الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

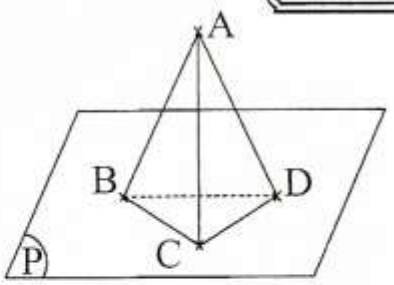
تمارين وحلولها

تمرين 1 :

(P) مستوى في الفضاء (ℰ) حيث B وC وD ثلاث نقط غير مستقيمية من (P) و A ∉ (P)

أنشئ الشكل ثم حدد المستويات الموجودى في الشكل.

الجواب :



وبماأن B وC وD من المستوى (P) و A ∉ (P)

فإن النقط A وB وC وD غير مستوائية

إذن A وB وC وD تحدد رباعي الاوجه.

لدينا أربع مستويات وهي :

(BCD) و (ACD) و (ABD) و(ABC)

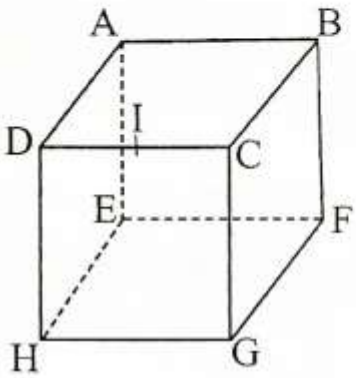
تمرين 2 :

ABCDEFGH مكعبا وI منتصف القطعة [DC]

1 - هل النقطة I تنتمي إلى المستوى(ABC)؟ علل جوابك

2 - بين أن النقط E وH وC وB مستوائية

الجواب :



1 - لدينا ABCD مربع إذن (AB)//(DC)

ومنه A وB وC وD مستوائية

إذن : (DC) ⊂ (ABC)

وبما أن I ∈ [DC] فإن I ∈ (ABC)

2 - لدينا (AD)//(BC) لأن ABCD مربع

و (AD)//(EH) لأن ADHE مربع

إذن (EH)//(BC)

ومنه النقط E وH وC وB مستوائية

تمرين 3 :

نعتبر متوازي المستطيلات القائم حيث قياسات أضلاعه هي على التوالي : 1cm، 2cm، 3cm

1) - ما هو قياس قطر متوازي المستطيلات ؟

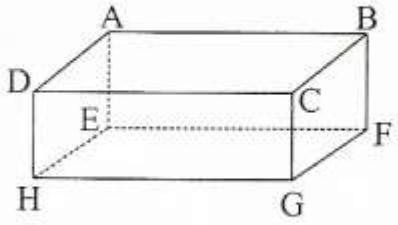
2) - ما هو ضلع مكعب حيث قطر هذا المكعب يساوي قطر متوازي المستطيلات السابق.

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الجواب :

1)



لدينا AG قطر متوازي المستطيلات

لدينا حسب مبرهنة فيتاغورس :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 3^2 + 1^2$$

$$= 10$$

$$AC^2 = 10$$

لدينا كذلك حسب مبرهنة فيتاغورس :

$$AG^2 = AC^2 + CG^2$$

$$= 10 + 2^2$$

$$= 14$$

إذن : $\boxed{AG = \sqrt{14}}$

2) ليكن a ضلع المكعب

إذن قطر المكعب هو : $a\sqrt{3}$

لدينا : $a\sqrt{3} = \sqrt{14}$

إذن $a = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$

$$a = \frac{\sqrt{42}}{3}$$

إذن ضلع المكعب هو : $\frac{\sqrt{42}}{3}$ cm

تمرين 4 :

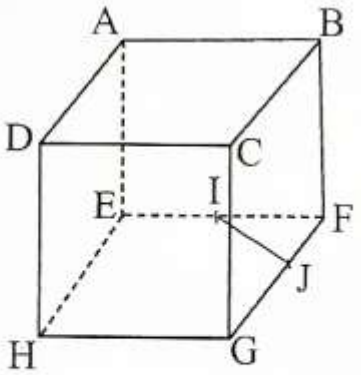
نعتبر ABCDEFGH مكعبا و I منتصف القطعة [EF] و J منتصف القطعة [FG]

1) - هل النقط I و J و F و D مستوائية ؟ (علل جوابك).

2) - بين أن النقط A و C و G و E مستوائية

الجواب :

1)



لدينا $I \in (EF)$ و $J \in (FG)$

إذن النقطتان I و J تنتميان إلى المستوى (EFGH)

ولدينا $D \notin (EFGH)$

إذن النقط I و J و F و D غير مستوائية

2) لدينا $(AE) // (BF)$

و $(BF) // (CG)$

إذن ① $(AE) // (CG)$

ولدينا $AE = BF$

و $CG = BF$

إذن ② $AE = CG$

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

من ① و ② نستنتج أن ACGE متوازي الاضلاع

ومنه $(AC)//(EG)$

إذن النقط A و C و G و E مستوائية.

