

Exercice 1 : (5pts)

1°. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

$$2x^2 + x - 1 = 0 \quad ; \quad 2x^2 - 2\sqrt{2} + 1 = 0$$

2°. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $2x^2 + x - 1 > 0$

3°. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2\sin^2(x) - 2\sqrt{2}\sin(x) + 1 = 0$

4°. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant en utilisant la méthode du déterminant : $\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$

Exercice 2 : (6pts)

Soit x un nombre réel, on pose : $A(x) = 4\cos^2(x) + \sin^4(x)$

1°. Montrer que pour tout x de \mathbb{R} : $A(x) = (2 - \sin^2(x))^2$

2°. Calculer : $A(0)$; $A(\frac{\pi}{2})$

3°. a°. Déterminer l'abscisse curvilingne principale du point M d'abscisse curvilingne $\frac{-2005\pi}{3}$

b°. Déduire la valeur de $A(\frac{-2005\pi}{2})$

4°. a°. Montrer que : $A(x) = \left(1 + \frac{1}{1+\tan^2(x)}\right)^2$

b°. Soit $x \in [0; \frac{\pi}{2}[$, Calculer $A(x)$ sachant que $\tan(x) = 1$

Exercice 3 : (5pts)

Soit x un nombre réel.

1°. Calculer : $\sin\left(\frac{52\pi}{3}\right)$; $\cos\left(\frac{-39\pi}{2}\right)$; $\tan\left(\frac{-413\pi}{4}\right)$

2°. Simplifier le nombre : $B = \cos\left(3x + \frac{41\pi}{2}\right) + \sin\left(3x + 305\pi\right) + \cos\left(3x + \frac{19\pi}{2}\right)$

3°. Déduire la valeur de : $B\left(\frac{\pi}{9}\right)$

Exercice 4 : (4pts)

Soit $x \in \mathbb{R}$; on pose : $F(x) = \sqrt{2}\cos^2(x) - (\sqrt{2} + 1)\cos(x) + 1$

1°. Montrer que : $F(x) = (\cos(x) - 1)\left(\sqrt{2}\cos(x) - 1\right)$

2°. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'équation $F(x) = 0$

3°. Etudier le signe de $F(x)$ sur $[-\pi; \pi]$ (dresser le tableau de signe de $F(x)$)

4°. Déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $F(x) \leq 0$

Exercice 5 : (2pts)

Résoudre dans $]-\pi; \pi[$ l'inéquation : $\frac{2\sin^2(x) + \sin(x) - 1}{4\cos^2(x) - 1} \geq 0$

Pr : Khalid CHIDA