

Exercices corrigés d'arithmétique dans \mathbb{N} Partie III

هذا الملف تم تجميعه من موقع Talamid.ma

Exercices d'arithmétique

Exercice 8 :

a – Décomposer 1008 et 1608 en produit de facteurs premiers.

b – Déduire PGCD(1008 , 1608) et PPCM(1008 , 1608) .

c - En déduire la forme irréductible de $\frac{1008}{1608}$ et de $\frac{1}{1608} + \frac{1}{1008}$

d – Déterminer l'entier naturel n tel que n + 4 divise n + 17

Exercice 9 :

Soient a et b deux entiers naturels tel que : $a \wedge b = 18$ $\text{PGCD}(a, b) = a \wedge b$

1 – Déterminer tous les diviseurs communs de a et b

2 – Sachant que $ab = 972$ calculer a v b et en déduire a et b

Exercice 10 :

Soient les entiers naturels $a = 2352$ et $b = 14850$

1 – Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.

2 – Donner le nombre de diviseurs de chacun des entiers a et b.

3 – Déterminer PGCD(a ,b) et PPCM(a ,b).

4 – Déterminer le plus petit entier p tel que le nombre pa soit un carré parfait.

5 – Déterminer le plus petit entier q tel que le nombre qb soit un cube parfait

Exercices d'arithmétique

Talamid.ma : هذا الملف تم تجميعه من موقع

Solution de l'exercice 8 :

a – Décomposer 1008 et 1608 en produit de facteurs premiers.

1008	2
504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

1608	2
804	2
402	2
201	3
67	67
1	

$$1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$$

$$1608 = 2^3 \times 3 \times 67$$

b – Déduire PGCD(1008 , 1608) et PPCM(1008 , 1608)

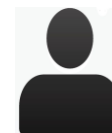
$$1608 = 2^3 \times 3 \times 67$$

$$1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$$

$$\text{PGCD}(1008 , 1608) = 2^3 \times 3 = 24$$

$$\text{PPCM}(1008 , 1608) = 2^4 \times 3^2 \times 7 \times 67 = 67536$$

PPCM(a , b) est le produit des facteurs premiers communs ou non à a et b munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition en facteurs premiers de a et b.



هذا الملف تم تجميعه من موقع Talamid.ma

Exercices d'arithmétique

c - En déduire la forme irréductible de $\frac{1008}{1608}$ et de $\frac{1}{1608} + \frac{1}{1008}$

$$1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7 ; 1608 = 2^3 \times 3 \times 67$$

$$\text{On a } \frac{1008}{1608} = \frac{2^4 \times 3^2 \times 7}{2^3 \times 3 \times 67} = \frac{2 \times 3 \times 7}{67} = \frac{42}{67}$$

$$\text{On a } \text{PPCM}(1008, 1608) = 2^4 \times 3^2 \times 7 \times 67 = 67536$$

$$\text{On a } \frac{1}{1608} + \frac{1}{1008} = \frac{1}{2^3 \times 3 \times 67} + \frac{1}{2^4 \times 3^2 \times 7} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2^4 \times 3^2 \times 7 \times 67} + \frac{67}{2^4 \times 3^2 \times 7 \times 67}$$

$$\text{D'où } \frac{1}{1608} + \frac{1}{1008} = \frac{42 + 67}{2^4 \times 3^2 \times 7 \times 67} = \frac{109}{67536}$$

d – Déterminer n tel que n + 4 divise n + 17

Pour que (n + 4) divise n + 17 il faut que $\frac{n+17}{n+4} \in \mathbb{N}$

$$\text{On a } \frac{n+17}{n+4} = \frac{n+4+13}{n+4} = \frac{n+4}{n+4} + \frac{13}{n+4} \text{ donc } \frac{n+17}{n+4} = 1 + \frac{13}{n+4}$$

Pour que (n + 4) divise n + 17 il faut que (n + 4) divise 13 Les diviseurs de 13 sont : 1 ; 13.

