

~ Tronc Commun ~

L'ensemble des entiers naturels

Notions sur l'arithmétique

Exercice 1 :

Soit n un entier naturel non nul.

1. Montrer que le nombre $n(n+1)$ est pair.
2. Déterminer la parité des nombres suivants :

$$a = 2n^2 + 13, \quad b = n^3 - n$$

$$c = (2n+1)^7, \quad d = n^2 + 3n + 1$$

Exercice 2 :

Etudier la parité des nombres :

$$2^9 + 6^9; 17^3 - 5^3; 351 \times 208; 37013 \times 1375$$

Exercice 3 :

Soit n un entier naturel

Etudier la parité des nombres :

$$12n+8; 2n+5; 4n+6; 8n-7 \text{ (avec } n \geq 1); 6n+3; 2n^2+8n+11; n^2+n+2006; n^3-n+2$$

Exercice 4 :

1. Déterminer les diviseurs des nombres : 18, 38, 75 et 60.
2. Déterminer cinq multiples de 3, 5, 7, 11, 15.

Exercice 5 :

Mettez \times dans la case qui convient :

$les\ nombres \setminus divisible$	par 2	Par 3	Par 4	Par 5	Par 9
7524					
2805					
9360					
5005005					
91328					
1010001					

Exercice 6 :

Soient n et a deux entiers naturels non nuls.

On pose $S = (a+1) + (a+2) + \dots + (a+n)$

1. Montrer que $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. Montrer que n divise le nombre $S - \frac{n(n+1)}{2}$
3. Montrer que si n est impair alors S est divisible par n .

Exercice 7 :

Déterminer tous les nombres entiers naturels compris entre 202 et 299 qui sont divisibles par 3 et par 5.

Exercice 8 :

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$

On pose $A = n^4 - 1$

1. Montrer que $n-1$, $n+1$ et n^2+1 sont des diviseurs du nombre A
2. Déterminer quatre autres diviseurs du nombre A .

Exercice 9 :

Soient x et y deux entiers naturels.

On pose $A = (x+2y)^2 - x^2$

1. Montrer que $A \in \mathbb{N}$
2. Montrer que A est pair.
3. Montrer que A est divisible par 4

Exercice 10 :

1. Déterminer les multiples du nombre 8 inférieurs à 76
2. Même question pour le nombre 7

Exercice 11 :

1. Donner les quotients de la division euclidienne de chacun des nombres :
 $544 - 272 - 136 - 68 - 34$ par 2
2. En déduire la valeur du nombre entier naturel n tel que : $544 = 2^n \times 17$

Exercice 12 :

Déterminer les entiers naturels a, b et c pour que :

- a) $23a4$ est divisible par 3
- b) $23a4$ est divisible par 3 et n'est pas divisible par 9

c) $23b5c$ est divisible par 3 et 5

Exercice 13 :

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3 tel que $n-3$ est multiple de 4.

Montrer que le nombre $n^2 + 6n + 5$ est multiple de 16

Exercice 14 :

Soit p un nombre premier tel que $p > 2$

1. Montrer que $p^2 - 1$ est multiple de 8
2. En déduire que 16 divise $p^4 - 1$

Exercice 15 :

On considère les deux nombres $x = 1500$ et $y = 840$

1. Décomposer les nombres x et y en facteurs premiers.
2. Déterminer $x \wedge y$ et $x \vee y$.
3. Simplifier les nombres \sqrt{x} et $\frac{x}{y}$

Exercice 16 :

Déterminer tous les valeurs possibles de l'entier naturel n tel que $\frac{n+13}{n+3}$ soit un nombre entier naturel.

Exercice 17 :

Soit n un entier naturel

1. a) Développer le nombre : $(n+1)^2 - n^2$
b) En déduire que tout entier naturel impair est la différence des carrés de deux nombres consécutifs.
2. Appliquer le résultat obtenu pour les nombres 19, 47, 53

Exercice 18 :

Montrer que pour $n \in \mathbb{N}$: $(n+1) \wedge (n+2) = 1$

Exercice 19 :

1. Trouver toutes les solutions de l'équation : (1): $x^2 - y^2 = 51$ dans \mathbb{N}^2
2. Déterminer les couples (a, b) des entiers naturels tels que : (S): $\begin{cases} a^2 - b^2 = 7344 \\ a \wedge b = 12 \end{cases}$

Exercice 20 :

Soit n un entier naturel

On pose $a = 5^{n+2} - 5^n$ et $b = 7^{n+2} - 7^n$

Déterminer $a \wedge b$ et $a \vee b$

Exercice 21 :

1. Est-ce que le nombre 2017 est premier ?
2. Est-ce que le nombre 27000001 est premier ?