

Equations et inéquations et systèmes partie1

Les équations et les inéquations du premier degré à une inconnue ou deux inconnues

Exercice1: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $-2x + 22 = 0$ 2) $3(2x+5) = 6x-1$

3) $4(x-2) = 6x - 2(x+4)$

4) $2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 4) = 0$ 5) $x^2 - 100 = 0$

6) $\frac{3}{x+2} - \frac{5}{x-2} = 0$ 7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0$

8) $\frac{4x+2}{x-3} = 5$ 9) $|7x-10| = |6+3x|$ (10)

$x^3 - 7x = 0$

Solution : 1) $-2x + 22 = 0$ ssi $-2x + 22 - 22 = -22$ ssi $-2x = -22$ ssi $-2x \times \left(\frac{1}{-2}\right) = -22 \times \left(\frac{1}{-2}\right)$ ssi $x = 11$

Donc : $S = \{11\}$

2) $3(2x+5) = 6x-1$ ssi $6x+15 = 6x-1$ ssi

$6x - 6x = -1 - 15$

ssi $0x = -16$ ssi $0 = -16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S = \emptyset$

3) $4(x-2) = 6x - 2(x+4)$

ssi $4x - 8 = 6x - 2x - 8$ ssi $4x - 4x + 8 - 8 = 0$

ssi $0 = 0$ Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$S = \mathbb{R}$

4) $(2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 4) = 0$

ce qui est équivalent à : $(2x + 3)(2x + 3 - x + 4) = 0$

ce qui est équivalent à : $(2x + 3)(x + 7) = 0$

Les Solutions sont $-3/2$ ou -7 .

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$S = \{-7; -3/2\}$

5) $x^2 - 100 = 0$

$x^2 - 100 = 0$

$\iff x^2 - 10^2 = 0$

C'est une identité remarquable de la forme :

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, donc

$x^2 - 100 = 0$

$\iff (x - 10)(x + 10) = 0$

: $\iff x = 10$ ou $x = -10$

D'où : $S = \{-10; 10\}$

6) $\frac{3}{x+2} - \frac{5}{x-2} = 0$

Cette équation n'existe pas

si $x + 2 = 0$ et si $x - 2 = 0$. Les valeurs interdites de cette équation sont -2 et 2 . L'équation est donc définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

On commence par réduire au même dénominateur les deux fractions. Le dénominateur commun est $(x + 2)(x - 2)$:

Donc : $-2x - 16 = 0$ car le dénominateur ne peut pas s'annuler.

$\iff -2x = 16$

$\iff x = \frac{16}{-2}$

$\iff x = -8$

D'où : -8 appartient à l'ensemble de définition de

l'équation, donc : $S = \{-8\}$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0$

Cette équation 'existe si $x^2 - 9 \neq 0$

$x^2 - 9 = 0$ Équivalent à : $x^2 - 3^2 = 0$ équivalent à :

$(x-3)(x+3) = 0$

Équivalent à $x+3=0$ ou $x-3=0$ équivalent à $x=-3$

ou $x=3$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3 .

L'équation est donc définie sur $D_E = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$.

$\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9} = 0$ équivalent à $(x-7)(x+3) = 0$

équivalent à $x-7=0$ ou $x+3=0$

Équivalent à $x=-7 \in D_E$ ou $x=-3 \notin D_E$:

donc : $S = \{-7\}$

8) $\frac{4x+2}{x-3} = 5$ Cette équation n'existe pas si $x-3=0$

$x-3=0$ équivalent à : $x=3$

La valeur interdite de cette équation est 3 . L'équation est donc définie sur $D_E = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$\frac{4x+2}{x-3} = 5$ équivalent à : $4x+2 = 5(x-3)$ équivalent à

