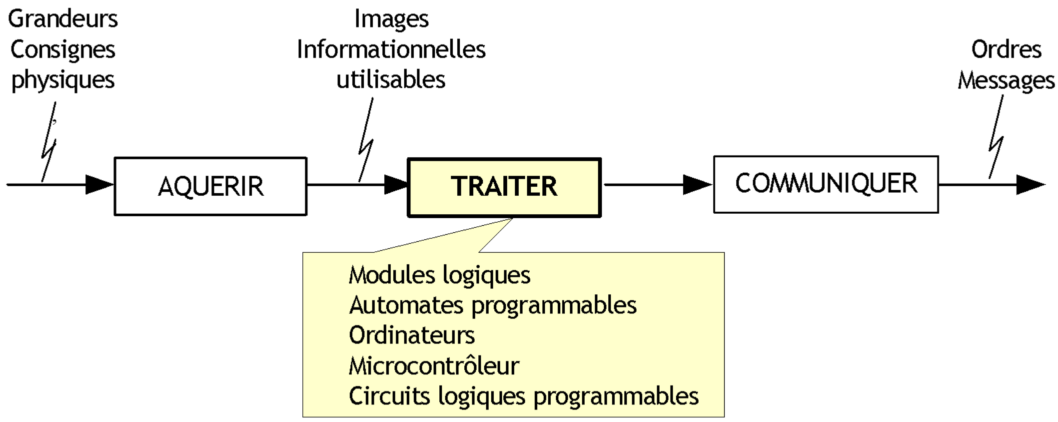
FONCTION

TRAITER

PRESENTATION

Dans un système automatisé, le traitement des informations concernant principalement l'état de la PO (capteurs, consignes utilisateur, etc.) nécessitent des organes de commande dotée d'une certaine intelligence relativement élevée, allant du simple circuit logique combinatoire jusqu'au microordinateur sophistiqué.

La position de la fonction "Traiter" dans une chaîne d'information, ainsi que les différentes réalisations principales sont représentées par la figure suivante.



COMPETENCES ATTENDUES

A partir de tout ou partie d'un produit support avec son cahier des charges et son dossier technique :

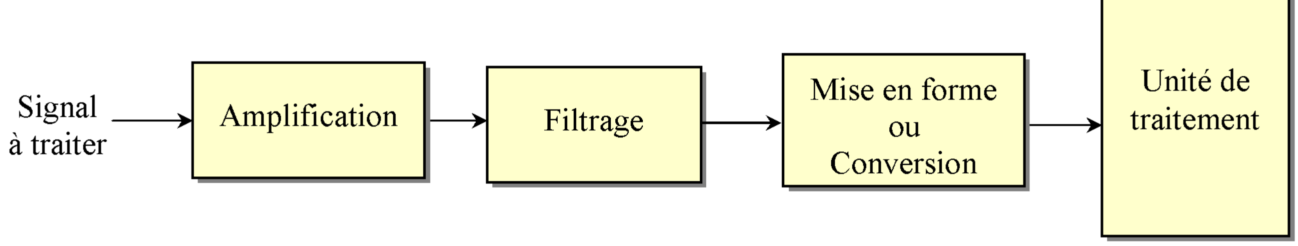
- Exprimer les entrées/sorties d'une unité de traitement des données acquises
- Mettre en œuvre une unité de traitement de l'information

1-Introduction :

Généralement, un capteur fournit un signal électrique qui peut se mettre sous différentes formes (tension, courant, etc.) et qui n'est pas directement exploitable.

Le conditionnement du signal consiste à transformer et adapter le signal de départ afin de lui donner la forme la plus appropriée pour son traitement. Plusieurs fonctions contribuent à cette fin comme c'est indiqué dans la figure 1 :

Fig. 1 : Les fonctions de base d'une chaîne d'acquisition



- L'amplification consiste à modifier l'amplitude du signal sans changer sa forme ni sa nature ;
- Le filtrage consiste en une structure adaptée et calculée, qui laissera passer certains signaux et pas d'autres.
- La mise en forme ou la conversion consiste en une modification de la nature du signal. Par exemple, cela peut être une transformation :
  - ✓ d'un courant en une tension et inversement ;
  - ✓ d'un signal analogique en un signal logique ou numérique.