Donc n + 4 = 1 ou n + 4 = 13 donc n = 1 - 4 ou n = 13 - 4 donc n = - 3 ou n = 9

Or - 3 $\notin \mathbb{N}$ d'où n = 9

Exercices d'arithmétique

هذا الملف تم تجميعه من موقع Talamid.ma

Solution de l'exercice 9 :

Soient a et b deux entiers naturels tel que : $a \wedge b = 18$

1 – Déterminer tous les diviseurs communs de a et b

les diviseurs communs de a et b sont les diviseurs de 18

les diviseurs de 18 sont: 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

D'où les diviseurs communs de a et b sont $D_{18} = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18 \}$

2 – Sachant que $ab = 972$ calculer $a \vee b$ et en déduire a et b

On sait que $(a \vee b) \times (a \wedge b) = a \times b$ donc $a \vee b = \frac{ab}{a \wedge b}$

Donc $a \vee b = \frac{972}{18} = 54$

$a \wedge b = 18$ et $a \wedge b$ divise a et b $ab = 18 \times 18 \times 3$

$a = 18$ et $b = 18 \times 3$ ou $a = 18 \times 3$ et $b = 18$

$a = 18$ et $b = 54$ ou $a = 54$ et $b = 18$

Exercices d'arithmétique

هذا الملف تم تجميعه من موقع Talamid.ma

Solution de l'exercice 10 :

Soient les entiers naturels $a = 2352$ et $b = 14850$

1 – Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.

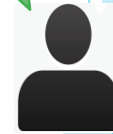
14850		2
7425		3
2475		3
825		3
275		5
55		5
11		11
1		

$$14850 = 2 \times 3^3 \times 5^2 \times 11$$

$$2352 = 2^4 \times 3 \times 7^2$$

2352		2
1176		2
588		2
294		2
147		3
49		7
7		7
1		

Le nombre de diviseurs d'un nombre est égal au produit des puissances de chacun de ses facteurs premiers, augmentée de 1.



2 – Donner le nombre de diviseurs de chacun des entiers a et b .

$$a = 2^4 \times 3^1 \times 7^2$$

$$(4+1)(1+1)(2+1) = 5 \times 2 \times 3 = 30$$

le nombre de diviseurs de a est 30

$$b = 2^1 \times 3^3 \times 5^2 \times 11^1$$

$$(1+1)(3+1)(2+1)(1+1) = 2 \times 4 \times 3 \times 2$$

le nombre de diviseurs de b est 48

هذا الملف تم تجميعه من موقع : Talamid.ma

Exercices d'arithmétique

3 – Déterminer PGCD(a ,b) et PPCM(a ,b).

$$a = 2352 = 2^4 \times 3 \times 7^2$$

$$\text{PGCD}(a , b) = 2 \times 3 = 6$$

$$b = 14850 = 2 \times 3^3 \times 5^2 \times 11$$

$$\text{PPCM}(a , b) = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 = 5821200$$

4 – Déterminer le plus petit entier p tel que le nombre pa soit un carré parfait.

$$a = 2^4 \times 3 \times 7^2 \quad \text{donc} \quad a = (2^2 \times 7)^2 \times 3$$

Pour déterminer le plus petit entier naturel p pour que pa soit un carré parfait il suffit de prendre $p = 3$

$$3a = 3 \times 2^4 \times 3 \times 7^2 \quad \text{donc} \quad 3a = 2^4 \times 3^2 \times 7^2 = (2^2 \times 3 \times 7)^2$$

Le plus petit entier naturel p pour que pa soit un carré parfait est $p = 3$

5 - Déterminer le plus petit entier naturel q tel que le nombre qb soit un cube parfait

$$b = 14850 = 2 \times 3^3 \times 5^2 \times 11$$

$$2^2 \times 5 \times 11^2 \times b = 2^2 \times 5 \times 11^2 \times 2 \times 3^3 \times 5^2 \times 11 \quad 2^2 \times 5 \times 11^2 = 2420$$

$$2420b = (2 \times 3 \times 5 \times 11)^3 \quad \text{donc} \quad 2420b = (330)^3$$

Le plus petit entier naturel q pour que qb soit un cube parfait est $q = 2420$