: $4x+2 = 5x-15$

équivalent à : $-x = -17$ équivalent à : $x = 17$

donc : $S = \{17\}$

9) $|7x-10| = |6+3x|$ équivalent à $7x-10=6+3x$ ou $7x-10=-(6+3x)$

équivalent à $4x=16$ ou $10x=4$ équivalent à $x=4$ ou $x=2/5$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$S = \{4; 2/5\}$

10) $x^3 - 7x = 0$ équivalent à : $x(x^2 - 7) = 0$ ssi

$x = 0$ ou $x^2 - 7 = 0$

équivalent à $x = 0$ ou $x^2 = 7$ ssi $x = 0$ ou

$x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

D'où : $S = \{-\sqrt{7}; 0; \sqrt{7}\}$

Exercice2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a) $\frac{3x+5}{x-1} = 0$ b) $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0$ c)

$\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ d) $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$

Solution : a) L'équation n'est pas définie pour $x = 1$.

Pour $x \neq 1$, l'équation $\frac{3x+5}{x-1} = 0$ équivaut à :

$3x+5 = 0$.

D'où $x = -\frac{5}{3}$. c a d : $S = \{-5/3\}$

b) L'équation n'est pas définie pour $x = 4$.

Pour $x \neq 4$, l'équation $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0$ équivaut à :

$(2x+1)(x-3) = 0$ Soit : $2x+1 = 0$ ou $x-3 = 0$

Les Solutions sont : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 3$.

c a d : $S = \{-1/2; 3\}$

c) L'équation n'est pas définie pour $x = -3$.

Pour $x \neq -3$, l'équation $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$ équivaut à :

$x^2 - 9 = 0$, soit $x^2 = 9$

Soit encore : $x = 3$ ou $x = -3$.

Comme $x \neq -3$, l'équation a pour unique Solution : $x = 3$.

c a d : $S = \{3\}$

d) L'équation n'est pas définie pour $x = 2$ et $x = 3$.

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 3$, l'équation $1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$

équivaut à : $1 - \frac{x+3}{x-3} - \frac{2}{2-x} = 0$ On réduit au même

dénominateur dans le but de se ramener à une équation-quotient : $\frac{(x-3)(2-x)}{(x-3)(2-x)} - \frac{(x+3)(2-x)}{(x-3)(2-x)} - \frac{2(x-3)}{(x-3)(2-x)} = 0$

$\frac{(x-3)(2-x) - (x+3)(2-x) - 2(x-3)}{(x-3)(2-x)} = 0$ On développe

$\frac{2x - x^2 - 6 + 3x - 2x + x^2 - 6 + 3x - 2x + 6}{(x-3)(2-x)} = 0$

$\frac{4x-6}{(x-3)(2-x)} = 0$ Ce qui équivaut à $4x-6=0$ et

$(x-3)(2-x)^1 = 0$

D'où $x = \frac{3}{2}$. c a d : $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Exercice3 :1) étudier le signe de : $3x+6$ et $-2x+12$

Solution : a) $3x+6=0$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	$-$	0	$+$

b) le signe de : $-2x+12$ (coefficient de x négatif)

$-2x+12$ Équivalent à : $x=6$

$-2x+12>0$ Équivalent à : $x<6$

$-2x+12<0$ Équivalent à : $x>6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	$+$	0	$-$

Exercice4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15\leq 0$

3) $4x^2-9\geq 0$ 4) $(1-x)(2x+4)>0$

5) $\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$ 6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6}\leq 0$

Solution : 1) $-2x+12>0$

$-2x+12=0$ équivalent à : $x=6$ $-2=a$ et $a<0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	$+$	0	$-$

Donc : $S =]-\infty; 6[$

2) $5x-15\leq 0$

$5x - 15 = 0$ Équivalent à : $x = 3$ $5 = a$ et $a > 0$

coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x-15$	$-$	0	$+$

Donc : $S =]-\infty; 3[$

3) $4x^2 - 9 \geq 0$

$4x^2 - 9 = 0$ équivalent à : $(2x)^2 - 3^2 = 0$ ssi

$(2x-3)(2x+3) = 0$

équivalent à $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

ssi $x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-3/2$	$3/2$	$+\infty$
$2x-3$	$-$	0	$+$	$+$
$2x+3$	$-$	0	$+$	$+$
$(2x-3)(2x+3)$	$+$	0	$+$	$+$

