

TRIGONOMÉTRIE2

Exercice1 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations

suivantes a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\cos x = -\frac{1}{2}$ c) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

Solution: a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ssi $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$

Donc les solutions de l'équation dans \mathbb{R} sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ ssi $\cos x = -\cos \frac{\pi}{3}$ ssi

$$\cos x = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) \text{ ssi } \cos x = \cos \left(\frac{2\pi}{3} \right)$$

Donc les solutions de l'équation dans \mathbb{R} sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

c) $\cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos^2 x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \text{ ou } \cos x = \cos \frac{3\pi}{4}$$

Ainsi :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Exercice2 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin x = -\frac{1}{2}$ c) $\sin^2 x = \frac{1}{2}$

Solution: a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ssi $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$

Donc les solutions de l'équation dans \mathbb{R} sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

b) $\sin x = -\frac{1}{2}$ ssi $\sin x = -\sin \frac{\pi}{6}$ ssi $\sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right)$

L'équation a pour solution $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et

$$\pi - \left(-\frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

Donc les solutions de l'équation dans \mathbb{R} sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

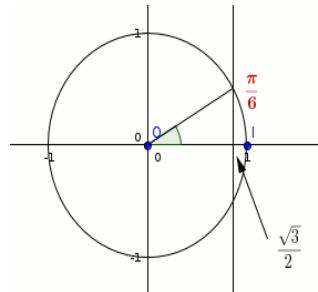
c) $\sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \text{ ou } \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right)$$

Ainsi : $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Exercice3 : Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'équation :

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Solution: Étape 1 : utiliser le cercle trigonométrique et/ou le tableau de valeurs remarquables afin de retrouver une valeur dont le cosinus vaut $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Le cosinus se lit sur l'axe des abscisses

on peut dire que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ est le cosinus de $\frac{\pi}{6}$ par exemple.

Étape 2 : Utiliser ce résultat pour écrire l'équation proposée sous la forme " $\cos U = \cos V$ "

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ssi } \cos 2x = \cos \frac{\pi}{6}$$

On applique alors la propriété

Donc on a : $2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $2x = -\frac{\pi}{6} + 2k'\pi$

Je divise par 2 chaque membre de chaque égalité, j'obtiens $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$ avec k et k' dans \mathbb{Z}

$$x = \frac{\pi}{12} + k\pi \text{ ou } x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$$

■ Étape 3

Mais il ne va falloir garder que les valeurs de x dans l'intervalle imposé c'est à dire dans $]-\pi, \pi]$

on a deux méthodes soit encadrement ou on donnant des valeurs à k

Pour la première série de valeurs

$$: x = \frac{\pi}{12} + k\pi \text{ avec } k \text{ dans } \mathbb{Z}$$

Prenons par exemple la valeur $k = -2$ et remplaçons : on obtient $x = \frac{\pi}{12} - 2\pi$; cette valeur n'appartient pas à $]-\pi, \pi]$; il est donc évident que des valeurs de k inférieures à -2 ne conviendront pas non plus.

Par contre, si je choisis $k = -1$: on obtient $x = \frac{\pi}{12} - \pi$; cette valeur appartient à $]-\pi, \pi]$.

Il s'agit donc de trouver toutes les valeurs de k telles que les solutions trouvées appartiennent bien à l'intervalle imposé, en appliquant cette démarche de manière systématique.

pour $k = -1$ $x_1 = \frac{\pi}{12} - \pi = -\frac{11\pi}{12}$ convient car appartient à $]-\pi, \pi]$

pour $k = 0$ $x_2 = \frac{\pi}{12}$ convient car appartient à $]-\pi, \pi]$

pour $k = 1$ $x = \frac{\pi}{12} + \pi = \frac{13\pi}{12}$ ne convient pas car n'appartient pas à $]-\pi, \pi]$

Il est inutile de poursuivre pour la première série de valeur (car si pour $k = 1$, la valeur trouvée n'appartient plus à l'intervalle, il en sera de même *a fortiori* pour des valeurs supérieures de k)

Faisons de même pour la deuxième série de valeurs

$x = -\frac{\pi}{12} + k'\pi$ avec k' dans \mathbb{Z}

pour $k' = -1$ $x = -\frac{\pi}{12} - \pi = -\frac{13\pi}{12}$ ne convient pas car n'appartient pas à $]-\pi, \pi]$

pour $k' = 0$ $x_3 = -\frac{\pi}{12}$ convient car appartient à $]-\pi, \pi]$

pour $k' = 1$ $x = -\frac{\pi}{12} + \pi = \frac{11\pi}{12}$ convient pas car appartient à $]-\pi, \pi]$

pour $k' = 2$ $x = -\frac{\pi}{12} + 2\pi$ ne convient pas car n'appartient pas à $]-\pi, \pi]$

