

### Exercice 1 :

$ABDC$  un quadrilatère droit en  $D$ .  $I$  et  $J$  sont les milieux respectifs de  $[AC]$  et  $[BC]$ . La droite parallèle à  $(BD)$  passant par  $J$ , coupe  $[DC]$  en  $K$

1. Montrer que  $K$  est le milieu de  $[CD]$
2. Montrer que  $(KJ)$  est la médiatrice de  $[CD]$   
En déduire la nature du triangle  $JDC$
3. En déduire que  $(IK)$  est parallèle à  $(AD)$

### Exercice 2 :

Soit  $ABC$  un triangle et  $D, M$  et  $N$  des points tels que :  $\overrightarrow{DB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA}$  et  $4\overrightarrow{BN} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

1. Construire la figure
2. Montrer que  $\overrightarrow{MB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
3. Prouver que les points  $A, C$  et  $N$  sont alignés
4. On considère  $E$  un points du segment  $[AB]$  différent de  $A$  et de  $B$

Le point  $I$  est le projeté de  $E$  sur  $(BD)$  parallèlement à  $(AD)$

Le point  $J$  est le projeté de  $E$  sur  $(BN)$  parallèlement à  $(AN)$

Prouver que les droites  $(IJ)$  et  $DN$  sont parallèles

### Exercice 3 :

Soit  $ABC$  un triangle isocèle en  $A$  ( $AB = AC = a$ ) et  $M$  un point de  $[BC]$  différent de  $B$  et de  $C$ .

le point  $D$  est le projeté de  $M$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(AB)$

le point  $E$  est le projeté de  $M$  sur  $(AB)$  parallèlement à  $(AC)$

Montrer que  $EM + MD = a$

### Exercice 4 :

Soit  $ABC$  un triangle et  $M$  et  $N$  deux points tels que  $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$  et  $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$

Et soient  $M'$  et  $N'$  leurs projections sur  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$

1. Montrer que  $\overrightarrow{NN'} = -2\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

2. Déterminer la projection de  $[MN']$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$
3. soit  $I$  le milieu de  $[MN']$ . Déterminer la projection de  $I$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$

### Exercice 5 :

Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites secantes en  $A$  et  $B$  deux points différents n'appartenant pas à  $(D)$  tels que  $(AB)$  ne soit parallèle ni à  $(D)$  ni à  $(\Delta)$

1. Construire  $A'$  et  $B'$  les projetés respectifs de  $A$  et  $B$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$ .
2. Construire  $C$  tel que  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'B'}$
3. Construire le point  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BB')$ . quel est le projeté du segment  $[AH]$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  ?

Déterminer un point  $E$  tel que le segment  $[A'B']$  soit le projeté de  $[AE]$  et  $AE > A'B'$

### Exercice 6 :

Soient  $A, B, C$  et  $D$  quatre points du plan tels que  $C$  milieu d $[BD]$  et  $B$  milieu de  $[AC]$ ,

On considère un point  $E$  tel que  $E \notin (AB)$

La droite passant par  $D$  et parallèle à  $(CE)$  coupe  $(BE)$  en  $B'$

La droite passant par  $A$  et parallèle à  $(BE)$  coupe  $(CE)$  en  $C'$  et coupe  $(DB')$  en  $F$

1. Calculer  $\frac{DB'}{DF}$  et  $\frac{FC'}{FA}$
2. Montrer que  $(B'C')$  et  $(AD)$  sont parallèles
3. Déduire la valeur de  $\frac{C'B'}{AD}$
4. Montrer que  $\frac{EB}{EC} = \frac{FA}{FD}$

### Exercices 7 :

Soit  $ABC$  un triangle et  $E, F$  et  $G$  des points tels que  $\overrightarrow{EB} = -2\overrightarrow{EC}$ ;  $3\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{FC} = \vec{0}$  et  $\overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{GA}$

1. Construire les points  $E, F$  et  $G$
2. En utilisant la projection, montrer que les points  $E, F$  et  $G$  sont alignés.