Donc : $S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty[$

4) $(1-x)(2x+4) > 0$

$(1-x)(2x+4) = 0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ ou $1-x=0$ ssi $x = -2$ ou $x = 1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	0	$-$
$(2x+4)(1-x)$	$-$	0	$+$	$-$

Donc : $S =]-2; 1[$

5) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$ (Signe d'un quotient méthode)

• Donner l'ensemble de définition.

• Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).

Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif

Cette inéquation existe si $1+3x \neq 0$

$1+3x=0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation

est donc définie sur $D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$5x-2=0$ Équivalent à : $x = \frac{2}{5}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$5x-2$	$-$	$-$	0	$+$
$1+3x$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{5x-2}{1+3x}$	$+$	$-$	0	$+$

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur

interdite donc : $S =]-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{5}; +\infty[$

6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Cette inéquation existe si $2x-6 \neq 0$

$2x-6 \neq 0$ équivalent à : $x \neq \frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. l'inéquation

est donc définie sur $D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$2x-6 \neq 0$ Équivalent à : $x \neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$

$2x+1=0$ équivalent à : $x = -\frac{1}{2}$

$5x-10=0$ équivalent à : $x = 2$

x	$-\infty$	$-1/2$	2	3	$+\infty$
$2x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$5x-10$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$2x-6$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{(2x+1)(5x-10)}{(2x-6)}$	$-$	0	$+$	$-$	$+$

Donc : $S =]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [2; 3[$

Exercice5 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(3-6x)(x+2) > 0$ 2) $\frac{2-6x}{3x-2} \leq 0$

Solution : 1) Le signe de $(3 - 6x)(x + 2)$ dépend du signe de chaque facteur

$3 - 6x$ et $x + 2$.

$$3 - 6x = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$6x = 3 \text{ ou } x = -2$$

$$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -2$$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3 - 6x)(x + 2)$.

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$		
$3-6x$		+	+	0	-	
$x+2$		-	0	+	+	
$(3-6x)(x+2)$		-	0	+	0	-

On en déduit que $(3 - 6x)(x + 2) > 0$ pour $x \in]-2; \frac{1}{2}[$.

L'ensemble des Solutions de l'inéquation

$$(3 - 6x)(x + 2) > 0 \text{ est }]-2; \frac{1}{2}[.$$

$$2) \frac{2 - 6x}{3x - 2} \leq 0.$$

L'inéquation n'est pas définie pour $3x - 2 = 0$, soit $x = \frac{2}{3}$.

Il faudra éventuellement exclure cette valeur de l'ensemble des Solutions.

Le signe de $\frac{2 - 6x}{3x - 2}$ dépend du signe des expressions $2 - 6x$ et $3x - 2$.

$$2 - 6x = 0 \text{ équivaut à } x = \frac{1}{3}.$$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux expressions.

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$2 - 6x$	+	0	-	-
$3x - 2$	-	-	0	+
$\frac{2 - 6x}{3x - 2}$	-	0	+	-

La double-barre dans le tableau signifie que le quotient n'est

pas défini pour $x = \frac{2}{3}$.

On en déduit que $\frac{2 - 6x}{3x - 2} \leq 0$ pour $x \in]-\infty; \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}; +\infty[$.

L'ensemble des **Solutions** de l'inéquation $\frac{2 - 6x}{3x - 2} \leq 0$ est $]-\infty; \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}; +\infty[$.