Donc L'ensemble solution de l'équation dans $]-\pi, \pi]$ est

$$\text{donc: } S = \left\{ -\frac{11\pi}{12}; -\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{12} \right\}$$

Exercice4 :1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équations suivantes $4\tan x + 4 = 0$

2) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right]$ l'équations suivantes :

$$2\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$$

Solution: 1) on a $4\tan x + 4 = 0$ est définie dans \mathbb{R} ssi

$x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ avec k un nombre relatif. Donc

$$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$4\tan x + 4 = 0 \text{ ssi } \tan x = -1 \text{ ssi } \tan x = -\tan \frac{\pi}{4}$$

$$\text{ssi } \tan x = \tan \left(-\frac{\pi}{4} \right)$$

Donc les solutions de l'équation dans \mathbb{R} sont :

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$2) 2\sqrt{2}\sin x + 2 = 0 \text{ ssi } \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ssi } \sin x = -\sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{L'équation a pour solution } -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$\text{et } \pi - \left(-\frac{\pi}{4} \right) + 2k\pi = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \text{ Encadrement de } -\frac{\pi}{4} + 2k\pi : -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq \frac{5\pi}{2}$$

et $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{4} + 2k \leq \frac{5}{2} \quad \text{Donc } -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \leq 2k \leq \frac{5}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Donc } -\frac{1}{8} \leq k \leq \frac{11}{8} \quad \text{Donc } -0,12 \leq k \leq 1,37 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $k = 0$ ou $k = 1$

$$\text{Pour } k = 0 \text{ on trouve } x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2 \times 0\pi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{Pour } k = 1 \text{ on trouve } x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2 \times 1\pi = \frac{7\pi}{4}$$

$$\bullet \text{ Encadrement de } \frac{5\pi}{4} + 2k\pi : -\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \leq \frac{5\pi}{2}$$

et $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } -\frac{1}{2} \leq \frac{5}{4} + 2k \leq \frac{5}{2} \quad \text{Donc } -\frac{1}{2} - \frac{5}{4} \leq 2k \leq \frac{5}{2} - \frac{5}{4}$$

$$\text{Donc } -\frac{7}{8} \leq k \leq \frac{5}{8} \quad \text{Donc } -0,8 \leq k \leq 0,6 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $k = 0$

$$\text{Pour } k = 0 \text{ on trouve } x_3 = \frac{5\pi}{4} + 2 \times 0\pi = \frac{5\pi}{4}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{5\pi}{4} \right\}$$

Exercice5 :1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équations

suivantes : $\cos 2x = \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$

2) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'équations suivantes :

$$\sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$$

3) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ l'équations suivantes :

$$\tan\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 1$$

Solution: 1) on a $\cos 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ ssi

$$2x = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x = -\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$$

$$\text{ssi } 2x - x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x + x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ssi}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2) on a $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ ssi

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} - x + 2k\pi \text{ ou } 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + x + 2k\pi$$

$$\text{ssi } 3x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\text{Donc } x = \frac{7\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3} \text{ ou } x = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi$$

• Encadrement de $\frac{7\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3}$: $0 \leq \frac{7\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3} \leq \pi$ et $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } 0 \leq \frac{7}{36} + \frac{2k}{3} \leq 1 \quad \text{Donc } -\frac{7}{24} \leq k \leq \frac{29}{36} \quad \text{Donc}$$

$$-0,29 \leq k \leq 1,2 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $k=0$ ou $k=1$

$$\text{Pour } k=0 \text{ on trouve } x_1 = \frac{7\pi}{36}$$

$$\text{Pour } k=1 \text{ on trouve } x_2 = \frac{7\pi}{36} + \frac{2\pi}{3} = \frac{31\pi}{36}$$

• Encadrement de $x = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi$

$$0 \leq \frac{13\pi}{12} + 2k\pi \leq \pi \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Donc } 0 \leq \frac{13}{12} + 2k \leq 1 \quad \text{Donc } -\frac{13}{24} \leq k \leq -\frac{1}{24} \quad \text{Donc}$$

$$-0,54 \leq k \leq 0,04 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc k n'existe pas

