

PRODUIT SCALAIRE

Exercice1 : Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A et $AB = 2\text{cm}$

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CB}$

Exercice2 : Soit un triangle équilatéral ABC de côté a .

Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Exercice3 : Soit CFG un triangle tel que $CF = 7$ et $CG = 6$ et $FG = 3$

Calculer : $\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{CF}$

Exercice4 : soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que :

$$\|\vec{u}\| = \frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ et } \|\vec{v}\| = 4 \text{ et } (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4}[2\pi]$$

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$

Exercice5 : Soit EFG un triangle tel que : $EF = 5$ $EG = 3$ et $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG} = -6$ calculer : $\cos(FEG)$

Exercice6 : Soit ABC un triangle tel que : $AB = 3$

$$AC = 4 \text{ et } BAC = \frac{2\pi}{3}$$

Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Exercice7 :1) Soit ABC un triangle tel que $AB = 7$ et $AC = 5$ et $BC = 6$

a) Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$ et en déduire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB)

Calculer AH

$$2) \text{ sachant que } \|\vec{u}\| = 4 \text{ et } \|\vec{v}\| = 2 \text{ et } \vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{a) Calculer : } A = (2\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 2\vec{v}) \text{ et } B = \left(\frac{\vec{u}}{2} - \vec{v} \right) \cdot \left(\vec{u} + \frac{\vec{v}}{2} \right)$$

$$C = (\vec{u} - \vec{v})^2 \text{ et } D = (2\vec{u} + 3\vec{v})^2$$

$$\text{b) en déduire } E = \|\vec{u} - \vec{v}\| \text{ et } F = \|2\vec{u} + 3\vec{v}\|$$

Exercice8 : Soit un carré ABCD de côté c.

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

Solution :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = c^2$$

Exercice9 : Soit ABC un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)

Montrer que :

$$1) AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$2) AC \times AB = AH \times BC$$

Exercice10 : Soit ABC un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)

$$\text{et } AH = 2\text{cm} \text{ et } ABC = \frac{\pi}{3}$$

Calculer AB et BH et BC

Exercice11 : Soit ABC un triangle tel que et $AB = 5$ et $AC = 8$ et $A = \frac{2\pi}{3}$ Calculer BC et $\cos C$

Exercice12 : Soit EFG un triangle tel que et $EF = 7$ et $EG = 5$ et $FEG = \frac{\pi}{4}$

Calculer FG et $\cos EGF$

Exercice13 : Soit ABC un triangle tel que et $BC = 4\text{cm}$ $AC = 6\text{cm}$ et $AB = 3\text{cm}$ et I le milieu du segment $[BC]$

Calculer : AI

Exercice14 : Soit ABC un triangle tel que : $BC = 5$; $AC = 7$ Et $AB = 8$ et K le milieu du segment [AB]. calculer CK .

Exercice15 : soit ABM un triangle tel que : $AM = 3\text{cm}$ Et $BM = 4\text{cm}$ et $AB = 4\text{cm}$

I le milieu du segment [AB]. Et J le milieu de $[AM]$

Et K le milieu du segment $[BM]$

Calculer : MI et AK et BJ

Exercice16 : Soit EFGH un parallélogramme tel que et $EF = 3$ et $EH = 5$ et $FEH = \frac{3\pi}{4}$

Calculer la Surface du triangle EFH et la Surface du parallélogramme EFGH

Exercice17 : Soit ABC un triangle tel que :

$$a = BC = 6 \text{ et } A = 30^\circ \text{ et } B = 73^\circ$$

Calculer b et c

Exercice18 : soit ABC un triangle tel que : $AB = 1$

Et $AC = \sqrt{2}$ et $CB = 2$ et D un point tel que :

$$\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

1) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$ et en déduire $\cos A$

2) Ecrire \overrightarrow{AD} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}

3) Calculer $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ et en déduire la nature du triangle ABD

4) Calculer : AD

5) Soit I le milieu du segment $[BC]$ et J le milieu du segment $[AC]$

6) Calculer : AI et BJ

Exercice19: soit ABC un triangle tel que : $AB = \sqrt{7}$

Et $AC = 2$ et $BC = 3$

I le milieu du segment $[BC]$

a) Calculer : $\cos(\hat{BAC})$

b) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$

c) Calculer AI

2) soit M un point tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

a) Calculer : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) montrer que : $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

c) que peut-on déduire des droites : (MB) et (AC) ?

Exercice20: soit ABC un triangle tel que $AB = 1$

Et $BC = AC = \sqrt{2}$

I le milieu du segment $[AB]$ et D un point tel que :

$$\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

1) calculer CI

2) calculer \overrightarrow{AD} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}

3) montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$

4) en déduire que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$ et en déduire $\cos BAC$

5) calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ et en déduire la nature du triangle BAD

6) soit le point M tel que : $-3\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

a) calculer \overrightarrow{AD} en fonction de \overrightarrow{AC} et calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$

b) montrer que $(MD) \perp (AC)$

Exercice21: soit ABC un triangle isocèle en B tel

que $AB = \sqrt{2}$

On construit à l'extérieur du triangle ABC le triangle équilatérale ABD (voir schéma)

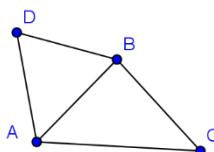
1) calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$

2) calculer : AC et DC

3) montrer que : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 - \sqrt{3}$

4) vérifier que : $DAC = \frac{7\pi}{12}$

5) en déduire : $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$



Exercice22: soit ABC un triangle isocèle en A tel que :

$\cos(\hat{BAC}) = \frac{1}{4}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$ et I un point tel que :

$$\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$$
 et J le milieu du segment $[BC]$

Et soit la droite (Δ) qui passe par I et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E \in (\Delta)$

1) Construire une figure

2) montrer que : $AB = 8$ et calculer BC

3) calculer : $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

4) montrer que : $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{AB} = 48$

5) calculer : AJ

Exercice23: soit ABC un triangle isocèle en B tel que :

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$ et $\cos(\hat{ABC}) = \frac{1}{3}$ et J un point

$$\text{tel que : } \overrightarrow{BJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BA} \text{ et } I \text{ le milieu du segment } [AC]$$

Et soit la droite (Δ) qui passe par J et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E \in (\Delta)$

Et soit $M \in (\Delta)$

1) Construire une figure

2) montrer que : $AB = 6$ et calculer AC

3) calculer : $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA}$

4) montrer que : $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB} = 45$

5) calculer : BI

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

