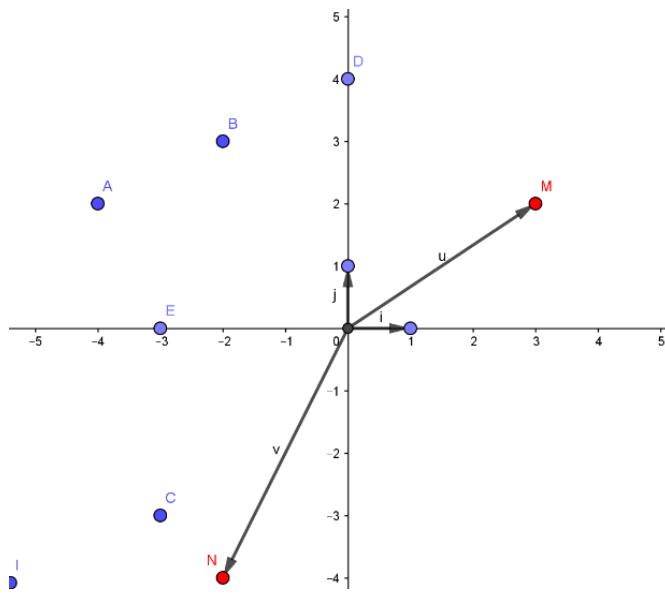


La droite dans le plan

Exercice1 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Construire les points $A(-4; 2)$; $B(-2; 3)$; $C(-3; 3)$; $E(0; 4)$; $F(-3; 0)$ et les vecteurs $\vec{u}(3; 2)$; $\vec{v}(-2; -4)$.

Réponse : Soit M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ donc $M(3; 2)$ et soit N tel que $\overrightarrow{ON} = \vec{v}$ donc $N(-2; -4)$.



Exercice2 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et soient $A(1; 2)$; $B(-5; 4)$

1. Déterminer les coordonnées de I le milieu du segment $[AB]$ et calculer $AB = \|\overrightarrow{AB}\|$
2. Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$
3. Quelle est la nature du quadrilatère $OACB$
4. Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{u} tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{IC}$

Réponse :1) Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $I\left(\frac{x_B + x_A}{2}; \frac{y_B + y_A}{2}\right)$

$$\text{Donc : } I\left(\frac{-5 + 1}{2}; \frac{4 + 2}{2}\right) \text{ donc } I\left(\frac{1 + (-5)}{2}; \frac{2 + 4}{2}\right)$$

$$\text{donc } I(-2; 3)$$

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-5 - 1)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\underline{\text{2)} \text{ On a }} A(1; 2); B(-5; 4); O(0; 0)$$

donc $\overrightarrow{OA}(x_A - x_O; y_A - y_O)$ donc $\overrightarrow{OA}(1 - 0; 2 - 0)$
donc $\overrightarrow{OA}(1; 2)$

$\overrightarrow{OB}(x_B - x_O; y_B - y_O)$ donc $\overrightarrow{OB}(-5 - 0; 4 - 0)$
donc $\overrightarrow{OB}(-5; 4)$

on a $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ donc $\overrightarrow{OC}(1 + (-5); 2 + 4)$
donc $\overrightarrow{OC}(-4; 6)$ donc $C(-4; 6)$

3) on a $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$ donc $OACB$ est un parallélogramme

On vérifie : on a $\overrightarrow{OA}(1; 2) \quad \textcircled{1}$

Et $\overrightarrow{BC}(-4 + 5; 6 - 4)$ c ad $\overrightarrow{BC}(1; 2) \quad \textcircled{2}$

De $\textcircled{1}$ et $\textcircled{2}$ on a donc $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BC}$ donc $OACB$ est un parallélogramme

4) on a $\vec{u} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{OA}(1; 2)$ et $2\overrightarrow{OB}(-10; 8)$

$$\overrightarrow{IC}(-4 + 2; 6 - 3) \text{ donc } \overrightarrow{IC}(-2; 3)$$

$$\text{on a } \vec{u} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{IC} \text{ donc } \vec{u}(1 - 10 + 2; 1 + 8 + 3)$$

$$\text{donc } \vec{u}(-11; 13)$$

Exercice3 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points $A(1; 2)$; $B(-3; -1)$ et $C(3; -2)$ et les vecteurs $\vec{u}(-2; 3)$ et $\vec{v}(2; 4)$

