

Professeur : Rachid BELEMOU	COURS	Niveau : TCT - BIOF
Lycée : Oued Eddahab	Les ensembles des nombres	Année : 2017-2018

1. Les nombres entiers

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \text{ensemble des entiers naturels}$$

Remarques.

- Les entiers (relatifs) sont munis du signe + ou du signe -. On a :

$$\mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_- = \mathbb{Z}$$

- L'ensemble des entiers relatifs positifs est égal à l'ensemble des entiers naturels.

$$\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$$

- L'ensemble des entiers naturels est inclus dans l'ensemble des entiers :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

2. Les nombres décimaux

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{n}{10^m} / n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N} \right\} \text{ est l'ensemble des nombres décimaux}$$

Exemples.

$$\frac{1}{4} = 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{25}{10^2} \in \mathbb{D} \quad \frac{3}{200} = -\frac{15}{1000} = -\frac{15}{10^3} \in \mathbb{D} \quad 9 = \frac{9}{1} = \frac{9}{10^0} \in \mathbb{D}$$

3. Les nombres rationnels

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\} \text{ est l'ensemble des nombres rationnels}$$

Exemples.

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}, \quad \frac{-315}{29} \in \mathbb{Q}, \quad \frac{1998}{-1997} \in \mathbb{Q} \quad 1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \in \mathbb{Q} \quad -0,375 = -\frac{375}{1000} = -\frac{3}{8} \in \mathbb{Q}$$

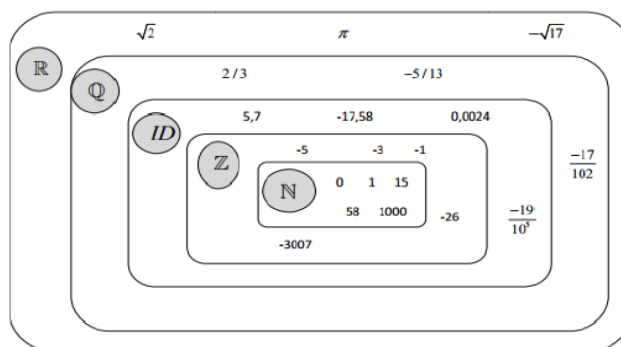
4. Les nombres réels

$\mathbb{R}$ = ensemble de tous les nombres

= ensemble des nombres réels

= ensemble des nombres rationnels et des nombres

Voici un diagramme de Venn avec tous les ensembles de nombres :



Résumons finalement les relations: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Exercices d'application : (1, 12 - Serie)

5. Regles de calcul :

1. Les fractions :

Propriétés :

Soient a,b,c,d quatres nombres reels tels que $b \neq 0$; $d \neq 0$.

$$\bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\bullet \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\bullet \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Exercices d'application : (5 - Serie)

2. Les racines carrées :

Definition:

Soit x un nombre reel positif, la **racine carree** de x est le nombre positif dont le carre est egal à x .

Ce nombre est noté : $\sqrt{x}$. et

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

Proprietes :

- Si $a \geq 0$, $\sqrt{a^2} = a$.
- Si $a \geq 0$ $b \geq 0$, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
- Si $a \geq 0$ $b > 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Remarque :

- $3 - \sqrt{5}$ s'appelle la **quantite conjuguée** de l'expression $3 + \sqrt{5}$.

Exercices d'application : (9, 10 - Serie)

3. Les puissances :

Definition:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

Proprietes :

- Si $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^0 = 1$.
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
- $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n \times b^n$.
- Si $b \neq 0$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exercices d'application : (3 - Serie)

6. Identités remarquables

Pour tous réels a et b , on a :

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab^2 + 3a^2b$ $(a-b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
--	--	--

Exercices d'application : (13,14 - Serie)

7. Puissances de 10

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$	$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$
--	---

Exercices d'application : (2 - Serie)

8. Ecriture scientifique

Ecrire un nombre en écriture scientifique c'est l'exprimer sous la forme :

$$\underbrace{a}_{\text{Nombre entre 1 et 10 exclu}} \times 10^n$$

Pour les nombres supérieurs à 1 (en valeur absolue), l'exposant n sera positif.	Pour les nombres inférieurs à 1 (en valeur absolue), l'exposant n sera négatif.
$9,5 = 9,5 \times 10^0$ $50,7 = 5,07 \times 10^1$ $1\ 000 = 1 \times 10^3$ $1\ 234 = 1,234 \times 10^3$ $-25,1 = -2,51 \times 10^1$ $\frac{5}{2} = 2,5 = 2,5 \times 10^0$	$0,5 = 5 \times 10^{-1}$ $0,02 = 2 \times 10^{-2}$ $0,0123 = 1,23 \times 10^{-2}$ $0,000\ 15 = 1,5 \times 10^{-4}$ $-0,7 = -7 \times 10^{-1}$ $\frac{1}{4} = 0,25 = 2,5 \times 10^{-1}$