensemble des points  $M$  tels que :

1.  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 1$ .
2.  $MA^2 + MB^2 = 5$ .

### Exercice 09:

1. Soit  $ABCD$  un rectangle de centre  $I$  et  $M$  un point quelconque du plan. Démontrer que :  $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$ .

2. Soit  $ABCD$  un parallélogramme. A quelle condition sur le quadrilatère  $ABCD$  on t-on  $MD^2 - MC^2 = MA^2 - MB^2$  pour tout point  $M$  du plan.