- 1) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$
- 2) Déterminer les coordonnées de I le milieu du segment $[AB]$
- 3) calculer les distances suivantes : AB et AC et BC

Réponse :1)

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$\text{donc } \overrightarrow{AB}(-3 - 1; -1 - 2) \text{ donc } \overrightarrow{AB}(-4; -3)$$

$$\overrightarrow{BD}(x_D - x_B; y_D - y_B) \text{ donc } \overrightarrow{BD}(x_D + 3; y_D + 1)$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 3 = -4 \\ y_D + 1 = -3 \end{cases} \text{ donc : } \begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = -4 \end{cases}$$

$$2) I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \text{ donc } I\left(\frac{1 + (-3)}{2}; \frac{2 + (-1)}{2}\right) \text{ donc } I\left(-1; \frac{1}{2}\right)$$

$$3) AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(3 + 3)^2 + (-2 + 1)^2} = \sqrt{36 + 1} = \sqrt{37}$$

Exercice4 : on considère dans la base (\vec{i}, \vec{j}) les vecteurs $\vec{u}(3, -2)$ et $\vec{v}(-6, 4)$

Est-ce que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires ?

Solution :

Methode1 :

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 3 \times 4 - (-6) \times (-2) = 12 - 12 = 0$$

Donc : \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Methode2 : $\vec{u}(3, -2)$ donc : $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

$\vec{v}(-6, 4)$ donc : $\vec{v} = -6\vec{i} + 4\vec{j}$

On remarque que : $\vec{v} = -6\vec{i} + 4\vec{j} = -2(3\vec{i} - 2\vec{j}) = -2\vec{u}$

Donc : \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Exercice5 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points $A\left(\frac{1}{2}; 3\right)$; $B(-2; -2)$ et

$C(1; 4)$ et le vecteur $\vec{u}(1; 3)$

1) déterminer le réel x pour que les vecteurs \vec{u} et $\vec{v}(x-2, 5)$ soient colinéaires

2) montrer que les points A ; B et C sont alignés

solution : \vec{u} et $\vec{v}(x-2, 5)$ sont colinéaires

$$\text{ssi } \det(\vec{u}; \vec{v}) = 0 \text{ ssi } \begin{vmatrix} 1 & x-2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 0 \text{ ssi } 5 \times 1 - 3(x-2) = 0$$

$$\text{ssi } 5 - 3x + 6 = 0 \text{ ssi } x = \frac{11}{3}$$

$$2) \overrightarrow{AB}\left(-2 - \frac{1}{2}; -2 - 3\right) \text{ cad } \overrightarrow{AB}\left(-\frac{5}{2}; -5\right)$$

$$\overrightarrow{AC}\left(1 - \frac{1}{2}; 4 - 3\right) \text{ cad } \overrightarrow{AC}\left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$$

Donc : \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires

Par suite les A ; B et C sont alignés

Exercice6 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ et soit m un paramètre réel

Discuter suivant les valeurs de m la colinéarité de \vec{u} et \vec{v} dans chaque cas :

1) $\vec{u}(3; 2m+1)$ et $\vec{v}(2; m)$

2) $\vec{u}(m; 1)$ et $\vec{v}(1; m)$

Réponse : 1) on a :

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2m+1 & m \end{vmatrix} = 3 \times m - 2(2m+1) = 3m - 4m - 2 = -m - 2$$

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0 \text{ ssi } -m - 2 = 0 \text{ ssi } m = -2$$

Si $m = -2$ alors $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Si $m \neq -2$ alors $\det(\vec{u}; \vec{v}) \neq 0$ donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont non colinéaires

2) on a :

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 = m^2 - 1^2 = (m+1)(m-1)$$

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0 \text{ ssi } (m+1)(m-1) = 0 \text{ ssi }$$

$$m = -1 \text{ ou } m = 1$$

Si $m = 1$ alors $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Si $m = -1$ alors $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Si $m \neq 1$ et $m \neq -1$ alors $\det(\vec{u}; \vec{v}) \neq 0$ donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont non colinéaires

Exercice7 : donner une représentation paramétrique de la droite $D(A; \vec{u})$ qui passe par $A(3; -5)$ et $\vec{u}(-2; 3)$ un vecteur directeur

Solution : une représentation paramétrique de la droite $D(A; \vec{u})$ est : $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$

Exercice8 : Soient $A(1; 2)$ et $B(-3; 0)$

1) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).

