

TD : L'ordre dans : \mathbb{R}

Exercice1: comparer $\frac{101}{102}$ et $\frac{100}{101}$

Exercice2: comparer a et b

$$a = 2 + \sqrt{3} \text{ et } b = 2\sqrt{3}$$

Exercice3: comparer $2a$ et $a^2 + 1$ avec $a \in \mathbb{R}$

Exercice4 : I) comparer les réels suivants :

$$1) \frac{8}{11} \text{ et } \frac{5}{11} \quad 2) \frac{13}{9} \text{ et } \frac{13}{6} \quad 3) \frac{-15}{7} \text{ et } \frac{-15}{4}$$

$$4) \frac{-12}{7} \text{ et } \frac{15}{4} \quad 5) 2\sqrt{5} \text{ et } 5\sqrt{2}$$

II) soient a et b deux réels tel que : $a \leq b$

comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

III) soient a et b deux réels strictement positifs tel que : $a \leq b$

comparer : 1) a^2 et b^2 2) \sqrt{a} et \sqrt{b}

$$3) \frac{1}{a} \text{ et } \frac{1}{b}$$

IV) soient a et b deux réels négatifs tel que : $a \leq b$

comparer : a^2 et b^2

Exercice5: Soit a est un réel strictement positif.

1. montrer que : Si $a > 1$, alors $a^3 > a^2 > a$

2. montrer que : si $a < 1$, alors $a^3 < a^2 < a$.

Exercice6: comparer a et b :

$$a = \sqrt{6} \text{ et } b = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$$

Exercice7: soit $x \in \mathbb{R}^{**}$

1) Comparer : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$

2) En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ et

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$$

Exercice8: soit $a \in \mathbb{R}^{**}$ et $b \in \mathbb{R}^{**}$

$$\text{Comparer : } x = \frac{7a+2b}{7a} \text{ et } y = \frac{8b}{7a+2b}$$

Exercice9: calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

$$1) |-3| \quad 2) |3| \quad 3) \left| -\frac{3}{5} \right| \quad 4) |\sqrt{5} - 2| \quad 5) |1 - \sqrt{3}|$$

$$6) |\pi - 4| \quad 7) |\sqrt{2} - \sqrt{7}| \quad 8) |3 - 2\sqrt{3}|$$

$$9) A = |4 - 2\sqrt{3}| - |5 - 3\sqrt{3}| + |9 - 5\sqrt{3}|$$

Exercice10 : (Résolution des équations)

Résoudre les équations suivantes :

$$1) |x-1| = 5 \quad 2) |2x+1| = |x-3| \quad 3) |x+2| = -1$$

Exercice11: 1) calculer $(3\sqrt{2} - 5)^2$

2) comparer : $3\sqrt{2}$ et 5

3) simplifier $\sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$

Exercice12: simplifier si c'est possible

$$1) [2; 5] \cap [4; 6] \quad 2) [2; 5] \cup [4; 6]$$

$$3)]-\infty; 2] \cap [-1; +\infty[\quad 4)]-\infty; 2] \cup [-1; +\infty[$$

Exercice13: calculer $I \cap J$ et $I \cup J$ dans les cas suivants :

$$J = [-1, +\infty[\text{ et } I =]-3, 7]$$

$$J = [4; 10] \text{ et } I =]-\infty, 5[$$

$$I = [0, 10[\text{ et } J = [-5; -1]$$

$$I = \left[-\frac{2}{3}, 2 \right] \text{ et } J = \left] -1, \frac{3}{2} \right[$$

Exercice14: représenter chaque inégalité ou encadrement par l'intervalle qui convient ; 1) $x \geq -3$ 2) $x < 5$

$$3) 1 \leq 2x \leq 4 \quad 4) 0 < 6x - 2 \leq 10 \quad 5) -8 \leq 2 - 2x \leq 6$$

Exercice15: résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x > 7 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ -7 < x < 10 \end{cases}$$