Exercice 6 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

$$1) 2x - y + 4 = 0 \quad 2) x - 2y + 1 = 0$$

Solution :

1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $2x - y + 4 = 0$

On a $2x - y + 4 = 0$ équivalent à : $y = 2x + 4$

$$\text{Donc : } S = \{(x; 2x + 4) / x \in \mathbb{R}\}$$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x - 2y + 1 = 0$

On a $x - 2y + 1 = 0$ équivalent à : $x = 2y - 1$

$$\text{Donc : } S = \{(2y - 1; y) / y \in \mathbb{R}\}$$

Exercice 7 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé

$(O; \vec{i}; \vec{j})$. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation

$$x - y - 2 = 0$$

Solution : Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R}^2$

l'équation : $x - y - 2 = 0$

On trace la droite (D) d'équation cartésienne :

$$x - y - 2 = 0$$

$$S = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / M(x; y) \in (D)\}$$

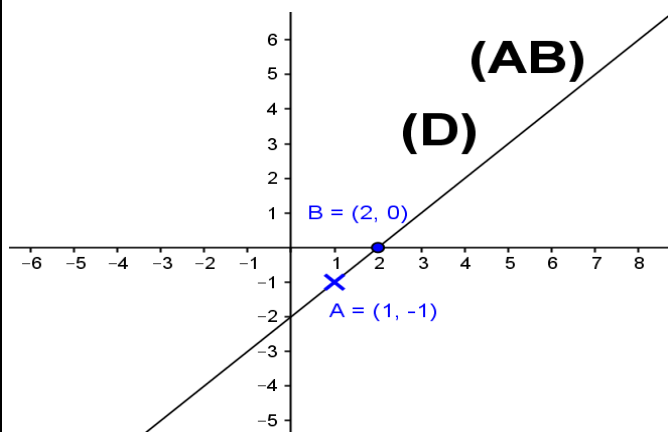
Pour tracer la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D)

$$\text{Si } x = 1 \text{ alors : } 1 - y - 2 = 0 \text{ c a d } y = -1 \text{ donc}$$

$$A(1; -1) \in (D)$$

$$\text{Si } y = 0 \text{ alors : } x - 0 - 2 = 0 \text{ c a d } x = 2$$

$$\text{donc } B(2; 0) \in (D)$$



Exercice8 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x - y + 1 = 2y - 2x + 5$ 2) $x + 5 = y + 5$

3) $3x + 2y - 2 = 2y - 2$ 4) $x + y = 2x - 1$

Solution : 1) On a $2x - y + 1 = 2y - 2x + 5$

équivalent à : $4x - 3y - 4 = 0$

Équivalent à : $4x = 3y + 4$ équivalent à : $x = \frac{3}{4}y + 1$

Donc : $S = \left\{ \left(\frac{3}{4}y + 1; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$

2) On a $x + 5 = y + 5$ équivalent à : $y = x$

Donc : $S = \{(x; x) / x \in \mathbb{R}\}$

3) On a $3x + 2y - 2 = 2y - 2$ équivalent à : $3x = 0$

ssi $x = 0$ Donc : $S = \{(0; y) / y \in \mathbb{R}\}$

4) On a $x + y = 2x - 1$ équivalent à : $-x + y + 1 = 0$

ssi $y = x - 1$ Donc : $S = \{(x; x - 1) / x \in \mathbb{R}\}$

Si l'inégalité est au sens large, on doit « ajouter » aux points du demi-plan les points de la droite « frontière ».

Exercice 9 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$

l'inéquation : $2x - y - 2 < 0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) : $2x - y - 2 = 0$

Cette droite passe par les points A(0; -2) et B(1; 0) détermine

Deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demi plans qui est la Solution de l'inéquation.)

(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées (0 ; 0) ; c'est-à-dire $x = 0$ et $y = 0$. Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point...)