2) Déterminer si chacun des points suivants appartient ou non à la droite (AB) : $C(0; 2)$; $D(-1; 1)$; $E(9; 6)$

Réponse : 1) \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de (AB), ses composantes sont : $\overrightarrow{AB}(-4, -2)$

La représentation paramétrique de (AB) est donnée par le système :

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} x = -4t + 1 \\ y = -2t + 2 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

2) on a $C(0; 2)$ on remplace les coordonnées de C dans le système $\textcircled{1}$

$$\text{Donc } \begin{cases} 0 = -4t + 1 \\ 2 = -2t + 2 \end{cases} \text{ on trouve } \begin{cases} t = \frac{1}{4} \\ t = 0 \end{cases} \text{ or } \frac{1}{4} \neq 0$$

don $C \notin (AB)$

on a $D(-1; 1)$ on remplace les coordonnées de D dans le système $\textcircled{1}$

Donc $\begin{cases} -1 = -4t + 1 \\ 1 = -2t + 2 \end{cases}$ on trouve $\begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$

donc $D \in (AB)$

on a $E(9;6)$ on remplace les coordonnées de E dans le système ①

Donc $\begin{cases} 9 = -4t + 1 \\ 6 = -2t + 2 \end{cases}$ on trouve $\begin{cases} t = -2 \\ t = -2 \end{cases}$

donc $E \in (AB)$

Exercice9 : Donner un point et un vecteur directeur de la droite D de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 7t - 1 \\ y = -4t + 11 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

Réponse : on a $A(-1;11) \in D$ et $\vec{u}(7;-4)$ est un vecteur directeur de la droite D

Exercice10 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points $A(-2,1)$; $B(3,7)$

1) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

2) déterminer les points d'intersections de la droite (AB) .
Avec les axes du repère

solution : 1) $\overrightarrow{AB}(3+2;7-1)$ cad $\overrightarrow{AB}(5;6)$

la droite (AB) passe par $A(-2,1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}(5;6)$ donc une représentation paramétrique de la

droite (AB) est : $(AB) \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

2)a) d'intersections de la droite (AB) avec l'axe des abscisses : $\Leftrightarrow y = 6t + 1 = 0$

Donc $t = -\frac{1}{6}$ donc $x = -\frac{17}{6}$ par suite le point

d'intersections est : $C\left(-\frac{17}{6}, 0\right)$

b) d'intersections de la droite (AB) avec l'axe des ordonnées : $\Leftrightarrow x = 5t - 2 = 0$ Donc $t = \frac{2}{5}$

par suite le point d'intersections est : $D\left(0, \frac{17}{5}\right)$

Exercice11 : Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par les points $A(2;4)$ et $B(5;-1)$

Réponse : méthode1 :

Soit M un point de coordonnées : $M(x; y)$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}(x-2; y-4)$ et $\overrightarrow{AB}(3;-5)$ sont colinéaires si, et seulement si $\det(\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AB}) = 0$

Équivaut à : $\begin{vmatrix} x-2 & 3 \\ y-4 & -5 \end{vmatrix} = 0$ Équivaut à :

$$-5(x-2) - 3(y-4) = 0$$

$$\text{équivaut à : } -5x + 10 - 3y + 12 = 0$$

$$\text{Équivaut à : } 3x + y - 2 = 0$$

Une équation cartésienne de la droite (D) , est :

$$(D) : -5x - 3y + 22 = 0$$

Méthode2 : $(D) : ax + by + c = 0$

$\overrightarrow{AB}(3,-5)$ un vecteur directeur de (D)