• Donc $S_{[0,\pi]} = \left\{ \frac{7\pi}{36}; \frac{31\pi}{36} \right\}$

3) on a $\tan\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 1$ est définie ssi

$$2x - \frac{\pi}{5} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ ssi } 2x \neq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} + k\pi$$

ssi $2x \neq \frac{7\pi}{10} + k\pi$ ssi $x \neq \frac{7\pi}{20} + \frac{k\pi}{2}$ Donc

$$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{7\pi}{20} + \frac{k\pi}{2} ; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

or on sait que : $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ Donc $\tan\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$$\text{Donc } 2x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ ssi } 2x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{5} + k\pi \text{ ssi}$$

$$2x = \frac{9\pi}{20} + k\pi \text{ ssi } x = \frac{9\pi}{40} + \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{Encadrement de } \frac{9\pi}{40} + \frac{k\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{9\pi}{40} + \frac{k\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \text{ et } k \in \mathbb{Z} \quad \text{donc}$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{9}{40} + \frac{k}{2} \leq \frac{1}{2} \quad \text{donc} \quad -\frac{29}{40} \leq k \leq \frac{11}{40}$$

$$\text{donc } -\frac{29}{40} \leq \frac{k}{2} \leq \frac{11}{40} \quad \text{donc} \quad -\frac{29}{20} \leq k \leq \frac{11}{20} \quad \text{Donc}$$

$$-1,45 \leq k \leq 0,55 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $k=0$ ou $k=-1$

$$\text{Pour } k=0 \text{ on trouve } x_1 = \frac{9\pi}{40}$$

$$\text{Pour } k=-1 \text{ on trouve } x_2 = \frac{9\pi}{40} - \frac{\pi}{2} = -\frac{11\pi}{40}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{11\pi}{40}; \frac{9\pi}{40} \right\}$$

Exercice6 : Résoudre dans $[0, 2\pi[$ l'inéquation

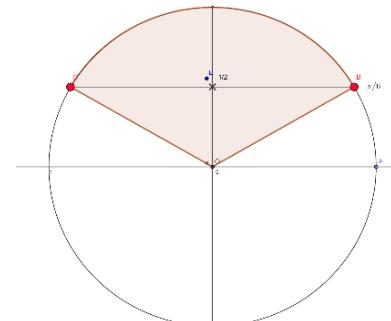
suivante : $\sin x \geq \frac{1}{2}$

Solution :

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \text{ ssi}$$

$$\sin x \geq \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{donc } S = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$$



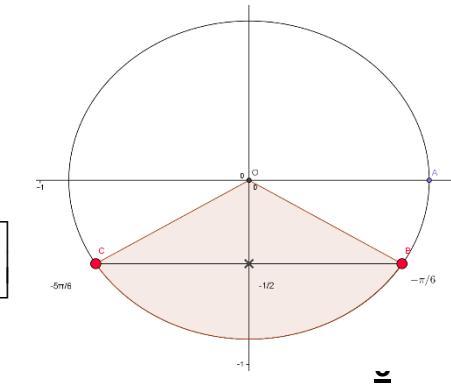
Exercice7 : Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'inéquation

suivante : $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

Solution: $\sin x \leq -\frac{1}{2}$

$$\text{ssi } \sin x \leq \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{donc } S = \left[-\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6} \right]$$



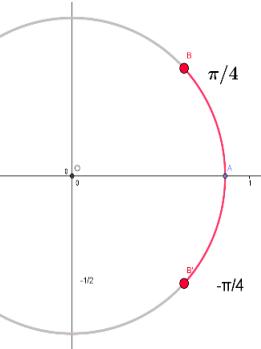
Exercice8 : Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ l'inéquation suivante :

$$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Solution :

$$\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ssi } \cos x \geq \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\text{donc } S = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$$

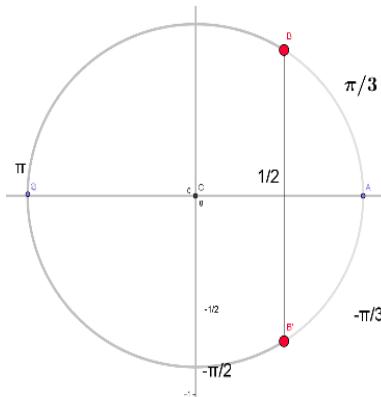


Exercice9: Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2}, \pi]$ l'inéquation suivante : $\cos x \leq \frac{1}{2}$