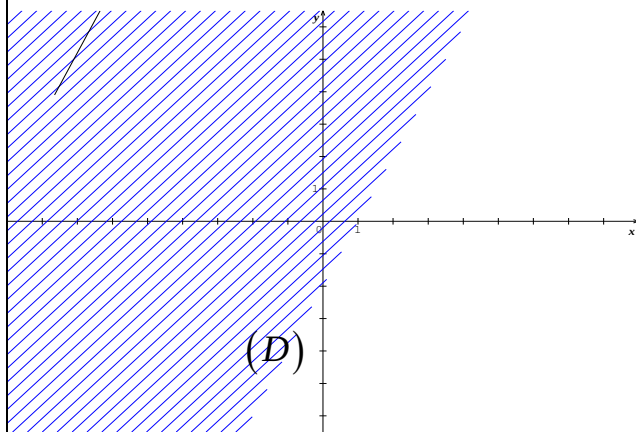
Soit $O(0;0)$ On a $2 \times 0 - 0 - 2 < 0$

Donc : les coordonnées (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc les Solution de l'inéquation $2x - y - 2 < 0$ est

l'ensemble des couple (x; y) des points $M(x; y)$ du

demi-plan P_1 hachuré qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)



Exercice10 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$

l'inéquation : $x - y - 3 \geq 0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) :: $x - y - 3 = 0$ détermine

Deux demi-plans P_1 et P_2

Cette droite passe par les points A(0; -3) et B(1; -2)

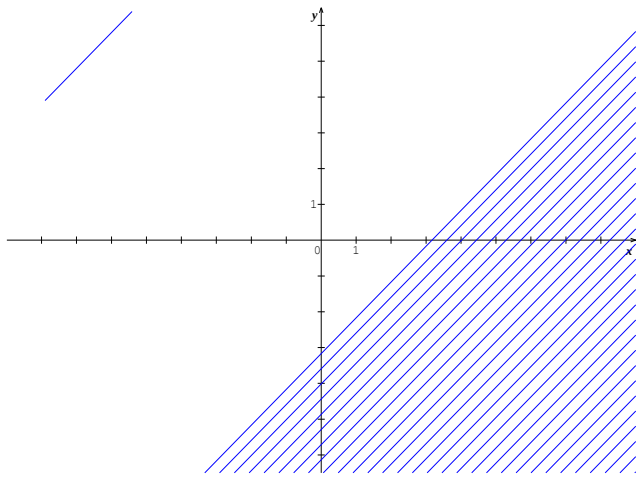
On a $0 - 0 - 3 \geq 0$ c a d $-3 \geq 0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées (0 ; 0) ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x - y - 3 \geq 0$ est

l'ensemble des couple (x; y) des points $M(x; y)$ du

demi-plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice11 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation :

$$2x - y < 0$$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) :: $2x - y = 0$

Cette droite passe par les points $O(0;0)$ et

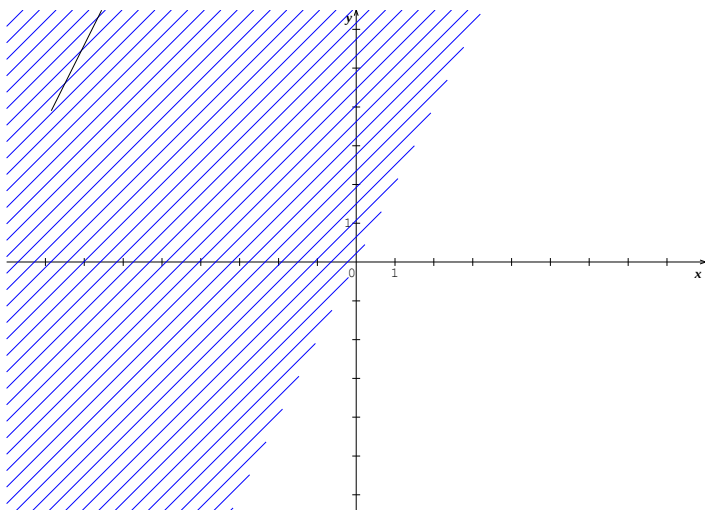
$A(1;2)$ détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

on prendra un autre point $B(1;1)$

On a $2 \times 1 - 1 < 0$ c a d $1 < 0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées $(1;1)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solution de l'inéquation $x - y - 3 \geq 0$ est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $(1;1)$