$\overrightarrow{AB}(-b,a)$ donc : $a = -5$ et $b = -3$

Donc l'équation devient : $(D) -5x - 3y + c = 0$

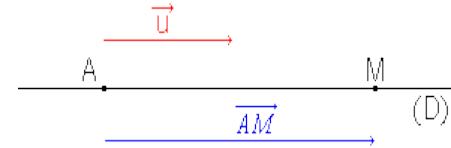
Or on sait que : $A \in (AB)$

$$\text{Donc : } -5 \times 2 - 3 \times 4 + c = 0 \text{ donc } c = 22$$

$$\text{Par suite : } (D) -5x - 3y + 22 = 0$$

Exercice12 : Déterminer une équation cartésienne de la droite D passant par le point $A(1; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-1;3)$

Réponse :



Soit M un point de D de coordonnées : $M(x; y)$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}(x-1; y+1)$ et $\vec{u}(-1;3)$ sont colinéaires si, et seulement si $\det(\overrightarrow{AM}; \vec{u}) = 0$

$$\text{Équivaut à : } (x-1)(3) - (y+1)(-1) = 0$$

$$\text{Équivaut à : } 3x - 3 + y + 1 = 0 \text{ équivaut à : } 3x + y - 2 = 0$$

Une équation cartésienne de la droite (D) , est :

$$(D) : 3x + y - 2 = 0$$

Exercice13 : Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) , passant par les points $A(5; 13)$ et $B(10; 23)$.

Réponse : Les points A et B appartiennent à la droite (D) , donc le vecteur \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de cette droite.

On a $\overrightarrow{AB}(10-5; 23-13)$ donc $\overrightarrow{AB}(5;10)$ en divisant les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} par 5, nous obtenons le vecteur $\vec{u}(1;2)$ est vecteur directeur aussi de la droite (D) ,

Donc $b = 1$ et $a = -2$ Une équation cartésienne de la droite D est donc : de la forme : $-2x + y + c = 0$ Comme le point A (5 ; 13) appartient à la droite (D) , ses coordonnées vérifient l'équation : $-2 \times 5 + 13 + c = 0$

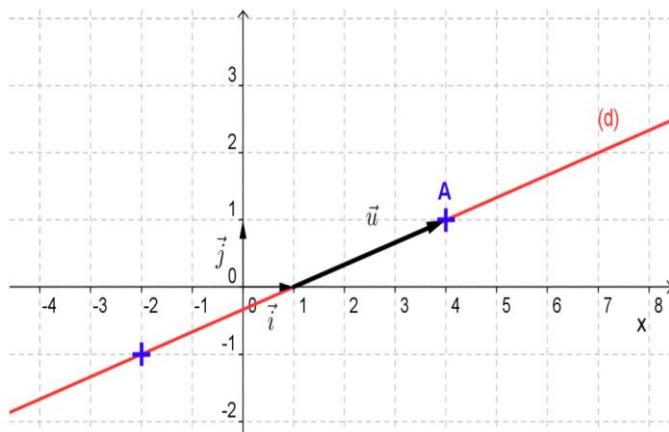
Donc $-10 + 13 + c = 0$ D'où : $c = -3$

Une équation cartésienne de la droite (D), est donc :

$$(D) : -2x + y - 3 = 0$$

Exercice14 : Déterminer l'équation cartésienne d'une droite à partir de sa représentation graphique

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D), , tracée ci-dessous



Réponse :

Méthode 1 : Le vecteur \vec{u} est un vecteur directeur de la droite (D),

On lit graphiquement $\vec{u}(3;1)$ Donc $a=1$ et $b=-3$

Une équation cartésienne de la droite d est de la forme :

$x - 3y + c = 0$ Comme le point A (4 ; 1) appartient à la droite (D), ses coordonnées vérifient l'équation :

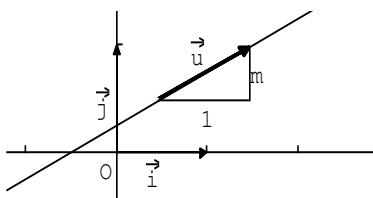
$$4 - 3 + c = 0 \quad c = -1$$

Une équation cartésienne de la droite d est : $x - 3y - 1 = 0$

Méthode 2 : On prend deux points de la droite, par exemple A (4 ; 1) et B (-2 ; -1) et on applique la même méthode

Remarque :

- si m est le coefficient directeur de la droite alors un vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}(1;m)$



