

Exercice 01:

On considère le polynôme défini par :

$$P(x) = 2(2x-1)(3-x)$$

1. A l'aide d'un calcul mental, déterminer les coefficients du terme en x^2 et du terme constant
2. Justifier que le polynôme P n'est égale à aucun des polynômes A et B :

$$A(x) = 4x^2 + x - 1 \text{ et } B(x) = 2(x+1)^2 + 1$$

Exercice 02:

Déterminer un polynôme $P(x)$ de second degré tel que : $P(1) = 3$; $P(-1) = -1$ et $P(2) = 14$

Exercice 03:

$$\text{On pose } P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

1. Montrer que $P(1) = 0$
2. Déterminer les réel $a; b$ et c tels que:

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

Exercice 04:

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-a)$ dans chaque cas:

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1 \text{ par } x + 1$$

$$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 5 \text{ par } x - 2$$

$$P(x) = x^4 - 8x^2 + 6 \text{ par } x - 3$$

Exercice 05:

Effectuer la division euclidienne de :

1. $x^4 - x^3 + x - 2$ par $x^2 - 2x + 4$
2. $3x^5 + 2x^4 - x^2 + 1$ par $x^3 + x + 2$

Exercice 06:

On considère le polynôme défini par :

$$P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$$

1. Calculer $P(1)$; $P(-2)$ et $P(2)$
2. Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-2)$
3. Montrer que si α est une racine non nulle de P alors , il en est de même pour $\frac{1}{\alpha}$
4. Déduire les trois racines de P

Exercice 07:

On considère le polynôme défini par:

$$P(x) = x^3 - x^2 - 3x - 1$$

1. Vérifier que -1 est une racine du polynôme P
 2. Déterminer le polynôme Q tel que
- $$P(x) = (x+1)Q(x)$$
3. Calculer $P(1+\sqrt{2})$ et $Q(1+\sqrt{2})$
 4. Déterminer le réel b tel que :
- $$Q(x) = (x-1-\sqrt{2})(x+b)$$
5. Montrer que pour tout x de $[2; 1+\sqrt{2}]$ on a:
- $$-4 < P(x) < 0$$

Exercice 08:

Soit n un entier naturel non nul,

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = (x-2)^{3n} + (x-1)^{2n} - 1$$

1. Montrer l'existence d'un polynome Q tel que :

 1. $P(x) = (x-2)Q(x)$ et déterminer le degré de Q

2. Calculer $P(1)$ en fonction de n et déterminer n pour que $P(x)$ soit divisible par $(x-1)$
3. On suppose que $n = 1$
Montrer que $P(x) = (x-2)((x-a)^2 + b)$ avec a et b deux réels à déterminer
4. Montrer que pour tout x de $[2; +\infty[$ et pour tout n de \mathbb{N}^* on a : $P(x) > 0$

Exercice 09:

Déterminer le réel α strictement positif tel que le polynôme $P(x) = x^3 - 3x + \alpha$ ait une racine double

Quelle est alors l'autre racine de P .

Exercice 10:

On considère le polynome P défini par :

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1 . \text{ On note } \alpha; \beta \text{ et } \gamma \text{ ses racines}$$

1. Ecrire en fonction de $\alpha; \beta$ et γ la forme factorisée de $P(x)$
2. Montrer que : $\alpha + \beta + \gamma = 5$; $\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = 3$ et $\alpha\beta\gamma = -1$
3. Sachant que $\beta = 1$ trouver α et γ