Exercice12 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $3x + 2y < 2x + 2y - 1$

Solution :

$$3x + 2y < 2x + 2y - 1 \text{ ssi}$$

$$3x - 2x + 2y - 2y + 1 < 0$$

$$\text{ssi } x + 1 < 0$$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D): $x + 1 = 0$ SSI $x = -1$

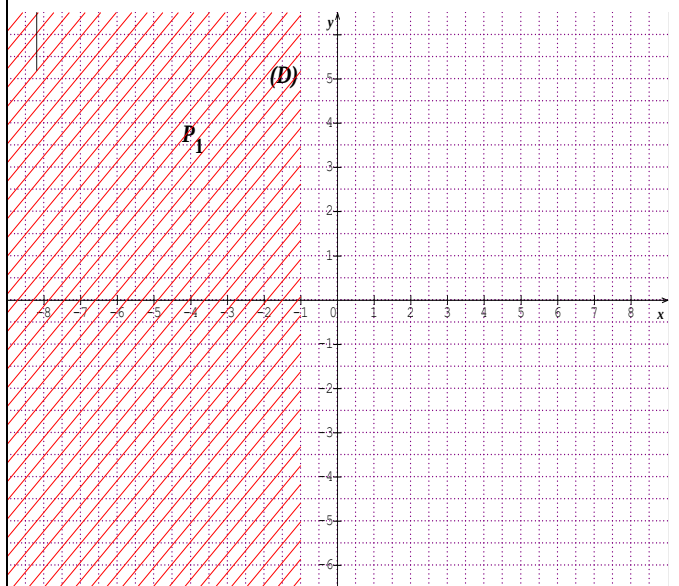
Cette droite est parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $(-1;0)$ et détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

Soit $O(0;0)$ On a $0 + 1 < 0$ ssi $1 < 0$

On constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x + 1 < 0$ est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice 13: Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système

d'inéquations suivant : (S)
$$\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ -x + 2y + 2 \leq 0 \end{cases}$$

Solution : L'équation de la droite (D_1) : $x + y - 1 = 0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x + 2y + 2 = 0$

Soit $O(0;0)$ On a $0 + 0 - 1 \geq 0$ ssi $-1 \geq 0$ Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$$x + y - 1 \geq 0$$

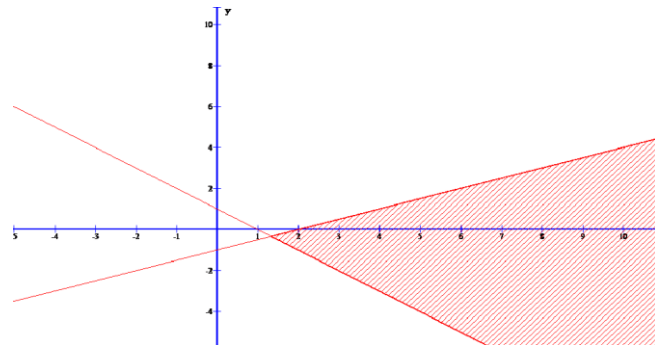
Soit $O(0;0)$ On a $-0+2 \times 0+2 \leq 0$ ssi $2 \leq 0$

Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas

l'inéquation. $-x+2y+2 \leq 0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple

$(x; y)$ des points $M(x; y)$ du plan colorés



Exercice14 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système

$$\text{d'inéquations suivant : } (S) \begin{cases} 2x + y - 3 \geq 0 \\ -x + y + 5 \leq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Solution : L'équation de la droite (D_1) : $2x + y - 3 = 0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x + y + 5 = 0$

