

تصحيح تمارين توازن جسم صلب قابل الدوران حول محور ثابت

تمرين 1

1 — حساب عزم كل قوة بالنسبة للمحور Δ

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot OA = 0,5 \text{ N.m}$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = +F_2 \cdot r = 2 \text{ N.m}$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_3) = -F_3 \cdot r = -2,5 \text{ N.m}$$

2 — حساب المجموع الجبري لعزم القوى المطبقة على القرص

القوى المطبقة على القرص هي $\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_3) = 0 + 0 + 0,5 + 2 - 2,5 = 0$$

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0$$

3 — هل القرص في حالة توازن ؟

هذا الشرط غير كافٍ لاستنتاج الطبيعة الميكانيكية للقرص $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0$

تمرين 2

العلاقة بين α, m, M بما أن القرص في حالة توازن يمكن تطبيق مبرهنة العزوم .

— القوى المطبقة على القرص : $\vec{T}_B, \vec{P}, \vec{R}, \vec{P}_A$

— نطبق مبرهنة العزوم : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_B) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_A) = 0$ (1)

بالنسبة ل $\vec{P}$ و $\vec{R}$ فخط تأثيرهما يتقاطع مع محور الدوران Δ

$\vec{P}_S, \vec{T}_B'$ وبما أن الجسم S في حالة توازن تحت تأثير فوتين $\vec{P}_S, \vec{T}_B'$

فحسب شرطي التوازن $Mg = T_B'$ وحسب التأثيرات المتبادلة والخيط غير قابل الامتداد

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_B) = M \cdot g \cdot r \text{ وبالتالي } T_B' = T_B = Mg$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_A) = -mg \cdot d \text{ بحيث أن } d = r \sin \alpha \text{ وبالتالي}$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_A) = -mg \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$M = m \sin \alpha \text{ في العلاقة (1) } Mgr - mgr \sin \alpha = 0 \text{ أي أن}$$

تمرين 3

1 — تعبير شدة القوة T بدلالة g, m, α بتطبيق مبرهنة العزوم :

القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}_A$ بحيث $\vec{R}$ القوة المقرونة بتأثير الجدار على العارضة .

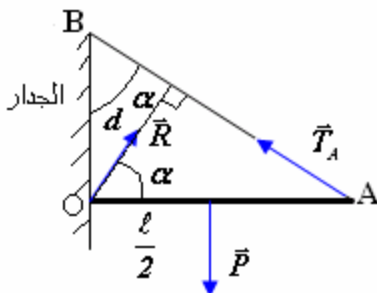
لإيجاد التعبير المطلوب في السؤال نطبق مبرهنة العزوم بالنسبة لمحور مار من النقطة O وفي هذه الحالة فإن عزم القوة $\vec{R}$ بالنسبة للنقطة O منعدم

$$\mathcal{M}_O(\vec{R}) = 0 \text{ نظرا لتقاطع خط تأثير هذه القوة والنقطة O}$$

$$\text{حسب مبرهنة العزوم : } \mathcal{M}_O(\vec{P}) + \mathcal{M}_O(\vec{R}) + \mathcal{M}_O(\vec{T}_A) = 0 \text{ (1)}$$

باختيار منحى موجب كما هو في الشكل نحصل على :

$$\mathcal{M}_O(\vec{T}_A) = -T \cdot d \text{ و } \mathcal{M}_O(\vec{P}) = +mg \cdot \frac{\ell}{2} \text{ بحيث أن } d = OB \cdot \sin \alpha$$



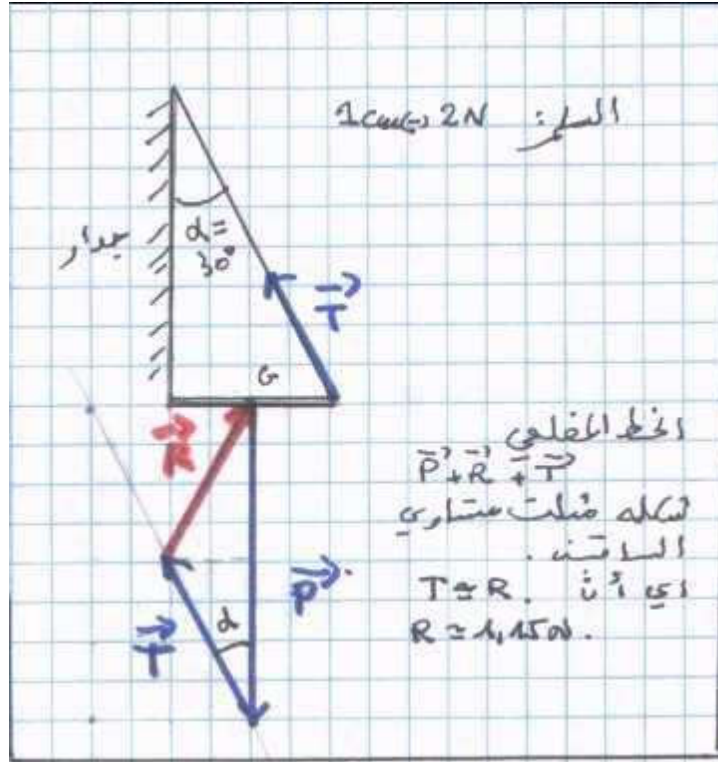
$$T.OB.\sin \alpha = mg \frac{\ell}{2}$$