2- Les systèmes de numération :

Les systèmes de numération sont utilisés pour manipuler les nombres dans les différentes bases lors de la programmation des systèmes logiques. Parmi les bases utilisées :

1. La base décimal (10), les symboles sont : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 .
2. La base binaire (2), les symboles sont : 0 , 1 .
3. La base octale (8), les symboles sont : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7.
4. La base hexadécimal (16),les symboles sont : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , A , B , C , D , E , F

3- Forme canonique d'un nombre :

Soit N = 1963 dans la base 10 .

$1963 = 1000 + 900 + 60 + 3$

$\quad = 1.10^3 + 9.10^2 + 6.10^1 + 3.10^0$

Remplaçons la base 10 par B et les symboles 1.9.6.3 par a_3 , a_2 ,a_1 , a_0

$N = a_3B^3 + a_2B^2 + a_1B^1 + a_0B^0$

Pour généraliser cette formule dans un système de numération à base B quelconque un nombre N peut s'écrire :

$$N = a_nB^n + a_{n-1}B^{n-1} + a_{n-2}B^{n-2} + \ldots\ldots + a_1B^1 + a_0B^0$$

a) remarque:

- Chaque symbole a_i peut prendre une valeur comprise entre 0 et B-1 .
- Dans la base (10) $a_i \in \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 \}$
- Dans la base (2) $a_i \in \{ 0 , 1 \}$
- Dans la base (8) $a_i \in \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 \}$
- Dans la base (16) $a_i \in \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , A , B , C , E , F \}$

b) exemple: écrire la forme canonique de N = $(17)_{10}$ dans le autres bases B = 10 ,2 , 8 ,16

$(17)_{10} = 10 + 7$
$= 1.10^1 + 7.10^0$

$(17)_{10} = 16 + 1$
$= 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0$

$(17)_{10} = 16 + 1$
$= 2.8^1 + 1.8^0$

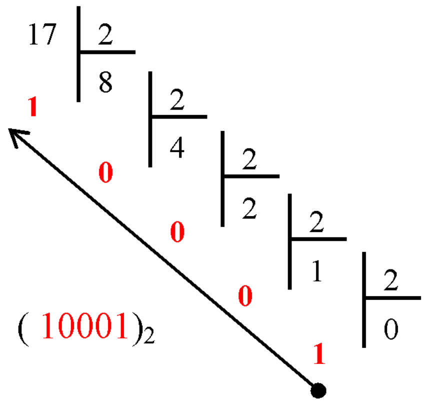
$(17)_{10} = 16 + 1$
$= 1.16^1 + 1.16^0$

4- Changement de base :

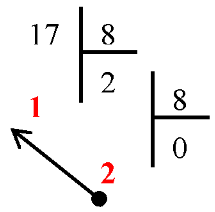
41-Conversion de la base 10à une autre base B : 2 – 8 –16

a / méthode de division :

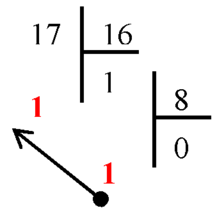
- *exemple* : $(17)_{10} = (?)_2 = (?)_8 =(?)_{16}$



$(17)_{10} = (10001)_2$



$(17)_{10} = (21)_8$



$(17)_{10} = (11)_{16}$

b/ utilisation de la forme canonique :

- *exemple* : $(17)_{10} = (?)_2 = (?)_8 =(?)_{16}$

$(17)_{10} = 16 + 1$
$= 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0$

$(17)_{10} = 16 + 1$
$= 2.8^1 + 1.8^0$

$(17)_{10} = 16 + 1$
$= 1.16^1 + 1.16^0$

42Conversion de la base 2 – 8 –16 à la base 10 :

- *exemples*

$(10001)_2 = (?)_{10}$ $(21)_8 = (?)_{10}$ $(11)_{16}= (?)_{10}$

$(10001)_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = (17)_{10}$

$(21)_8 = 2.8^1 + 1.8^0 = (17)_{10}$

$(11)_{16} = 1.16^1 + 1.16^0 = (17)_{10}$

43 conversion du la base 2 à la base 8-16 et inversement.

a) conversion de la base 2 à la base $8=2^3$:

