

~ *Tronc Commun* ~  
L'ensemble des entiers naturels  
Notions sur l'arithmétiques

**Exercice 1 :**

Soit  $n$  un entier naturel non nul.

1. Montrer que le nombre  $n(n+1)$  est pair.
2. Déterminer la parité des nombres suivants :

$$a = 2n^2 + 13 \quad , \quad b = n^3 - n$$

$$c = (2n+1)^7 \quad , \quad d = n^2 + 3n + 1$$

**Exercice 2 :**

Etudier la parité des nombres :

$$2^9 + 6^9 ; 17^3 - 5^3 ; 351 \times 208 ; 37013 \times 1375$$

**Exercice 3 :**

Soit  $n$  un entier naturel

Etudier la parité des nombres :

$$12n+8 ; 2n+5 ; 4n+6 ; 8n-7 \quad (\text{avec } n \geq 1) ; 6n+3 ; 2n^2+8n+11 ; n^2+n+2006 ; n^3-n+2$$

**Exercice 4 :**

1. Déterminer les diviseurs des nombres : 18, 38, 75 et 60.
2. Déterminer cinq multiples de 3, 5, 7, 11, 15.

**Exercice 5 :**

Mettez  $\times$  dans la case qui convient :

| les nombres \ divisible | par 2 | Par 3 | Par 4 | Par 5 | Par 9 |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 7524                    |       |       |       |       |       |
| 2805                    |       |       |       |       |       |
| 9360                    |       |       |       |       |       |
| 5005005                 |       |       |       |       |       |
| 91328                   |       |       |       |       |       |
| 1010001                 |       |       |       |       |       |

## Exercice 6 :

Soient  $n$  et  $a$  deux entiers naturels non nuls.

On pose  $S = (a+1) + (a+2) + \dots + (a+n)$

1. Montrer que  $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. Montrer que  $n$  divise le nombre  $S - \frac{n(n+1)}{2}$
3. Montrer que si  $n$  est impair alors  $S$  est divisible par  $n$ .

## Exercice 7 :

Déterminer tous les nombres entiers naturels compris entre 202 et 299 qui sont divisibles par 3 et par 5.

## Exercice 8 :

Soit  $n$  un entier naturel tel que  $n \geq 2$

On pose  $A = n^4 - 1$

1. Montrer que  $n-1$ ,  $n+1$  et  $n^2+1$  sont des diviseurs du nombre  $A$
2. Déterminer quatre autres diviseurs du nombre  $A$ .

## Exercice 9 :

Soient  $x$  et  $y$  deux entiers naturels.

On pose  $A = (x+2y)^2 - x^2$

1. Montrer que  $A \in \mathbb{N}$
2. Montrer que  $A$  est pair.
3. Montrer que  $A$  est divisible par 4

## Exercice 10 :

1. Déterminer les multiples du nombre 8 inférieurs à 76

2. Même question pour le nombre 7

## Exercice 11 :

1. Donner les quotients de la division euclidienne de chacun des nombres :

544 – 272 – 136 – 68 – 34 par 2

2. En déduire la valeur du nombre entier naturel  $n$  tel que :  $544 = 2^n \times 17$

## Exercice 12 :

Déterminer les entiers naturels  $a, b$  et  $c$  pour que :

- a)  $23a4$  est divisible par 3
- b)  $23a4$  est divisible par 3 et n'est pas divisible par 9

- c)  $23b5c$  est divisible par 3 et 5

### Exercice 13 :

Soit  $n$  un entier naturel supérieur ou égal à 3 tel que  $n-3$  est multiple de 4.

Montrer que le nombre  $n^2 + 6n + 5$  est multiple de 16

### Exercice 14 :

Soit  $p$  un nombre premier tel que  $p > 2$

1. Montrer que  $p^2 - 1$  est multiple de 8
2. En déduire que 16 divise  $p^4 - 1$

### Exercice 15 :

On considère les deux nombres  $x = 1500$  et  $y = 840$

1. Décomposer les nombres  $x$  et  $y$  en facteurs premiers.
2. Déterminer  $x \wedge y$  et  $x \vee y$ .
3. Simplifier les nombres  $\sqrt{x}$  et  $\frac{x}{y}$

### Exercice 16 :

Déterminer tous les valeurs possibles de l'entier naturel  $n$  tel que  $\frac{n+13}{n+3}$  soit un nombre entier naturel.

### Exercice 17 :

Soit  $n$  un entier naturel

1. a) Développer le nombre :  $(n+1)^2 - n^2$
- b) En déduire que tout entier naturel impair est la différence des carrés de deux nombres consécutifs.
2. Appliquer le résultat obtenu pour les nombres 19, 47, 53

### Exercice 18 :

Montrer que pour  $n \in \mathbb{N}$  :  $(n+1) \wedge (n+2) = 1$

### Exercice 19 :

1. Trouver toutes les solutions de l'équation : (1):  $x^2 - y^2 = 51$  dans  $\mathbb{N}^2$
2. Déterminer les couples  $(a,b)$  des entiers naturels tels que : (S):  $\begin{cases} a^2 - b^2 = 7344 \\ a \wedge b = 12 \end{cases}$

**Exercice 20 :**

Soit  $n$  un entier naturel

On pose  $a = 5^{n+2} - 5^n$  et  $b = 7^{n+2} - 7^n$

Déterminer  $a \wedge b$  et  $a \vee b$

**Exercice 21 :**

1. Est-ce que le nombre 2017 est premier ?
2. Est-ce que le nombre 27000001 est premier ?