

Exercice 01:

a et b deux réels strictement positifs.

Comparer les nombres x et y dans les cas suivants:

$$1. \quad x = \frac{2a+1}{a} \quad \text{et} \quad y = \frac{a}{2a+1}$$

$$2. \quad x = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \text{et} \quad y = \frac{2}{a+b}$$

Exercice 02:

Soient a et b deux nombres réels tels que :

$$\left| \frac{3a-11}{a-2} \right| < 2 \quad \text{et} \quad \left| \frac{2b-3}{b+1} - 5 \right| < 1$$

1. Montrer que : $3 < a < 7$ et $-6 < b < -2$
2. Encadrer les nombres $a+b+1$ et ab
3. En déduire une comparaison des deux nombres : $2a+b$ et $\sqrt{3a^2+b^2+3ab}$

Exercice 03:

Déterminer l'intersection et la réunion des deux intervalles I et J , et représenter les sur la droite réelle, dans les cas suivants:

- a) $I = [-1; 3]$ et $J =]-2; 4]$
- b) $I = [-4; 3]$ et $J =]-2; 4]$
- c) $I =]-\infty; 1]$ et $J =]-1; +\infty[$
- d) $I =]-2; 1]$ et $J =]-1; +\infty[$

Exercice 04:

Résoudre les inéquations suivantes:

$$|2x-3| < 1 \quad ; \quad |2x+1| \leq 3 \quad ; \quad |3x+2| \geq 1$$

Exercice 05:

a et b deux nombres réels tels que :

$$a \geq 1 \quad ; \quad b \leq 2 \quad \text{et} \quad a-b=3$$

1. Donner la valeur de $X = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(b-2)^2}$
2. Montrer que : $1 \leq a \leq 5$ et $-2 \leq b \leq 2$
3. En déduire la valeur de $Y = |a+b-7| + |a+b+1|$

Exercice 06:

a et b deux nombres réels tels que :

$$a-3 < 0 \quad ; \quad 2b-1 < 0 \quad \text{et} \quad ab=1$$

1. Donner la valeur de $X = \sqrt{(a-3)^2} \sqrt{(1-2b)^2} + a + 6b$

$$2. \quad \text{Montrer que : } 2 \leq a \leq 3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} \leq b \leq \frac{1}{2}$$

$$3. \quad \text{Montrer que : } \frac{3}{7} \leq \frac{1}{a-2b} \leq 1$$

$$4. \quad \text{Montrer que le nombre } \frac{5}{7} \text{ est une valeur approchée du nombre } \frac{1}{a-2b} \text{ à } \frac{2}{7} \text{ près}$$

Exercice 07:

$$x \text{ est nombre réel tel que : } |x-2| < \frac{3}{2}$$

1. Donner un encadrement de x
2. Montrer que $|2x-3| < 7$
3. Vérifier que $2x^2 - 7x + 6 = (2x-3)(x-2)$
4. En déduire que $|2x^2 - 7x + 6| < \frac{21}{2}$
5. Montrer que $\left| \frac{x-2}{2x+3} \right| < \frac{3}{8}$

Exercice 08:

Montrer que si le nombre $\frac{1}{2}$ est une valeur approchée de x à 10^{-2} près, alors le nombre 2 est une valeur approchée de $\frac{1}{x}$ à $4 \cdot 10^{-2}$

Exercice 09:

Pour tout x de $[1; +\infty[$, on pose $A = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$

1. Montrer que $A-1 = \frac{1}{x(A+1)}$
2. Montrer que $2 \leq 1+A \leq 3$, en déduire que $1 + \frac{1}{3x} \leq A \leq 1 + \frac{1}{2x}$
3. En déduire que $\frac{11}{10}$ est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{1,2}$ d'amplitude $\frac{1}{30}$

Exercice 10:

Soit x un nombre réel.

On pose $A = x^2 + 6x + 5$

1. Vérifier que: $A = (x+3)^2 - 4$
2. Si 2,03 est une valeur approchée de x par défaut d'amplitude 10^{-2} alors, Donner un encadrement de A d'amplitude $1005 \cdot 10^{-4}$