Solution :

$$\cos x \leq \frac{1}{2} \text{ ssi}$$

$$\cos x \leq \cos \frac{\pi}{3}$$



$$\text{Donc } S = \left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{\pi}{3}, \pi \right]$$

Exercice10: Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ les inéquations suivantes : 1) $\cos x \leq 0$ 2) $\sin x \geq 0$

Solution : on utilise le cercle trigonométrique

$$1) \quad S = \left[-\pi, -\frac{\pi}{2} \right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$$

$$2) \quad S = [0, \pi]$$

Exercice11 : Résoudre dans $S = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

l'inéquation suivante : $\tan x \geq 1$

$$\text{Solution: } S = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$$

Exercice12: Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation suivante : $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\text{On sait que : } \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

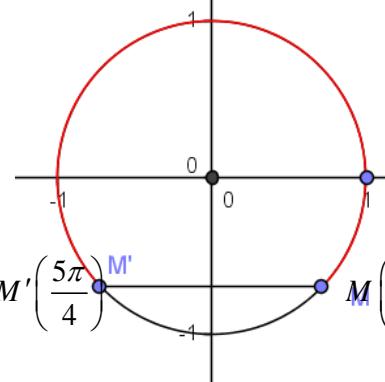
L'arc MM' en rouge correspond à tous les points $M(x)$

$$\text{tq } x \text{ vérifie } \sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc

$$\sin x \geq \frac{1}{2} \text{ ssi } \sin x \geq \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{donc } S = \left[0 ; \frac{5\pi}{4} \right] \cup \left[\frac{7\pi}{4} ; 2\pi \right]$$



Exercice13 : Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation suivante :

$$3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$$

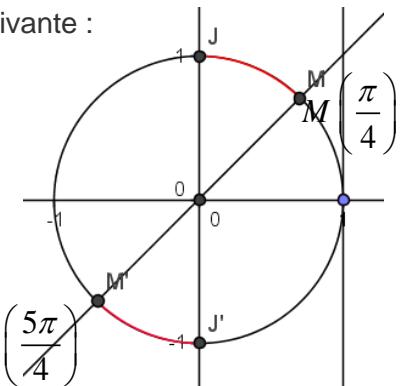
Solution :

$$\text{On a } 3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$$

$$\text{ssi } \tan x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

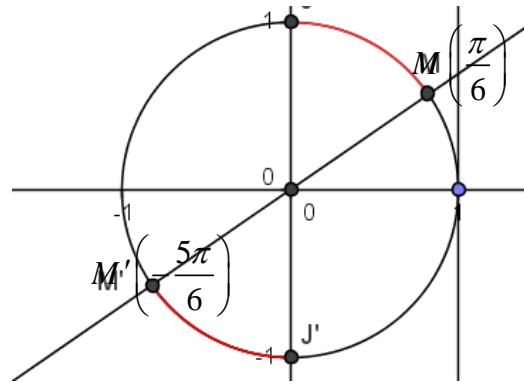
On sait que :

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Les arcs MJ et $M'J'$ en rouge correspondent à tous les points $M(x)$ tq x vérifie $3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$

Donc



$$S = \left[-\frac{5\pi}{6} ; -\frac{\pi}{2} \right] \cup \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{2} \right]$$

Exercice14 : Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation suivante : $\tan x - 1 \geq 0$

Solution : On a $\tan x - 1 \geq 0$ ssi $\tan x \geq 1$

$$\text{On sait que : } \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

Les arc MJ et $M'J'$ en rouge correspondent à tous les points $M(x)$ tq x vérifie $\tan x - 1 \geq 0$. Donc

$$S = \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} \right]$$

Exercice 15 : 1) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $2\sin^2 x - 9\sin x - 5 = 0$ et en déduire les solutions dans $[0; 2\pi]$

b) résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation suivante :

$$2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$$

2) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'inéquation suivante :

$$(2\cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$$

Solution: 1) a) on pose $t = \sin x$

$$2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0 \text{ ssi } 2t^2 - 9t - 5 \leq 0$$

On cherche les racines du trinôme $2t^2 - 9t - 5$:

$$\text{Calcul du discriminant : } \Delta = (-9)^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 121$$

$$\text{Les racines sont : } t_1 = \frac{9 - \sqrt{121}}{2 \times 2} = -\frac{1}{2} \text{ et}$$

$$t_2 = \frac{9 + \sqrt{121}}{2 \times 2} = 5 \text{ Donc } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ et } \sin x = 5$$