L'équation de la droite (D_3) : $x - 4 = 0$

Soit $O(0;0)$ On a $2 \times 0 + 0 - 3 \geq 0$ ssi $-3 \geq 0$

Donc : les coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas

l'inéquation. $2x + y - 3 \geq 0$

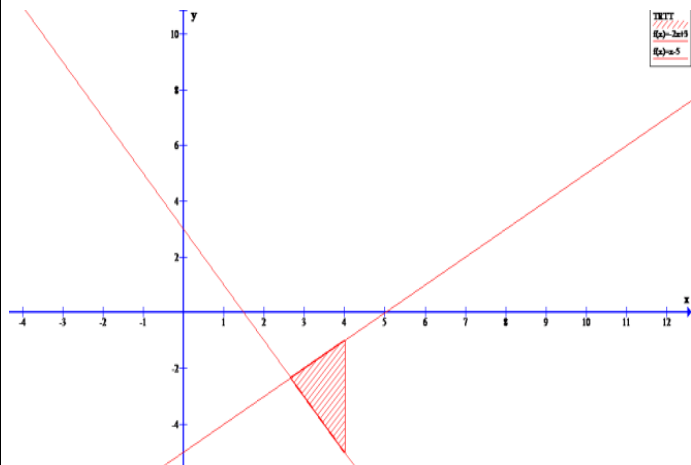
Soit $O(0;0)$ On a $-0 + 0 + 5 \leq 0$ ssi $5 \leq 0$ Donc : les

coordonnées $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$-x + y + 5 \leq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $0 \leq 4$ Donc : les

coordonnées $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $x \leq 4$



Prof/ATMANI NAJIB

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$ du plan colorés

Exercice15 : Résoudre le système :

$$\begin{cases} 3x + 2y - 6 < 0 & (1) \\ x - 2y + 2 < 0 & (2) \\ 4x - 3y + 12 > 0 & (3) \end{cases}$$

Solution : Etant donnés deux axes de coordonnées

« O x » et « O y » nous allons déterminer dans quelle région du plan se trouvent les points « M » dont les coordonnées satisfont à ces trois inéquations.

Pour cela construisons les droites qui ont respectivement pour équations :

(1) $3x + 2y - 6 = 0$ (D)

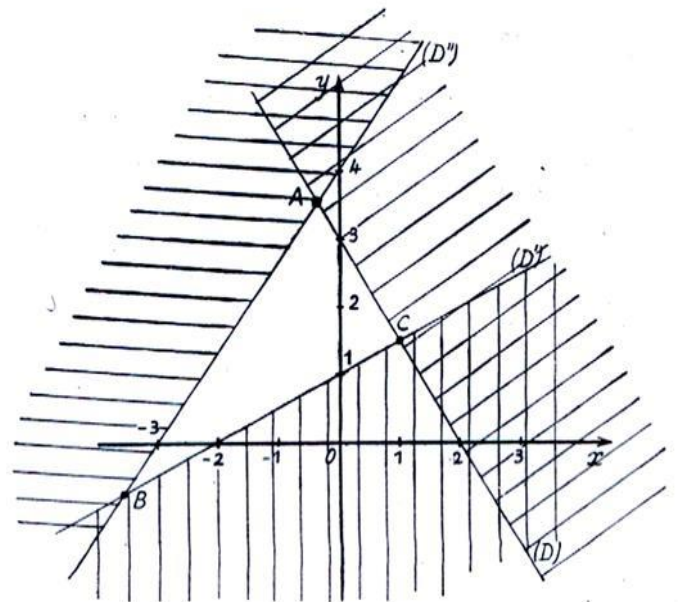
(2) $x - 2y + 2 = 0$ (D')

(3) $4x - 3y + 12 = 0$ (D'')

Pour que l'inéquation (1) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfaite).

Pour que l'inéquation (2) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui ne contient pas l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation n'est pas satisfaite).

Enfin pour que l'inéquation (3) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfaite).



Finalement, on voit que « M » doit être à l'intérieur du triangle ABC formé par les 3 droites (D) ; (D') ; (D'').

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et Exercice s

Que l'on devient un mathématicien

