

Exercice N°1

Le plan est rapporté au repère orthonormé, Soit les points  $A(-2; 3)$  ;  $B(3; 1)$  et  $C(1; -4)$ .

On considère la transformation  $t$ , qui au point  $M$ , associe un point  $M'$  tel que :  $\overrightarrow{AM'} + 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

- 1) Montrer que le point B est l'image du point A par la transformation  $t$ .
- 2) Soit D l'image de B par la transformation  $t$ , déterminer la nature du quadrilatère ABDC.
- 3) Montrer que la transformation  $t$  n'a pas de point invariants.
- 4) Construire les points A ; B ; C et D.
- 5) Montrer que quel que soit le point M, le vecteur  $\overrightarrow{MM'}$  est constant, en déduire la nature de la transformation  $t$ .

Exercice N°2

Soit ABC un triangle. E; F et G sont des points du plan tels que:  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ;  $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{AG} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$ .

- 1) Montrer que A est l'image de C par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.
- 2) Montrer que C est l'image de B par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.
- 3) a) Montrer que :  $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .  
b) Montrer que :  $\overrightarrow{FE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{FG} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .  
c) En déduire que :  $\overrightarrow{FG} = \frac{9}{5}\overrightarrow{FE}$ , que peut-on dire des points E ; F et G ?
- 4) construire le triangle ABC et les points E ; F et G.
- 5) Montrer que G est l'image de E par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.

Exercice N°3

Soit ABCD un quadrilatère convexe, de diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  qui se coupent en I. Soit E la projection du point I sur (AB) parallèlement à (BC).

Montrer que A est l'image de C par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.

- 1) Soit  $h$  l'homothétie de centre A et qui transforme B en E (on considère le cas  $E \in [AB]$ )  
a) Déterminer le rapport  $k$  de l'homothétie  $h$ .  
b) Montrer que  $h(C) = I$ .
- 2) Soit F l'image de D par  $h$ . montrer que  $(EF) \parallel (BD)$ .
- 3) Soit J le milieu de  $[BD]$ . La droite (AJ) coupe la droite (EF) en K. Montrer que le point K est le milieu de  $[AC]$ .
- 4) Construire le quadrilatère ABCD et tous les points indiqués sur l'exercice.

Exercice N°4

Soit IAB un triangle. C et D sont des points du plan tels que:  $\overrightarrow{IC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$  et  $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$ .

Soit  $h$  l'homothétie qui transforme A en C et qui transforme B en D.

- 1) Déterminer le centre et le rapport de  $h$ .
- 2) Le segment qui passe par D et parallèle à (BC) coupe le segment (AI) en E.  
a) Déterminer l'image de (BC) par  $h$ .  
b) Montrer que :  $h(C) = E$ .
- 3) Le segment (DE) coupe le segment (AB) en F.  
a) Déterminer la nature du quadrilatère BCDF.  
b) Montrer que :  $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ .