Tronc commun S Bac international	correction serie4	prof: atmani najib

Exercice 1 : (correction)

1. Le nombre $A=(n+3)(n+4)+5$ est impair car $(n+3)(n+4)$ est pair (produit de deux nombres consécutifs) et 5 impair.
   Le nombre $B=3^{2015}+4^{2016}$ est impair (somme de deux nombres de différente parité).
   Le nombre $C=3n^2+n$ est car $C=3n^2+n=n(n+1)+2n^2$ somme de deux nombres pairs.
   Le nombre $D=(n+7)+(n+8)$ est impair (somme de deux nombres de consécutifs).
2. a , b et c trois nombres consécutifs
   Si a est pair alors a+b+c est impair
   Si a est impair alors a+b+c est pair
   Si a est pair alors ac est pair (produit de deux nombres de même parité).
   Si a est impair alors ac est impair (produit de deux nombres de même parité).

Exercice2: (correction) soit n et k deux entiers naturels.

1. supposons que $n=5k+1$ alors $n^2+1=(5k+1)^2-1=25k^2+10k+1-1=5(5k^2+2k)$
   donc divisible par 5.
2. supposons que si $n=5k+2$ alors $n^2+1=(5k+2)^2+1=25k^2+20k+4+1=5(5k^2+4k+1)$
   donc divisible par 5.
3. (n) ; (n+1) , (n+2) ,(n+3) et (n+4) sont cinq nombres entiers consécutifs
   et on a $(n)+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=5n+10=5(n+2)$
   donc c' est un multiple de 5.
4. (2n) , (2n+2) et (2n+4) sont trois nombres pairs consécutifs
   et on a $(2n)+(2n+2)+(2n+4)=6n+6=6(n+1)$ donc c'est un multiple de 6.
5. (2n+1) , (2n+3)et (2n+5) sont trois nombres impairs consécutifs
   et on a $(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)=6n+9=3(2n+3)$ donc c'est un multiple de 3.
6. n , m et k trois entiers naturels,
   supposons que $3n+2m$ et $7n+5m$ sont deux multiples de k
   alors $3n+2m=kp$ et $7n+5m=kq$
   $\begin{cases} 5\times & 3n+2m & = & kp \\ -2\times & 7n+5m & = & kq \end{cases}$ donc $\begin{cases} 15n+10m & = & 5kp \\ -14n+-10m & = & -2kq \end{cases}$
   d'où $n=5kp-2kq=k(5p-2q)$ doc n est multiple de k.

Exercice3 : (correction)

1. $A=49\times 11+7$ n'est pas premier car il est divisible par 7
   $B=5\times 2\times 7+24$ n'est pas premier car il est divisible par 2
   $C=33+11\times 7$ n'est pas premier car il est divisible par 11
2. 17^2 n'est pas premier car il est divisible par 17
   Les nombres premiers inferieurs à $\sqrt{317}$ sont : 2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 et 17
   ils ne divisent pas 317 donc il est premier.

Exercice4: (correction)

1. On pose $A=5^{n+2}-5^n$ avec $n\in\mathbb{N}$
   On a $A=5^{n+2}-5^n=5^n(5^2-1)=5^n(25-1)=5^n\times 24=5^n\times 2^3\times 3$

Donc $A = 5^n \times 2^3 \times 3 = 6 \times (5^n \times 2^2)$ donc divisible par 6.

2. On pose $B = 3^{n+3} + 3^n$ avec $n \in \mathbb{N}$

   $B = 3^{n+3} + 3^n = 3^n(3^3 + 1) = 3^n \times 28 = 3^3 \times 2^2 \times 7$

   On a $B = 3^3 \times 2^2 \times 7 = 14 \times (3^n \times 2)$ donc divisible par 14.

Exercice5: (correction)

1. On a $E = (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n+1$
2. On a $E = 2n+1$ donc E est un entier impair pour tout n de $\mathbb{N}$
3. D'après la première question :

   $17 = 2 \times 8 + 1 = 9^2 - 8^2$

   $45 = 2 \times 22 + 1 = 23^2 - 22^2$.

   $101 = 2 \times 50 + 1 = 51^2 - 50^2$