Exercice16: on considéré l'intervalle $I = [-3; 4]$

Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de intervalle I

Exercice17 : (Résolution des inéquations)

Résoudre les inéquations suivantes : $|2x+1| < 6$

$$1) |x-1| \leq 2 \quad 2) |x+2| \geq 3 \quad 3) |2x+1| < 6$$

Exercice18: Soit x et y deux réels tq : $x \geq \frac{1}{2}$ et $y \leq 1$

$$\text{et } x - y = 3$$

$$1) \text{ Calculer : } E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2}$$

$$2) \text{ Montrer que : } \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ et } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1$$

$$3) \text{ Calculer : } F = |x+y-5| + |x+y+2|$$

Exercice19: sachant que : $(\sqrt{3} \approx 1.732050808...)$

donner un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à 10^{-2} près

Et préciser la valeur par défaut et par excès

Exercice20 : x est un réel tel que $-1 < x < 2$. On pose $B = -2x - 3$.

Trouver un encadrement de B et trouver son amplitude

Exercice21 : $x \in [1; 3]$ et $y \in [2; 4]$

1) Trouver un encadrement de : x^2 et y^2 et $2x$ et $3y$

et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$

2) Trouver un encadrement de : $A = x^2 + y^2 + 2x - 3y$ et $B = \frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

Exercice22 : 1) Vérifier que $14^2 < 200 < 15^2$ et en déduire que ; $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

Exercice23 : $x \in [-3; 1]$ et $y \in [-6; -2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x + y$ 2) $x - y$ 3) x^2

4) y^2 5) $x \times y$ 6) $\frac{x}{y}$

Exercice24 : sachant que : $1,38 < \sqrt{2} < 1,42$

montrer que : $|\sqrt{2} - 1,40| < 0,02$

Que peut-on déduire ?

Exercice25: sachant que : $2,645 \leq \sqrt{7} \leq 2,646$

a) Que représente 2,645 pour $\sqrt{7}$?

a) Que représente 2,646 pour $\sqrt{7}$?

Exercice26: soit $x \in \mathbb{R}^+$

Comparer $2\sqrt{x} - 1$ et x

Exercice27 : soit $n \in \mathbb{N}$

On pose : $a = \sqrt{4n^2 + 1}$ et $b = 2n + 1$

Comparer a et b

Exercice28 : soient x et y deux réels tels que :

$x < y < 3$

1) Montrer que : $x + y - 6 < 0$

2) Comparer $a = x^2 - 6x + 1$ et $b = y^2 - 6y + 1$

Exercice29: on pose $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

1) donner le signe de : B

2) Calculer B^2

3) donner une écriture simplifiée de B

Exercice30: on pose : $a = \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$ et $b = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}$

1) montrer que : $b - a = \frac{8 - 5\sqrt{2}}{14}$

2) comparer a et b

Exercice31 : a un nombre réel

Comparer : $4a - 1$ et $4a^2$

Solution : on a $4a^2 - (4a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 = (2a - 1)^2 \geq 0$

Donc : $4a^2 \geq 4a - 1$

Exercice32:

soit x un élément de l'intervalle $] -1, +\infty[$

comparer : 12 et $-5x + 1$ on utilisant les propriétés de l'ordre

Prof/ATMANI NAJIB

Exercice33:1) montrer que : $\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

2) montrer que : $\sqrt{9 - \sqrt{79}} + \sqrt{9 + \sqrt{79}} = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$

Exercice34: soit $a \geq 1$ on pose : $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a}}$

1) montrer que : $a(A + 1)(A - 1) = 1$

2)a) montrer que : $2 \leq A + 1 \leq 3$

b) en déduire que : $1 + \frac{1}{3a} \leq A \leq 1 + \frac{1}{2a}$

3) montrer que : 1,1 est une valeur approchée de

$\sqrt{1,2}$ à $\frac{1}{30}$ près

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

