

Exercice N°1

Série: Vecteurs

ABC est un triangle. On considère les points M, N et P tels que :

$$2\vec{AM} + \vec{BM} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{CN} + 3\vec{AN} = \vec{0} \quad \text{et} \quad 3\vec{BP} - 2\vec{CP} = \vec{0}.$$

- 1) a) Montrer que : $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$
- b) Montrer que : $\vec{CN} = \frac{3}{4}\vec{CA}$
- c) Montrer que : $\vec{BP} = -2\vec{BC}$
- 2) a) Déduire de ce qui précède que : $\vec{AN} = \frac{1}{4}\vec{AC}$ et que $\vec{AP} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$
- b) Montrer que : $\vec{MN} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ et que $\vec{MP} = \frac{8}{3}\vec{AB} - 2\vec{AC}$
- 3) Montrer que les points M, N et P sont alignés

Exercice N°2

ABC est un triangle tel que $BC = 2$; $AC = 4$; $AB = 5$

Soient E, F, et K les points tels que :

$$4\vec{BI} - 3\vec{CI} = \vec{0}, \quad \vec{AJ} - 3\vec{CJ} = \vec{0}, \quad \vec{AK} + 4\vec{BK} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{AG} + 4\vec{BG} - 3\vec{CG} = \vec{0}$$

- 1) a) Montrer que $\vec{BI} = -3\vec{BC}$.
- b) Montrer que $\vec{AJ} = \frac{3}{2}\vec{AC}$.
- c) Montrer que $\vec{AK} = \frac{4}{5}\vec{AB}$.
- 2) Construire le triangle ABC et les points I, J, K.
- 3) Montrer que $\vec{GA} + \vec{GI} = \vec{0}$.
- 4) En déduire une méthode de construction du point G sur la figure précédente.

Exercice N°3

ABC est un triangle et G le point tel que $\vec{AG} + 2\vec{BG} - \vec{CG} = \vec{0}$

- 1) Montrer que $\vec{AG} = \vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$, en déduire \vec{BG} en fonction \vec{AC} .
- 2) Soit D un point tel que $\vec{CD} = \vec{AB} - \frac{5}{2}\vec{AC}$, montrer que $\vec{BD} = -\frac{3}{2}\vec{AC}$.
- 3) Montrer que les points B ; G et D sont alignés.

Exercice N°4

ABCD est un quadrilatère et I est le milieu de [AD].

Soient G et J des points tels que : $\vec{AG} + 5\vec{BG} - 3\vec{CG} + \vec{DG} = \vec{0}$ et $5\vec{BJ} - 3\vec{CJ} = \vec{0}$

- 1) Montrer que $\vec{BJ} = -\frac{3}{2}\vec{BC}$.
- 2) Montrer que G est le milieu de [IJ].
- 3) a) Montrer que quel que soit le point M : $5\vec{BM} - 3\vec{CM} = 2\vec{JM}$ et $\vec{AM} + \vec{DM} = 2\vec{IM}$
- b) Déterminer (Δ) l'ensemble des points M tels que : $\|\vec{AM} + \vec{DM}\| = \|5\vec{BM} - 3\vec{CM}\|$.
- c) Déterminer (Γ) l'ensemble des points M tels que : $\|5\vec{BM} - 3\vec{CM}\| = \vec{IJ}$.
- 4) Construire le quadrilatère ABCD et les points I ; J ; G et les les figures (Δ) et (Γ).