

Exercice N°1

Série: Vecteurs

ABC est un triangle, On considère les points M, N et P tels que :

$$2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CN} + 3\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{0} \quad \text{و} \quad 3\overrightarrow{BP} - 2\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{0}.$$

- 1) a) Montrer que :  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
- b) Montrer que :  $\overrightarrow{CN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$
- c) Montrer que :  $\overrightarrow{BP} = -2\overrightarrow{BC}$
- 2) a) Dédire de ce qui précède que :  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$  et que  $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
- b) Montrer que :  $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$  et que  $\overrightarrow{MP} = \frac{8}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
- 3) Montrer que les points M, N et P sont alignés

Exercice N°2

ABC est un triangle tel que  $BC = 2$  ;  $AC = 4$  ;  $AB = 5$

Soient E, F, et K les points tels que :

$$4\overrightarrow{BI} - 3\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{0}, \quad \overrightarrow{AJ} - 3\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0}, \quad \overrightarrow{AK} + 4\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{0} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AG} + 4\overrightarrow{BG} - 3\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{0}$$

- 1) a) Montrer que  $\overrightarrow{BI} = -3\overrightarrow{BC}$ .
- b) Montrer que  $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ .
- c) Montrer que  $\overrightarrow{AK} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ .
- 2) Construire le triangle ABC et les points I, J, K.
- 3) Montrer que  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \overrightarrow{0}$ .
- 4) En déduire une méthode de construction du point G sur la figure précédente.

Exercice N°3

ABC est un triangle et G le point tel que  $\overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{0}$

- 1) Montrer que  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ , en déduire  $\overrightarrow{BG}$  en fonction  $\overrightarrow{AC}$ .
- 2) Soit D un point tel que  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$ , montrer que  $\overrightarrow{BD} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ .
- 3) Montrer que les points B ; G et D sont alignés.

Exercice N°4

ABCD est un quadrilatère et I est le milieu de  $[AD]$ .

Soient G et J des points tels que :  $\overrightarrow{AG} + 5\overrightarrow{BG} - 3\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{0}$  et  $5\overrightarrow{BJ} - 3\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0}$

- 1) Montrer que  $\overrightarrow{BJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ .
- 2) Montrer que G est le milieu de  $[IJ]$ .
- 3) a) Montrer que quel que soit le point le point M :  $5\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{JM}$  et  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{IM}$
- b) Déterminer  $(\Delta)$  l'ensemble des points M tels que :  $\|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM}\| = \|5\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM}\|$ .
- c) Déterminer  $(\Gamma)$  l'ensemble des points M tels que :  $\|5\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM}\| = IJ$ .
- 4) Construire le quadrilatère ABCD et les points I ; J ; G et les figures  $(\Delta)$  et  $(\Gamma)$ .