- si $\vec{u}(-b;a)$ est un vecteur directeur de la droite (D) et $b \neq 0$ alors $m = -\frac{a}{b}$ est un coefficient directeur de la droite

Exercice15 : Soit (D) la droite d'équation cartésienne :

$$4x + 2y + 3 = 0$$

Déterminer l'équation réduite de la droite(D) et son coefficient directeur et un vecteur directeur

Réponse :

- son équation réduite est: $y = -2x - 3$

- -2 est le coefficient directeur de la droite (D)
- Un vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}(-2;4)$ ou $\vec{u}(1;-2)$

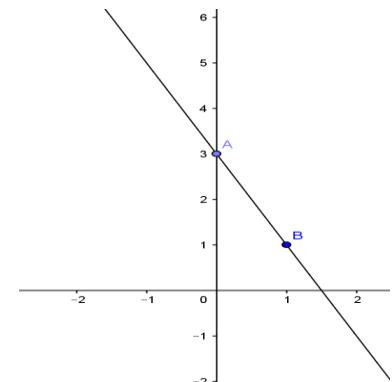
Exercice16 : Représenter graphiquement les droites suivantes :

$$1) (D_1) 2x + y - 3 = 0 \quad 2) (D_2) : x = 3$$

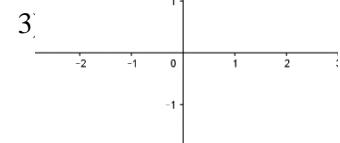
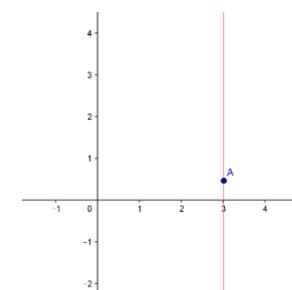
$$3) (D_3) : y = 2$$

Réponse :1)

x	0	1
y	3	1



2)



Exercice17 : Étudier la position relative des deux droites D) et (D') dans chaque cas suivant :

$$1) (D) 2x - 4y + 3 = 0 \quad (D') : -x + 2y + 5 = 0$$

$$2) (D) 2x + 5y - 2 = 0 \quad (D') : x + 3y - 2 = 0$$

Réponse :1) on a : $(D) 2x - 4y + 3 = 0$ donc $\vec{u}(4;2)$ est un vecteur directeur de (D)

Et on a : $(D') : -x + 2y + 5 = 0$ donc $\vec{v}(-2;-1)$ est un vecteur directeur de (D')

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -4 + 4 = 0 \quad \text{Alors les vecteurs } \vec{u}$$

et \vec{v} sont colinéaires donc (D) et (D') sont parallèles

Soit $A(x; y) \in (D)$ on prend $x=0$ Alors $0 - 4y + 3 = 0$

$$\text{donc } y = \frac{3}{4} \text{ donc } A\left(0; \frac{3}{4}\right) \in (D)$$

On vérifie si $A\left(0; \frac{3}{4}\right) \in (D')$?

$$\text{on a : } -0 + 2 \times \frac{3}{4} + 5 = \frac{3}{2} + 5 = \frac{13}{2} \neq 0 \text{ donc}$$

$$A\left(0; \frac{3}{4}\right) \notin (D') \quad \text{D'où : } (D) \parallel (D') \text{ strictement}$$

2) on a : $(D) 2x + 5y - 2 = 0$ donc $\vec{u}(-5; 2)$ est un vecteur directeur de (D)

Et on a : $(D') : x + 3y - 2 = 0$ donc $\vec{v}(-3; 1)$ est un vecteur directeur de (D')

$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -5 + 6 = 1 \neq 0$ Alors les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont non colinéaires donc (D) et (D') sont sécantes

On détermine le point d'intersection de (D) et (D')
Soit $E(x; y)$ ce point d'intersection de (D) et (D')

Alors $(x; y)$ vérifie le système : $\begin{cases} 2x + 5y - 2 = 0 \\ x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$

$$\text{donc } \begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} 2x + 5y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} 2(2 - 3y) + 5y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} 4 - 6y + 5y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} 4 - y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 - 3y \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases} \text{ donc } E(-4; 2)$$

Exercice18 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et Soient les points $A(1, 2)$; $B(3, -2)$

