

••••• Série 2 •••••

••••• Exercice 1 :

Soient A et B deux points distincts du plan .

1)- Construire les points D et C tels que :  $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$

2)- Montrer que D est le milieu de [AC].

••••• Exercice 2 :

Soient A , B , C et D quatre points du plan .

Soit le vecteur  $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$

1)- Montrer que  $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

2)- Soit le vecteur  $\vec{v} = 2\overrightarrow{BA} - 6\overrightarrow{BC}$  .

Montrer que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

••••• Exercice 3 :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

Et soit G un point tel que :  $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1)- Montrer que :  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

2)- Construire le point K tel que :  $\overrightarrow{AK} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AC}$

3)- Montrez que ABGK est un rectangle et construire le point G .

4)- Soit E un point de (AB) tel que :  $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$  .

Montrer que les points A , C et G sont alignés.

••••• Exercice 4 :

Soit ABC un triangle et soient  $A'$  ,  $B'$  et  $C'$  les milieux de [BC] , [AC] et [AB] respectivement.

1)- Montrer que :  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

2)- Montrer que :  $\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{CC'} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

3)- Soient E et F deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BB'} \text{ et } \overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CC'}$$

3-1)- Quelle est la nature de ACBF et de ABCE ?

3-2)- Montrer que les points E , A et F sont alignés.

••••• Exercice 5 :

Soit ABC un triangle et soient les points E , F et G tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{CF} \quad ; \quad 2\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

1)- Construire les points E , F et G

2)- Montrer que  $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{EC}$

3)- La droite (AG) coupe la droite (BC) en K . Montrer que K est le milieu de [BC]

••••• Exercice 6 :

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs non colinéaires.

Déduire les nombres  $x$  et  $y$  tel que :

$$(5x - 1)\vec{u} + (y^2 + 1)\vec{v} = (x + 3)\vec{u} + 2y\vec{v}$$

••••• Exercice 7 :

Soit ABCD un parallélogramme et soit O un point du plan .

1)- Construire les points P , Q , R et I tels que :

$$\overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \quad ; \quad \overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{AD} \quad ; \quad \overrightarrow{OR} = 3\overrightarrow{OB} \quad \text{et RPQI un parallélogramme}$$

2)- Montrer que les points O , D et Q sont alignés

3)- Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{PR}$  et  $\overrightarrow{AB}$  sont colinéaires

4)- Montrer que les points O , C et I sont alignés

**•••• Exercice 8 :**

Soit  $ABC$  un triangle et soit  $E$  un point tel que :  $\vec{AE} = 3\vec{AB} + 4\vec{AC}$

1)- Construire le point  $E$

2)- Soit  $I$  le point d'intersection des droites  $(AE)$  et  $(BC)$ .

On pose  $\vec{AE} = a\vec{AI}$  et  $\vec{CI} = b\vec{IB}$  tel que  $(a, b) \in IR^2$

2-1)- Montrer que  $(a - 7)\vec{AI} = (3 - 4b)\vec{IB}$

2-2)- Conclure les valeurs de  $a$  et  $b$ . Donner la position du point  $I$  sur  $[AE]$

**•••• Exercice 9 :**

Soit  $ABCD$  un parallélogramme et soient  $E$  et  $M$  deux points tels que :

$$\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} \quad ; \quad \vec{EM} = \frac{2}{5}\vec{EC}$$

Montrer que les points  $B$ ,  $M$  et  $D$  sont alignés

**•••• Exercice 10 :**

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  des points non alignés.  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont respectivement les milieux des segments  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$

Soit le point  $G$  tel que :  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

1)- Soit  $M$  un point du plan. Montrer que :  $\vec{GM} = \frac{1}{3}(\vec{AM} + \vec{BM} + \vec{CM})$

2)- Montrer que :  $\vec{CG} = \frac{2}{3}\vec{CK}$  ;  $\vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BJ}$  ;  $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AI}$

3)- Déduire que les droites  $(AI)$ ,  $(BJ)$  et  $(CK)$  sont concourantes.

**•••• Exercice 11 :**

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  quatre points du plan.

Montrer que  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$