- *Tableau des correspondances des bases.*

décimal	binaire					octal	hexadécimal
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1
2	0	0	0	1	0	2	2
3	0	0	0	1	1	3	3
4	0	0	1	0	0	4	4
5	0	0	1	0	1	5	5
6	0	0	1	1	0	6	6
7	0	0	1	1	1	7	7
8	0	1	0	0	0	10	8
9	0	1	0	0	1	11	9
10	0	1	0	1	0	12	A
11	0	1	0	1	1	13	B
12	0	1	1	0	0	14	C
13	0	1	1	0	1	15	D
14	0	1	1	1	0	16	E
15	0	1	1	1	1	17	F
16	1	0	0	0	0	20	10
17	1	0	0	0	1	21	11
18	1	0	0	1	0	22	12

- *Exemple*

$(10001)_2 = 010001$
$= (21)_8$

- *Règle*

Pour passer de la base 2 à la base $8=2^3$, on procède par des groupement de 3 termes (bits)

b) conversion de la base 2 à la base $16=2^4$:

- *Exemple*

$(10001)_2 = 00010001$
$= (11)_{16}$

- *Règle*

Pour passer de la base 2 à la base $8=2^3$, on procède par des groupement de 4 termes (bits)

c) remarque :

Le principe même est utilisé en sens inverse (de 8 à 2 ou de 16 à 2) pour les conversion de la base 16 à la base8 elles sont obtenues en passant par la base 2 .

- *Exemple*

$(11)_{16} = (00010001)_2 = (21)_8$

5-Exercices d'application :

Convertir les nombres suivants dans les bases demandées :

Base décimale	Base binaire	Base octale	Base hexadécimale
……………………	10111	……………………	……………………
66	……………………	……………………	……………………
130	……………………	……………………	……………………
……………………	101111	……………………	……………………
……………………	11111000	……………………	……………………
……………………	……………………	72	……………………
……………………	……………………	42	……………………
……………………	……………………	……………………	2A
……………………	……………………	……………………	CAF

Nota : le choix de la méthode de résolution reste a l'initiative de l'élève.

Tableau des correspondances des bases.

décimal	binaire					octal	hexadécimal
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1
2	0	0	0	1	0	2	2
3	0	0	0	1	1	3	3
4	0	0	1	0	0	4	4
5	0	0	1	0	1	5	5
6	0	0	1	1	0	6	6
7	0	0	1	1	1	7	7
8	0	1	0	0	0	10	8
9	0	1	0	0	1	11	9
10	0	1	0	1	0	12	A
11	0	1	0	1	1	13	B
12	0	1	1	0	0	14	C
13	0	1	1	0	1	15	D
14	0	1	1	1	0	16	E
15	0	1	1	1	1	17	F
16	1	0	0	0	0	20	10
17	1	0	0	0	1	21	11
18	1	0	0	1	0	22	12

6- Fonctions logiques :

61- Introduction :

George Boole (1815-1864), mathématicien anglais, est l'inventeur d'une algèbre dite booléenne dont chaque variable ne peut prendre que deux états. Les deux états d'une variable binaire sont des états logiques désignés par les symboles 0 et 1 (Faux et Vrai).
L'état logique 0 correspond généralement à un état d'absence, d'arrêt, etc...,
l'état logique 1 à un état de présence, de marche, etc... .

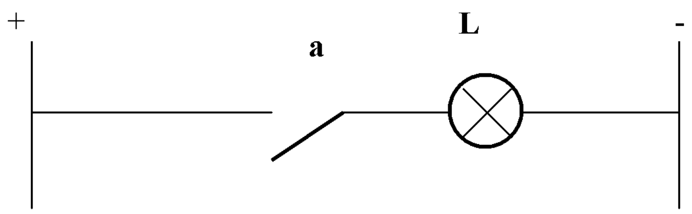
Exemple :

- Une lampe allumée L= 1
- Une lampe éteinte L= 0

62- Variable binaire ou " variable booléenne " :

C'est une variable qui a deux valeurs distinctes (0 ou 1).

63- Analogie entre circuit électrique et variable binaire :

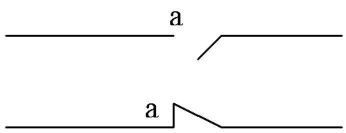


- L est allumée (L=1) si a est fermé : a= 1
- L est éteinte (L= 0) si a est ouvert : a= 0

64- Convention d'écriture:

Le schéma électrique d'un interrupteur est toujours représenté à l'état repos.