Et les droites : $(D_1) : 6x + 3y + 2 = 0$ et $(D_2) : 3x - 2y - 1 = 0$

1) montrer que les droites (D_1) et (D_2) sont sécantes et déterminer le point d'intersection $H(x; y)$

2) Donner une équation cartésienne de la droite (AB)

3) étudier la position relative des droites (AB) et (D_1)

4) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ)

Qui passe par le point $C(1, 2)$ et parallèle à (D_2)

Solutions :

$$1) (6) \times (-2) - 3 \times 3 = -12 - 9 = -21 \neq 0$$

Donc : (D_1) et (D_2) se coupent

Le point d'intersection vérifie le système :

$$\begin{cases} 6x + 3y + 2 = 0 \\ 3x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -21 \neq 0 \text{ Donc solution unique :}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-1}{-21} \quad \text{et} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{12}{-21} = -\frac{4}{7}$$

Donc : le point d'intersection est $H\left(-\frac{1}{21}; -\frac{4}{7}\right)$

2) la droite (AB) a une équation de la forme : $(AB) : ax + by + c = 0$

Un vecteur directeur est : $\vec{AB}(2, -4) \quad \vec{AB}(-b, a)$

Donc : $a = -4$ et $b = -2$

L'équation devient : $-4x - 2y + c = 0$

On a : $A \in (AB)$ donc : $-4 - 4 + c = 0$ cad $c = 8$

Donc : $(AB) : -4x - 2y + 8 = 0$

Ou : $(AB) : 2x + y - 4 = 0$

3) on a $(AB) : 2x + y - 4 = 0$ et $(D_1) : 6x + 3y + 2 = 0$

Et on a : $(6) \times (1) - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0$

Donc : (D_1) et (AB) sont parallèles

4) (Δ) est parallèles (D_2) donc le vecteur directeur de

(D_2) Est un vecteur directeur de (Δ)

Donc : $\vec{u}(2; 3)$ est un vecteur (Δ) qui passe par $C(1, 2)$

$$\text{Donc : } (\Delta) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ x = 2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Exercice19: Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et Soient les points $A(1, 2)$; $B(3, -2)$

Et les droites : $(D) : 3x - 5y + 6 = 0$ et $(D') : x - y = 0$

1) Donner une représentation paramétrique des droites (D) et (D')

2) Donner une équation cartésienne de la droite (Δ) Qui passe par le point $B(1, 0)$ et parallèle à (EC) avec $E(3; 3)$ et $C(4; 0)$

3) déterminer les coordonnées du point d'intersection I de (Δ) et (D) et les coordonnées du point d'intersection J de (Δ) et (D')

4) montrer que J est le milieu de $[IB]$

Solution : 1)a)un vecteur directeur de (D) : $3x - 5y + 6 = 0$

Est $\vec{u}(-b; a)$ donc : $\vec{u}(5, 3)$

Déterminons un point de (D) ?

Si $x = 0$ alors : (D) : $3 \times 0 - 5y + 6 = 0$ donc $y = \frac{6}{5}$

Donc : une représentation paramétrique des

droites (D) est $(D) \begin{cases} x = 0 + 5t \\ y = \frac{6}{5} + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

b)un vecteur directeur de (D') : $x - y = 0$

Est $\vec{u}(-b; a)$ donc : $\vec{u}'(1, 1)$

Déterminons un point de (D') ?

Si $x = 0$ alors : (D') : $0 - y = 0$ donc $y = 0$

Donc : une représentation paramétrique des

droites (D') est $(D') \begin{cases} x = 0 + 1k \\ y = 0 + 1k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$

2) (Δ) passe par le point $B(1; 0)$ et parallèle a (EC)

Donc : \vec{EC} un vecteur directeur de (Δ) : $\vec{EC}(1; -3)$

Et on sait que: $\vec{u}(-b; a)$ donc: Donc : $a = -1$ et $b = -3$

Donc : $-3x - y + c = 0$

Et on sait que (Δ) passe par $B(1; 0)$ on trouve $c = 3$

Donc : (Δ) $-3x - y + 3 = 0$

3)a)déterminons les coordonnées du point d'intersection I de (Δ) et (D) ?