$$T = \frac{mg\sqrt{3}}{6 \sin \alpha}$$

نحسب α

$$T = 1.155 N \quad \alpha = 30^\circ \quad \tan \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

2 — تحديد مميزات القوة $\vec{R}$ باستعمال الطريقة المبيانية .



تمرين 4

I — دراسة توازن الجسم S

1 — جرد القوى المطبقة على الجسم S

$\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}$ بحيث أن القوة المقرونة بتأثير الساق على الجسم S

بما أن الجسم في توازن فحسب شرطي التوازن نستنتج العلاقة المتجهية بين القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$

2 — الطريقة المبيانية

نمثل $\vec{P}$ بجميع مميزاتها شدتها $P = m.g = 2N$

نستعمل السلم $1cm \Leftrightarrow 1N$

نطبق شرطي التوازن : الخط المضلعي للقوى $\vec{P}, \vec{R}, \vec{F}$ مغلق و خطوط تأثيرها

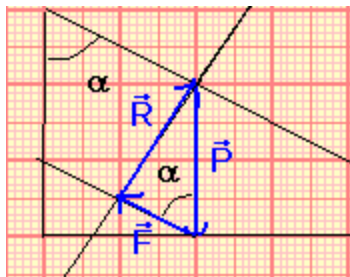
متلاقية ومستوية

يجب الإنتباه أن التماس بين الجسم S والقضيب يتم بدون احتكاك أي أن القوة $\vec{R}$

عمودية على القضيب وبذلك يكون شكل الخط المضلعي مثلث قائم الزاوية ($\vec{R} \perp \vec{T}$) حسب الشكل نستنتج أن

$$\cos \alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow F = mg \cos \alpha$$

3 — تعبير طول النابض النهائي هو :



$$\ell = \frac{mg \cos \alpha}{k} + \ell_0 \text{ وبالتالي } \Delta \ell = \frac{mg \cos \alpha}{k} \text{ ومنه } k \Delta \ell = mg \cos \alpha \text{ أي أن } F = k \Delta \ell$$

تطبيق عددي : $\ell = 14 \text{ cm}$

II — دراسة توازن الساق

1 — جرد القوى المطبقة على الساق $\vec{T}_A, \vec{P}', \vec{R}', \vec{P}$

2 — تطبيق مبرهنة العزوم لنبين أن $T = g \sin \alpha \left(\frac{M}{2} + \frac{m \ell}{L} \right)$

$$\mathcal{M}_A(\vec{R}') + \mathcal{M}_A(\vec{T}) + \mathcal{M}_A(\vec{P}') + \mathcal{M}_A(\vec{P}) = 0$$

باختيار منحى موجب وبما أن خط تأثير القوة المقرونة بتأثير المحور على الساق يتقاطع مع المحور فإن عزمها منعدم .

$$\mathcal{M}_A(\vec{P}) = +mg \ell \sin \alpha \text{ و } \mathcal{M}_A(\vec{P}') = +Mg \cdot \frac{OA}{2} \sin \alpha \text{ و } \mathcal{M}_A(\vec{T}) = -T \cdot OA$$

$$Mg \cdot \frac{OA}{2} \sin \alpha + mg \ell \sin \alpha - T \cdot OA = 0$$

$$T \cdot L = g \sin \alpha \left(\frac{M \cdot L}{2} + m \ell \right)$$

وبالتالي نستنتج التعبير المطلوب : $T = g \sin \alpha \left(\frac{M}{2} + \frac{m \ell}{L} \right)$

