

## La droite dans le plan

### 1) Repère et coordonnées d'un point et coordonnées d'un vecteur

**a) Repère :** Soient O, I et J trois points non alignés dans le plan P. Le triplet  $(O; I; J)$  détermine un Repère dans le plan. Le point O est l'origine du Repère  $(O; I; J)$

La droite  $(OI)$  est l'axe des abscisses du Repère  $(O; I; J)$

La droite  $(OJ)$  est l'axe des ordonnées du Repère  $(O; I; J)$

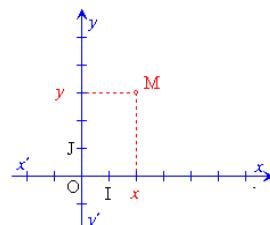
Si les droites  $(OI)$  et  $(OJ)$  sont perpendiculaires on dit que le Repère est orthogonal

Si on a  $OI = OJ = 1$  on dit que le Repère  $(O; I; J)$  est normé

Si les droites  $(OI)$  et  $(OJ)$  sont perpendiculaires et si on a  $OI = OJ = 1$  on dit que le Repère  $(O; I; J)$  est orthonormé

On pose  $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$  et  $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$  on note alors le Repère

$(O; I; J)$  par  $(O; \vec{i}; \vec{j})$



### b) Les coordonnées d'un point

Le plan est rapporté au Repère  $(O; I; J)$ . Pour tout point M du plan il existe un unique couple  $(x, y)$  tel que  $x \in \mathbb{R}$  et  $y \in \mathbb{R}$  et  $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

Le couple  $(x, y)$  est le couple de coordonnée de M et on note :  $M(x, y)$  : x est l'abscisse du point M et y est l'ordonnée du point M

### c) Les coordonnées d'un vecteur :

Le plan est rapporté au Repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Le couple de coordonnée d'un vecteur  $\vec{u}$  est le couple de coordonnée du point M tel que  $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$  et on note :  $\vec{u}(x, y)$

### d) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et

Soient  $A(x_A; y_A)$ ;  $B(x_B; y_B)$ ;  $I(x_I; y_I)$  trois points dans le plan et  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{v}(x'; y')$  deux vecteurs on a alors :  $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$  et

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right);$$

$$\vec{u}(x; y) = \vec{v}(x'; y') \text{ssi } x' = x \text{ et } y = y'$$

$$\vec{u} + \vec{v}(x + x'; y + y') \text{ et } \vec{u} - \vec{v}(x - x'; y - y')$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$$

$$\text{Pour tout } \alpha \in \mathbb{R} \quad \alpha \cdot \vec{u}(\alpha x; \alpha y)$$

### 2) Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs :

Dans la suite de ce cours le plan est rapporté au Repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Soient  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{v}(x'; y')$  deux vecteurs

a)  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ssi il existe  $\alpha \in \mathbb{R}$  tel que  $\vec{u} = \alpha \cdot \vec{v}$

b) deux vecteurs  $\vec{u}(x; y)$  et  $\vec{v}(x'; y')$

$$\text{sont colinéaires ssi } \det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y = 0$$

### 3) La droite dans le plan

a) Un vecteur directeur d'une droite  $(D)$  est un vecteur non nul  $\vec{u}$  qui possède la même direction que la droite  $(D)$

b) Deux points distincts quelconques de la droite  $(D)$  définissent un vecteur directeur de cette droite.

c) Deux droites  $(D)$ , et  $(D')$  sont parallèles si tout vecteur directeur de l'une est aussi vecteur directeur de l'autre.

d) Soit  $\vec{u}$  un vecteur non nul et A un point du plan L'ensemble des points M du plan tq il existe  $\alpha \in \mathbb{R}$  tq :  $\overrightarrow{AM} = \alpha \vec{u}$  est la droite  $(D)$  de vecteur directeur  $\vec{u}$  et passant par A qu'on note :  $D(A; \vec{u})$  donc :

$$D(A; \vec{u}) = \{M \in P / \overrightarrow{AM} = \alpha \vec{u}\} \text{ avec } \alpha \in \mathbb{R}$$

C'est la Définition vectorielle d'une droite

### 4) Représentation paramétrique d'une droite :

Soit  $\vec{u}(a; b)$  un vecteur non nul et  $A(x_A; y_A)$  un point du plan et  $t \in \mathbb{R}$  le système :  $\begin{cases} x = ta + x_A \\ y = tb + y_A \end{cases}$  avec  $t \in \mathbb{R}$

s'appelle une représentation paramétrique de :  $D(A; \vec{u})$

### 5) Équations cartésiennes d'une droite

a) Toute droite  $(D)$  admet une équation cartésienne de la forme  $ax + by + c = 0$  avec  $a \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$  et  $c \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$  ou  $b \neq 0$  et L'ensemble des points M  $(x; y)$  vérifiant l'équation :

$ax + by + c = 0$  est une droite de vecteur directeur  $\vec{u}(-b; a)$

### 4) positions deux droites dans le plan :

Deux droites  $(D)$  et  $(D')$ , d'équations respectives  $ax + by + c = 0$  et  $a'x + b'y + c' = 0$  sont parallèles si et seulement si :  $a'b' - a'b = 0$