- si **a** est ouvert au repos on note : (**a** = **0**)
- si **a** est fermé au repos on note : (**a = 1**)



7 – Etude des quatre opérations logiques élémentaires:

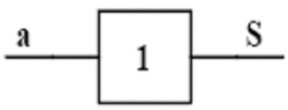
71 -Définition:

Un chronogramme décrit l'état logique (0 ou 1, Faux ou Vrai) d'une variable binaire dans le temps.

72 - Opérateur OUI ou opérateur Egalité S = a

Logigramme

Symbole **EURO**

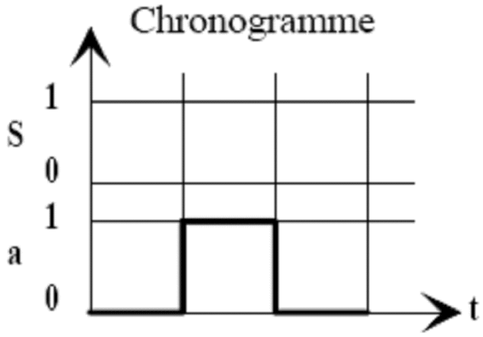


Symbole **USA**

Table de vérité

a	S
0	
1	

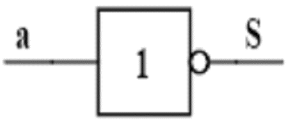
Chronogramme



73 - Opérateur NON ou opérateur Complémentation S = a (se prononce a barre)

Logigramme

Symbole **EURO**

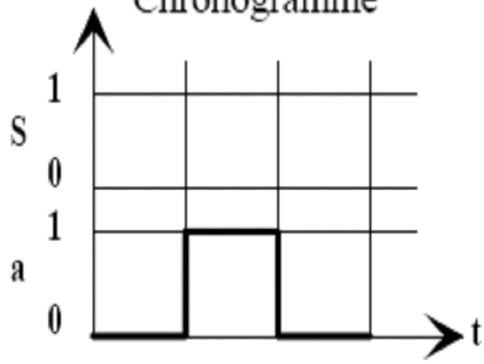


Symbole **USA**

Table de vérité

a	S
0	
1	

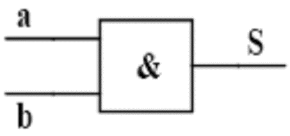
Chronogramme



74 - Opérateur ET ou opérateur Produit Logique S = a . b (se prononce a et b)

Logigramme

Symbole **EURO**

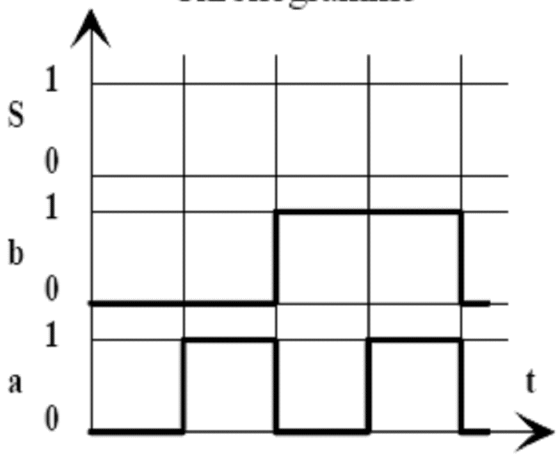


Symbole **USA**

Table de vérité

a	b	S
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

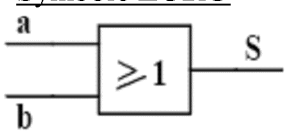
Chronogramme



75 - Opérateur OU ou opérateur Somme Logique S = a + b (se prononce a ou b)

Logigramme

Symbole **EURO**

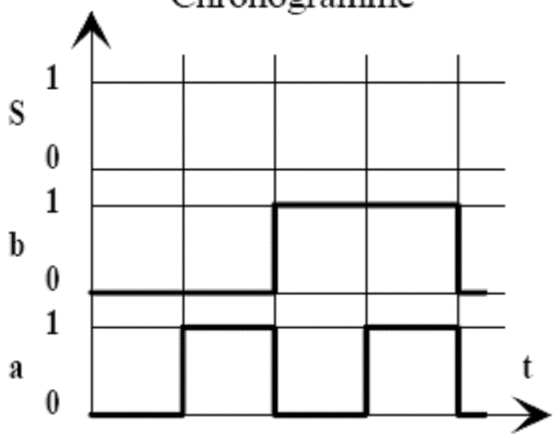


Symbole **USA**

Table de vérité

a	b	S
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Chronogramme



76- Relation de l'algèbre de boole.

