

TD : FONCTIONS - Généralités

Exercice1: Soit la fonction f définie par , $f(x) = 3x^2 - 1$

- 1) Calculer l'image de 1 et $\sqrt{2}$ et -1 par f .
- 2) Déterminer les antécédents éventuels de 2 par f .

Exercice2:

a. On considère la fonction définie par : $x \mapsto \frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par f ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

b. On considère la fonction définie par : $x \mapsto \sqrt{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par g ? 0 ; 2 ; -3 ; 4.

c. On considère la fonction définie par : $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{7-x}}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par h ? 5 ; -6 ; 9 ; 7.

Exercice3 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

$$1) f(x) = 3x^2 - x + 1. \quad 2) f(x) = \frac{x^3}{2x-4}.$$

$$f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}. \quad 4) f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}.$$

$$5) f(x) = \sqrt{-3x+6}. \quad 6) f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}.$$

$$7) f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}. \quad 8) f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}.$$

$$9) f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}. \quad 10) f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}.$$

$$11) f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}. \quad 12) f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}.$$

$$13) f(x) = \sqrt{-2x^2+x+3}. \quad 14) f(x) = \frac{|x-5|}{x^2+1}.$$

$$15) f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x}. \quad 16) f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{2x+4}.$$

$$17) f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + \sqrt{-x}. \quad 18) f(x) = \frac{x}{|2x-4| - |x-1|}.$$

$$19) f(x) = \frac{2 \sin x}{2 \cos x - 1}. \quad 20) f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}.$$

$$21) f(x) = \sqrt{x^2 + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})x - 2\sqrt{6}}.$$

Exercice4: Soient les deux fonctions :

$$f(x) = \frac{3x^2+1}{\sqrt{x^2}} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1+3x^2}{|x|}$$

Est-ce que : $f=g$? justifier

Exercice5: Soient les deux fonctions :

$$h(x) = \frac{x^2-x}{x} \quad \text{et} \quad t(x) = x-1$$

Est-ce que : $f=g$? justifier

Exercice6: Tracer la représentation graphique de la fonction f tq : $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ Sur I un l'intervalle

$$I = [-2; 3]$$

Exercice7: que représente la courbe représentative d'une fonction affine f ($f(x) = ax+b$ avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$)

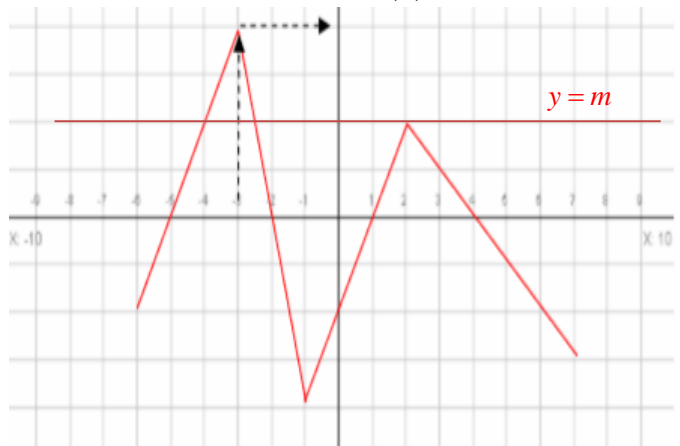
Exercice8: Tracer la représentation graphique de la fonction f tq : $f(x) = |2x+3|$

Exercice9: Tracer la représentation graphique de la fonction f tq : $f(x) = |x-2| + |x+2|$

Exercice10: La courbe ci-dessous représente la fonction f définie sur $[-6; 7]$

Répondre par lecture graphique :

- 1- Quelles sont les images des réels -5, -3, 0 et 6 ?
- 2- Quels sont les antécédents de -1 et 0 ?
- 3- Résoudre graphiquement $f(x) = 0$
- 4- Quel est, en fonction de m , le nombre de solutions de $f(x) = m$
- 5- Résoudre graphiquement $f(x) < 0$
- 6- Résoudre graphiquement $f(x) \geq 2$



Exercice11: étudier la parité des fonctions suivantes

$$1) f(x) = 3x^2 - 5 \quad 2) g(x) = \frac{3}{x} \quad 3) h(x) = 2x^3 + x^2$$

$$4) t(x) = \frac{x}{x-2}$$

Exercice12: Etudier la parité des fonctions suivantes définie

$$\text{par : } 1) f(x) = \frac{x^2-1}{x} \quad 2) f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$$

3) $f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$ 4) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ 5) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 5}$
 6) $f(x) = |x| - \sqrt{2x^2 + 4}$ 7) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$

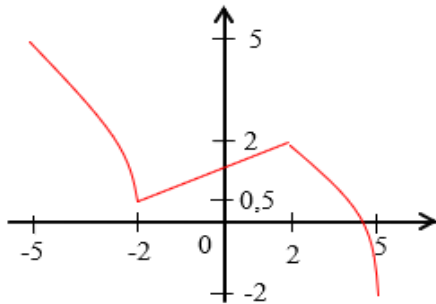
Exercice13 : soient les fonctions définies par :

1) $f(x) = 7x - 5$ 2) $g(x) = \frac{2}{x}$

Etudier la monotonie de f et de g

Exercice14 :

Soit la fonction définie par la représentations graphique suivante sur l'intervalle : $[-5; 5]$



Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[-5; 5]$

Exercice15 : Soit f une fonction tq : $f(x) = 3x^2 + 2$

- 1) déterminer D_f
- 2) calculer le taux d'accroissement de fonction de f Entre x_1 et x_2 tq $x_1 \neq x_2$
- 3) étudier les variations de f sur les intervalles $[0; +\infty[$ et $]-\infty; 0]$
- 4) Dresser son tableau de variation de f

Exercice16 : Soit g une fonction tq : $g(x) = \frac{x}{x+1}$

- 1) déterminer D_g
- 2) calculer le taux d'accroissement de fonction de g Entre x_1 et x_2 tq $x_1 \neq x_2$
- 3) étudier les variations de g sur les intervalles $I =]-\infty; -1[$ et $J =]-1; +\infty[$
- 4) Dresser son tableau de variation de f

Exercice17 : Soit f une fonction tq : $f(x) = x + \frac{1}{x}$

- 1) Déterminer D_f et étudier la parité de f
- 2) Calculer Le taux d'accroissement $T(x_1; x_2)$ de f entre x_1 et x_2 deux éléments de D_f tq $x_1 \neq x_2$
- 3) Étudier les variations de f sur $I =]0; 1]$ puis sur $J =]1; +\infty[$
- 4) En déduire les variations de f sur D_f
- 5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice18 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = 5x^2 + 3$$

Montrer que $f(0) = 3$ est un minimum de f sur \mathbb{R}

Exercice19 : Soit g une fonction numérique tq :

$$g(x) = -4x^2 + 1$$

Montrer que $g(0) = 1$ est un maximum de g sur \mathbb{R}

Exercice20 : Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = -4x^2 + 4x + 5$$

1°a) montrer que $f(x) = 6 - (2x - 1)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) montrer que $f(x) \leq 6$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2° calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur \mathbb{R}

Exercice21 : donner le tableau et représenter la courbe des fonctions numériques définies par :

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ 2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

Exercice22 : 1° Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 2 \text{ et } (C_f) \text{ sa courbe représentative}$$

dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) déterminer D_f
- 2) déterminer α et β tel que : $f(x) = 2(x - \alpha)^2 + \beta$ Pour tout $x \in \mathbb{R}$
- 3) déterminer le Tableau de variations de f
- 4) tracer la courbe représentative (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice23 : 1° Soit f une fonction numérique tq :

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \text{ et } (C_g) \text{ sa courbe représentative}$$

dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) déterminer D_g
- 2) déterminer α et β tel que : $g(x) = -\frac{1}{2}(x - \alpha)^2 + \beta$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

- 3) déterminer le Tableau de variations de g
- 4) tracer la courbe représentative (C_g) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice24 : 1° Soit f une fonction numérique tq :

$$f(x) = \frac{-2x + 1}{2x - 4} \text{ et } (C_f) \text{ sa courbe représentative dans le}$$

repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) déterminer D_f

2) déterminer α et β et k tel que : $f(x) = \beta + \frac{k}{x-\alpha}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

3) déterminer le Tableau de variations de f

4) tracer la courbe représentative (C_f) dans le repère

$(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice25 : 1° Soit f une fonction numérique tq :

$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le

repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) déterminer D_f

2) déterminer α et β et k tel que : $f(x) = \beta + \frac{k}{x-\alpha}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

3) déterminer le Tableau de variations de f

4) tracer la courbe représentative (C_f) dans le repère

$(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice26 : 1° Soit f une fonction numérique tq :

$g(x) = \frac{-x}{x-2}$ et (C_g) sa courbe représentative dans le

repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) déterminer D_g

2) déterminer α et β et k tel que : $g(x) = \beta + \frac{k}{x-\alpha}$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

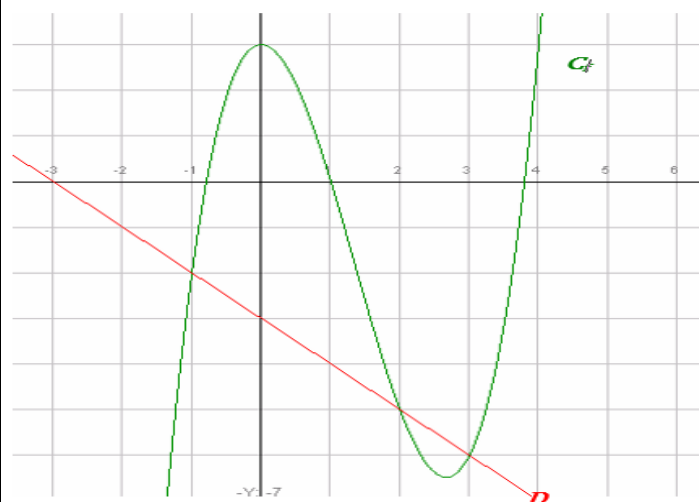
3) déterminer le Tableau de variations de g

4) tracer la courbe représentative (C_g)

Exercice27: Soit la courbe (C_f) représentative de f telle

que $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ et la droite (D) d'équation

$y = -x - 3$



1- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$

2- puis l'inéquation $f(x) < 3$.

3- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ et

l'inéquation $f(x) \geq 0$

4- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -x - 3$

puis l'inéquation $f(x) \leq -x - 3$

Exercice28 : Soient f et g les deux fonctions définies sur

\mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - 3x - 4$ et $g(x) = 3x + 12$

1) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g)

2) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation

$f(x) = g(x)$

3) Résoudre graphiquement et algébriquement

l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

4) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f)

avec les axes du repère

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