Or on sait que $-1 \leq \sin x \leq 1$ donc l'équation $\sin x = 5$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{R}

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ ssi } \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \text{ ssi } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou}$$

$$x = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$$

$$\text{ssi } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\bullet \text{ Encadrement de } -\frac{\pi}{6} + 2k\pi : 0 \leq -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi$$

et $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } 0 \leq -\frac{1}{6} + 2k \leq 2 \text{ Donc } \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{13}{12} \text{ Donc}$$

$$0,08 \leq k \leq 1,02 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $k = 1$

Pour $k = 1$ on remplace on trouve

$$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}$$

$$\bullet \text{ Encadrement de } \frac{7\pi}{6} + 2k\pi : 0 \leq \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi$$

et $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Donc } 0 \leq \frac{7}{6} + 2k \leq 2 \text{ Donc } -\frac{7}{12} \leq k \leq \frac{5}{12} \text{ Donc}$$

$$-0,5 \leq k \leq 0,41 \text{ et } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $k = 0$ on remplace on trouve $x_2 = \frac{7\pi}{6}$

$$\text{Donc } S_{[0; 2\pi]} = \left\{ \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$$

1) b) $2\sin^2 x - 9\sin x - 5 \leq 0$ ssi

$$2\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)(\sin x - 5) \leq 0$$

Or on sait que $-1 \leq \sin x \leq 1$ donc $-1 \leq \sin x \leq 1 < 5$

Donc $\sin x - 5 < 0$

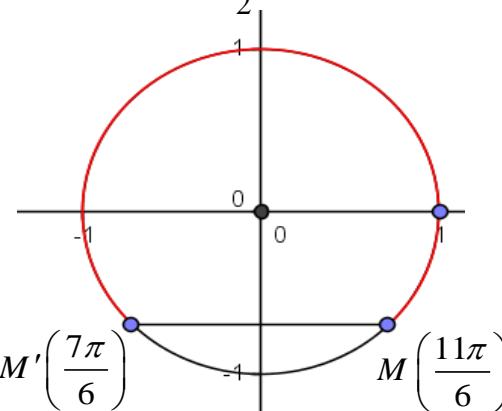
Puisque $\sin x - 5 < 0$ et $2 > 0$ alors

$$2\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)(\sin x - 5) \leq 0 \text{ ssi } \sin x + \frac{1}{2} \geq 0$$

$$\text{ssi } \sin x \geq -\frac{1}{2} \text{ ssi } \sin x \geq \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

L'arc en rouge correspond à tous les points $M(x)$

tq x vérifie $\sin x \geq -\frac{1}{2}$



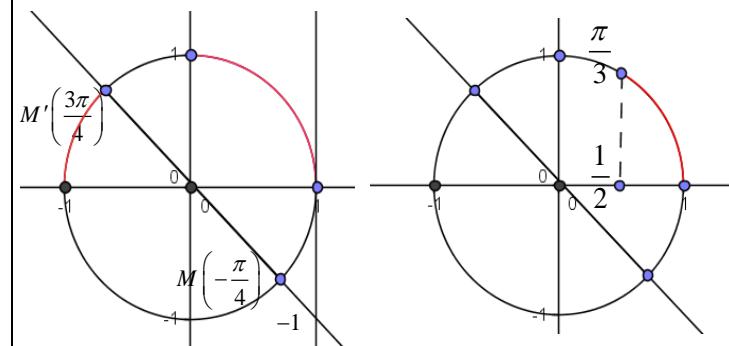
$$\text{donc } S = \left[0; \frac{7\pi}{6} \right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}; 2\pi \right]$$

2) l'inéquation $(2\cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$ est définie dans $[0; \pi]$ ssi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\text{Donc } D = [0; \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$2\cos x - 1 \geq 0 \text{ ssi } \cos x = \frac{1}{2} \text{ ssi } \cos x \geq \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\tan x + 1 \geq 0 \text{ ssi } \tan x \geq -1 \text{ ssi } \tan x \geq \tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$$



x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2\cos x - 1$	+	0	-	-	-
$\tan x + 1$	+	-	+	-	0
$(2\cos x - 1)(\tan x + 1)$	+	-	-	0	-

$$\text{donc } S = \left[0; \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4} \right]$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien

