

Tronc Commun

Série 2 : Calcul Trigonométrique

Exercice 1 :

1. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ les équations :

a. $\cos x = \frac{1}{2}$

b. $\cos x = -1$

2. Montrer que pour tout élément x de $[0, 2\pi]$ on a :

$$2\cos^2(x) + \cos(x) - 1 = (2\cos(x) - 1)(\cos(x) + 1)$$

3. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation :

$$2\cos^2(x) + \cos(x) - 1 = 0$$

4. Etudier le signe de : $2\cos^2(x) + \cos(x) - 1$

5. En déduire dans $[0, 2\pi]$ l'ensemble de solutions de l'inéquation :

$$2\cos^2(x) + \cos(x) - 1 \geq 0$$

Exercice 2 :

On pose $f(x) = 2\sin^2(x) - \sin(x) - 1$, pour tout x de \mathbb{R}

1. Calculer $f\left(\frac{2019\pi}{6}\right)$

2. Montrer que $f(\pi - x) = f(x)$

3. Résoudre dans $I = [0, 2\pi[$:

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) > 0$

Exercice 3 :

Soit x un nombre réel vérifiant l'égalité : (1) : $\sin(x) \times \cos(x) = \frac{1}{2}$

1. Démontrer que $\sin x = \cos x$

2. Déterminer toutes les valeurs de x vérifiant (1)

Exercice 4 :

Etablir les inégalités suivantes :

1. $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 2\cos^2(x) - 1$
2. $\cos^6(x) + \sin^6(x) + 3\sin^2(x)\cos^2(x) = 1$

Exercice 5 :

Exprimer en fonction de $\tan(x)$

1. $A(x) = \frac{\sin^3(x) - \cos^3(x)}{\sin(x) + \cos(x)}$
2. $B(x) = \cos^2(x) - 5\sin(x)\cos(x)$