1 Commutativité

$a.b = b.a$

$a + b = b + a$

2 Associativité.

$a.(b.c) = (a.b).c = (a.c).b = a.b.c$

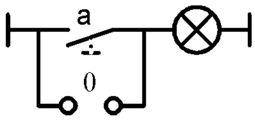
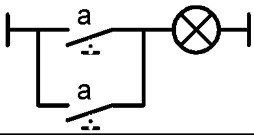
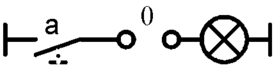
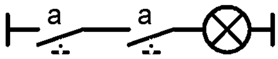
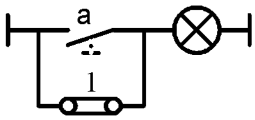
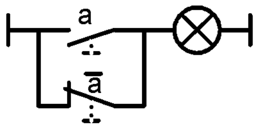
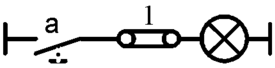
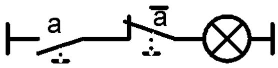
$a + (b + c) = (a + b) + c = (a + c) + b = a + b + c$

3 Distributivité

$a.(b + c) = (a.b) + (a.c)$

$a + (b.c) = (a + b).(a + c)$

8-Relations particulières.

Représentation électrique	Equation	Représentation électrique	Equation
	$a + 0 = a$		$a + a = a$
	$a \, . \, 0 = 0$		$a \, . \, a = a$
	$a + 1 = 1$		$a + \bar{a} = 1$
	$a \, . \, 1 = a$		$a \, . \, \bar{a} = 0$

9 – Simplification des fonction logique :

91- introduction :

Pour fabriquer des systèmes à moindre coût, il faut simplifier leurs fonctions logiques.
Parmi les méthodes de simplification on trouve :

- La simplification algébrique.
- La simplification graphique (tableau de karnaugh)

92- la simplification algébrique :

a) identités remarquables

$a + \bar{a}b = a + b$ ……………………………………………………………………

$a + ab = a$ ……………………………………………………………………

$ab + \bar{a}c + bc = ab + ac$ ……………………………………………………………………

b) théorème de DEMORGAN :

$$\overline{a + b + c} = \bar{a} \, . \, \bar{b} \, . \, \bar{c}$$

$$\overline{a \, . \, b \, . \, c} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$$

c) Exemples d'application :

Simplifier les fonctions logiques suivantes en utilisant la méthode algébrique et calculer leurs fonctions complémentaires :

$L_1 = ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c$; $L_2 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}c\bar{d}$

$L_3 = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + a\bar{c}\bar{d} + \bar{c}\bar{d}$ $L_4 = \bar{c}\bar{d} + c\bar{d} + \bar{a}\bar{b} + a\bar{b}$

92- la simplification graphique :

a) principe:

Table de vérité

a	b	c	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Tableau de Karnaugh

L: a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0

b) Exemples de simplification par tableau de Karnaugh :

Exemple1

F: a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	0	0	1

G1 G2

Exemple2

F: A \ B	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	0	0	1

Exemple3 :

F: ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	1	1	0	1

c) Règles de simplification

- Rassembler les « 1 » notés dans les cases avec des groupes contenant (1 , 2 , 4 , 8 , 16 ,...) éléments (recherche les groupements les plus grands pour obtenir des équations simplifiées).
- Chacun des groupements donne un terme, seules les variables qui ne changent pas détats sont conservées
- La somme de ces termes constitue l'équation simplifiée

c) Applications

Simplifier les fonctions suivantes en utilisant la méthode de Karnaugh

$L_1 = a + \overline{a}b$ $\qquad$ $L_2 = ab + \overline{a}c + bc$

$L_3 = \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + ab\overline{c} + a\overline{b}\,\overline{c} + \overline{a}b\overline{c}$ $\qquad$ $L_4 = ab + ab\overline{c} + \overline{a}bc + \overline{a}b\overline{c}$

$L_5 = \overline{c}\,\overline{d} + c\overline{d} + \overline{a}\,\overline{b} + a\overline{b}$

Conversion entre les systèmes

1.1.1 Conversion : BINAIRE → DECIMAL.

Il suffit d'appliquer la formule générale du § 5.1, avec B = 2

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{1\ 1\ 0\ 1})_2 &= 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 \\
&= 8 + 4 + 0 + 1 \\
&= (\mathbf{13})_{10}
\end{aligned}
$$

1.1.2 Conversion : HEXADECIMAL → DECIMAL.

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{A\ 3\ B})_{16} &= A\times16^2 + 3\times16^1 + B\times16^0 \\
&= (10\times256) + (3\times16) + (11\times1) \\
&= 2560 + 48 + 11 \\
&= (\mathbf{2619})_{10}
\end{aligned}
$$

Autre forme d'écriture : $ A 3 B = $(2619)_{10}$

1.1.3 Conversion d'un nombre dans une base différente

La méthode des **divisions successives** par le nombre exprimant la base permet de passer de la représentation décimale à la représentation souhaitée. Le reste de la première division donne la valeur du digit le moins significatif (qui sera écrit le plus à droite).

Convertir $(13)_{10}$ en base 2

digit le moins significatif

$$
\begin{array}{r|l}
13 & 2 \\
\mathbf{1} & 6 \;|\; 2 \\
 & \mathbf{0} \;\;|\; 3 \;|\; 2 \\
 & \quad\;\; \mathbf{1} \;|\; 1 \;|\; 2 \\
 & \qquad\quad\; \mathbf{1} \;|\; 0
\end{array}
$$

$(13)_{10} = (\mathbf{1\ 1\ 0\ 1})_2$

Convertir $(2619)_{10}$ en base 16

$$
\begin{array}{r|l}
2619 & 16 \\
(B)\,11 & 163 \;|\; 16 \\
 & \;\;\mathbf{3} \;\;|\; 10 \;|\; 16 \\
 & \qquad (A)\,10 \;|\; 0
\end{array}
$$

$(2619)_{10} = (\mathbf{A\ 3\ B})_{16}$

1.1.4 Conversion : *BINAIRE ⇔ HEXADECIMAL.*

Une des propriétés du système hexadécimal est la simplicité de conversion avec le système binaire. Ceci est dû au fait que la base 16 est une puissance entière de 2. $(16 = 2^4)$

Conversion: binaire ⇒ hexadécimal

Il suffit de séparer le nombre binaire en tranches de 4 chiffres (quartet) à partir de la droite, et de prendre l'équivalent en hexadécimal de chaque tranche.

$(\mathbf{10010100})_2$ = 1001 0100 = $(\mathbf{9\ 4})_{16}$

↓ ↓

9 **4**

$(\mathbf{110110011010})_2$ = 1101 1001 1010 = $(\mathbf{D\ 9\ A})_{16}$

↓ ↓ ↓

D **9** **A**

Conversion: hexadécimal ⇒ binaire

Il suffit de remplacer chaque digit hexadécimal par son équivalent binaire écrit sur 4 digits.

$(\mathbf{E\ 7\ B})_{16}$ = E 7 B = $(\mathbf{111001111011})_2$

↓ ↓ ↓

1110 **0111** **1011**

Exercices :

Pour chacun des cas ci-dessous, on vous demande de donner l'équation de la variable de sortie en fonction des variables d'entrée.

A

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

équation de A : ______________

B

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	0	0	0

équation de B : ______________

C

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

équation de C : ______________

D

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

équation de D : ______________

E

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

équation de E : ______________

F

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

équation de F : ______________

G

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	0
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

équation de G : ______________

H

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

équation de H : ______________

I

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	0	0

équation de I : ______________

J

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

équation de J : ______________

K

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	1

équation de K : ______________

L

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	1	1	0
11	1	0	0	1
10	0	0	1	0

équation de L : ______________

.