Tronc Commun

Série 1 : Etude de Fonctions

Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définies par :

a. $f(x) = x^2 + 4x - 5$

b. $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$

c. $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 9}$

d. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

e. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 5}$

f. $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{x-1}$

g. $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$

h. $f(x) = 3 - \sqrt{2-x}$

i. $f(x) = \dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}$

j. $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

Exercice 2

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 + x - 2$

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f

déterminer Parmi les points suivants : $O(0,0)$ $A(0,-2)$ $B(-2,0)$ $C(1,1)$ $D(2,7)$ $E(1,0)$ qui appartiennent à (C_f)

Exercice 3

Etudier la parité des fonctions suivantes :

$f(x) = -x^3 + 2x|x|$ $\quad f(x) = x^4 - 3|x|$ $\quad f(x) = -2x^3 + 5x - 2$

Exercice 4

Etudier la monotonie des fonctions définies par:

1) $I = \mathbb{R}$; $f(x) = 3x - 4$

2) $I =]-\infty, 0]$; $f(x) = 5 - x^2$

3) $I = \mathbb{R}^+$; $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}+1}$

***

Corrigé de l'exercice 1 :

a. $f(x) = x^2 + 4x - 5$

$D_f = \mathbb{R}$ (car f est une fonction polynôme)

b. $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\} =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

c. $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 9}$

$$\begin{aligned} D_f &= \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 9 \neq 0\} \\ &= \{x \in \mathbb{R} / (x-3)(x+3) \neq 0\} \\ &= \{x \in \mathbb{R} / x - 3 \neq 0 \quad et \quad x + 3 \neq 0\} \\ &= \{x \in \mathbb{R} / x \neq 3 \quad et \quad x \neq -3\} \\ &= \mathbb{R} - \{-3, 3\} \\ &=]-\infty, -3[\cup]-3, 3[\cup]3, +\infty[\end{aligned}$$

d. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \geq 0\} = \mathbb{R}$ (car pour tout x de $\mathbb{R}$, on a : $x^2 + 1 > 0$)

e. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 5}$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + x + 5 \geq 0\}$

Etudions le signe su polynôme $x^2 + x + 5$:

On a : $\Delta = 1^2 - 4(1)(5) = -19 < 0$

x	$-\infty$ $+\infty$
$x2+x+5$	$+$

D'où : $D_f = \mathbb{R}$

f. $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{x-1}$