

I. Repère dans le plan

1. Définitions

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan

- Si $\vec{i} \perp \vec{j}$ alors, le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est dit **orthogonal**
- Si $\vec{i} \perp \vec{j}$ et $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$ alors, le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est dit **orthonormal**.

2. Coordonnées d'un point - Coordonnées d'un vecteur dans un repère

- Un point M a pour coordonnées $(x; y)$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Signifie que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$. On note $M(x; y)$
- Dire que le vecteur \vec{u} a pour coordonnées $(x; y)$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, signifie que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. On note $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

3. Propriétés :

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et soient $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs et $k \in \mathbb{R}$

$A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan. On a:

<ul style="list-style-type: none"> $\vec{u} = \vec{v}$ équivaut à $(x = x' \text{ et } y = y')$. $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$ $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ 	<ul style="list-style-type: none"> Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ Le point I milieux du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ La distance : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
--	--

4. Condition de colinéarité

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs.

- $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$
- $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **colinéaires** si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

II. Détermination d'une droite

$A(x_0; y_0)$ un point du plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ un vecteur non nul

1. Droite définie par un point et un vecteur directeur

- $d(A; \vec{u}) = \{M \in (P) / \overrightarrow{AM} = k\vec{u} \text{ et } k \in \mathbb{R}\}$
- $M \in d(A; \vec{u})$ si et seulement si $\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$

2. Représentation paramétrique d'une droite

Théorème :

La droite $(D) = d(A; \vec{u})$ a une représentation paramétrique de la forme : $\begin{cases} x = x_0 + k\alpha \\ y = y_0 + k\beta \end{cases} (k \in \mathbb{R})$.

3. Equation cartésienne d'une droite

Théorème :

Soient a, b et c trois réels tels que $(a; b) \neq (0; 0)$.

$(D) = \{M(x; y) \in (P) / ax + by + c = 0\}$ est la droite de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Toute droite (D) a une équation de la forme $ax + by + c = 0$ appelée **équation cartésienne**.

Cas particulier :

- ❖ Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées, a une équation cartésienne du type $x = a$
- ❖ Toute droite parallèle à l'axe des abscisses, a une équation cartésienne du type $y = b$
- ❖ Si $b \neq 0$, alors, (D) a une équation de la forme $y = mx + p$ dite **équation réduite** de (D)
(m son coefficient directeur et p est l'ordonnée à l'origine)

III. Positions relatives de deux droites

Théorème :

Soient A et B deux points du plan et \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls.

Les droites $d(A; \vec{u})$ et $d(B; \vec{v})$ sont parallèles si et seulement si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Conséquences :

- ❖ Deux droites (D) et (D') d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si et seulement si $ab' - ba' = 0$
- ❖ Si les droites (D) et (D') sont sécantes alors le point d'intersection est solution du système
$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$