On va résoudre le système $\begin{cases} 3x - 5y = -6 \\ -3x - y = -3 \end{cases} (1)$

On fait la somme des deux équations membre à membre on trouve : $-6y = -9 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}$

Et en remplaçant dans la 2iem équation on trouve :

$$-3x - \frac{3}{2} + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Donc le point d'intersection I de (Δ) et (D) est $I\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

b)déterminons les coordonnées du point d'intersection J de (Δ) et (D') ?

On va résoudre le système $\begin{cases} x - y = 0 \\ -3x - y = -3 \end{cases} (1)$

$$x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$$

Et en remplaçant dans la 2iem équation on trouve :

$$-3x - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

Donc le point d'intersection J de (Δ) et (D') est $J\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$

4)montrons que J est le milieu de $[IB]$

Il suffit de montrer que : $\vec{IJ} = \vec{JB}$?

On a : $\vec{IJ}\left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}\right)$ et $\vec{JB}\left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}\right)$ donc : $\vec{IJ} = \vec{JB}$

Donc : J est le milieu de $[IB]$

Exercice20: soient $A ; B ; C$ trois points du plan et E et F deux points tel que :

$$\vec{AF} = \frac{5}{4}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB} \text{ et } \vec{BE} = \frac{4}{3}\vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{BA}$$

1)Montrer que les points $C ; E ; F$ sont alignés

2)déterminer les coordonnées des points : $A ; B ; C ; E ; F$ dans le repère (C, \vec{CA}, \vec{CB})

3) montrer par une autre méthode que les points $C ; E ; F$ sont alignés

Solution : 1) on a : $\vec{CE} = \vec{CB} + \vec{BE}$

$$\text{Donc : } \vec{CE} = \vec{CB} + \frac{4}{3}\vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{BA} = -\vec{BC} + \frac{4}{3}\vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{BA}$$

$$\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{BA} = \frac{1}{3}(\vec{BC} + \vec{BA})$$

$$\text{Donc : } \vec{CE} = \frac{1}{3}(\vec{BC} + \vec{BA}) (1)$$

D'autre part on a : $\vec{CF} = \vec{CA} + \vec{AF}$

$$\text{Donc : } \vec{CF} = \vec{CA} + \frac{5}{4}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{1}{4}\vec{AC} + \frac{2}{4}\vec{BA}$$

$$\text{Donc : } \vec{CF} = \frac{1}{4}\vec{AC} + \frac{1}{4}\vec{BA} + \frac{1}{4}\vec{BA} = \frac{1}{4}\vec{BC} + \frac{1}{4}\vec{BA}$$

$$\text{Donc : } \vec{CF} = \frac{1}{4}(\vec{BC} + \vec{BA}) (2)$$

De (1) et (2) en déduit que : $\vec{CE} = \frac{4}{3}\vec{CF}$

Donc : les points $C ; E ; F$ sont alignés

2)on considérant le repère : (C, \vec{CA}, \vec{CB}) on a $C(0; 0)$

On a $\vec{CA} = 1\vec{CA} + 0\vec{CB}$ donc $A(1; 0)$

On a $\vec{CB} = 0\vec{CA} + 1\vec{CB}$ donc $B(0; 1)$

On a : $\vec{CF} = \vec{CA} + \vec{AF}$

$$\vec{CF} = \vec{CA} + \frac{5}{4}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BA} = \vec{CA} - \frac{5}{4}\vec{CA} + \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{CA})$$

$$\vec{CF} = -\frac{1}{4}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA} = \frac{1}{4}\vec{CA} - \frac{1}{2}\vec{CB}$$

Donc : $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ par suite : $F\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$

Et on a : $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})$$

$$\overrightarrow{CE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$$

Donc : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ par suite : $E\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

3) montrons par une autre méthode que les points C ; E ; F sont alignés ?

Il suffit de montrer que les vecteurs \overrightarrow{CE} et \overrightarrow{CF} sont coplanaires

$$\det(\overrightarrow{CE}; \overrightarrow{CF}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{2}{4} \end{vmatrix} = -\frac{2}{12} + \frac{2}{12} = 0$$

donc: \overrightarrow{CE} et \overrightarrow{CF} sont coplanaires par suite les points C ; E ; F sont alignés

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien



<http://xriadiat.e-monsite.com>