

~ Tronc Commun ~
L'ordre dans IR
(Série #2 : 7 exercices résolus)

Exercice 1 :

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

On pose $A(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

- 1) Donner un encadrement du nombre $A(x)$
- 2) a) Déterminer les deux réels a et b tels que : $A(x) = a + \frac{b}{x+2}$
b) Déterminer un autre encadrement du nombre $A(x)$
- 3) Déterminer le plus fin des deux encadrements précédents de $A(x)$

Exercice 2 :

- 1) Comparer $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$
- 2) Développer $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{7})^2$
- 3) On pose $A = \sqrt{55 - 12\sqrt{21}}$
Simplifier A
- 4) Sachant que : $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ et $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$
Donner une approximation de A d'amplitude 0,5 par défaut et par excès

Exercice 3 :

Soient a et b deux réels tels que : $|a+2| \leq 1$ et $0 \leq b \leq 2$

- 1) Encadrer le nombre a et montrer que $|a+b+1| \leq 2$
- 2) On considère le nombre réel A tel que : $A = ab - 2a + 3b$.
Vérifier que : $A = (a+3)(b-2) + 6$ et montrer que $2 \leq A \leq 6$

Exercice 4 :

Soit $x \in [4; 6]$. On pose $A = \frac{2x+3}{x-2}$.

- 1) Donner un encadrement de A
- 2) a. Vérifier que $A = 2 + \frac{7}{x-2}$ b. Donner un autre encadrement de A

Exercice 5 :

Soient a et b deux réels tels que : $a \geq 2$, $b \leq 5$ et $b - a = 2$

- 1) Montrer que $a \leq 3$ et $4 \leq b$.
- 2) Calculer le nombre $A = \sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(b-4)^2}$
- 3) Calculer le nombre $B = |a+b-6| + |a+b-8|$

Exercice 6 :

Soit x un nombre réel.

- 1) Vérifier que : $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$
- 2) Soit x de l'intervalle $[1;3]$
Montrer que : $-1 \leq x^2 - 2x \leq 3$
- 3) a. Sachant qu'on a : $x \in [1;3]$

Montrer que : $\frac{1}{2} \leq \frac{3}{x^2 - 2x + 3} \leq \frac{3}{2}$

b. En déduire que : $\left| \frac{3}{x^2 - 2x + 3} - 1 \right| \leq \frac{1}{2}$

Exercice 7 :

Soit x un nombre réel .

On pose $E = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

- 1) Montrer que : $E - 1 = \frac{-x^2}{\sqrt{1+x^2} + 1 + x^2}$
- 2) En déduire que : $|E - 1| \leq \frac{1}{2}x^2$
- 3) Trouver une valeur approchée du nombre $\frac{1}{\sqrt{1,0004}}$ d'amplitude 2×10^{-4}