تمرين 5 :

ليكن ABCD رباعي أوجه

I و J و K نقط من [AB] و [AC] و [AD] على التوالي بحيث

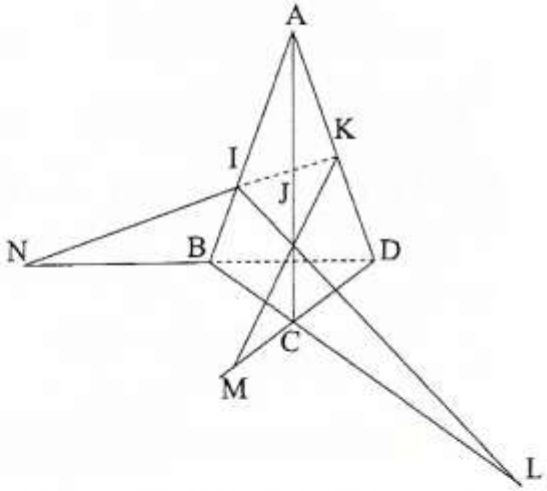
(IJ) يقطع (BC) في L

(JK) يقطع (CD) في M

(IK) يقطع (BD) في N

1 - بين أن النقط L و M و N مستقيمية

الجواب :



نعتبر المستويين (IJK) و (BCD)

لدينا $(IJK) \neq (BCD)$

و $L \in (IJK)$ اذن $\begin{cases} L \in (IJ) \\ (IJ) \subset (IJK) \end{cases}$

$L \in (BCD)$ اذن $\begin{cases} L \in (BC) \\ (BC) \subset (BCD) \end{cases}$

إذن (ILK) و (BCD) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) يمر من L

كذلك لدينا

$M \in (IJK)$ اذن $\begin{cases} M \in (JK) \\ (JK) \subset (IJK) \end{cases}$

$M \in (BCD)$ اذن $\begin{cases} M \in (CD) \\ (CD) \subset (BCD) \end{cases}$

ومنه $M \in (IJK) \cap (BCD) = (\Delta)$

كذلك لدينا

$N \in (IJK)$ اذن $\begin{cases} N \in (IK) \\ (IK) \subset (IJK) \end{cases}$

$N \in (BCD)$ اذن $\begin{cases} N \in (BD) \\ (BD) \subset (BCD) \end{cases}$

ومنه $N \in (IJK) \cap (BCD) = (\Delta)$

ومنه L و M و N تنتمي إلى نفس المستقيم (Δ)

وبالتالي L ، M ، N نقط مستقيمية

تمرين 6 :

ليكن SABCD هوما قاعدته ABCD شبه منحرف حيث (CD) يوازي (AB)

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

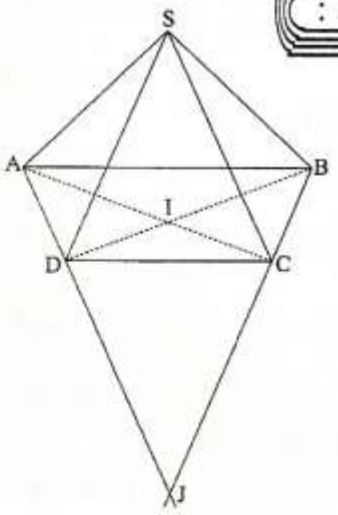
1 - حدد (Δ) تقاطع المستويين (SAC) و (SBD)

2 - حدد (Δ') تقاطع المستويين (SAB) و (SCD)

3 - حدد (Δ") تقاطع المستويين (SAB) و(SCD)

الجواب :

①



لدينا $B \in (SBD)$ و $B \notin (SAC)$

اذن $(SAC) \not\subset (SBD)$ ①

لدينا $S \in (SBD)$ و $S \in (SAC)$

إذن $S \in (SAC) \cap (SBD)$ ②

لتكن I نقطة تقاطع المستقيمين(AC) و(BD)

لدينا : $I \in (AC)$ و $(AC) \subset (SAC)$

فإن $I \in (SAC)$

لدينا $I \in (BD)$ و $(BD) \subset (SBD)$

اذن $I \in (SBD)$

ومنه $I \in (SAC) \cap (SBD)$ ③

إذن من ① و② و③ نستنتج أن

$(SAC) \cap (SBD) = (SI)$

② لدينا $A \in (SAB)$ و $A \notin (SCD)$

اذن $(SAB) \neq (SAD)$

لدينا $S \in (SAB) \cap (SCD)$

لدينا $(SCD) \cap (SAB) = (\Delta')$

و $(AB) // (AC)$

و$(AB) \subset (SAB)$ و $(CD) \subset (SCD)$

إذن : (Δ') هو المستقيم المار من S والموازي لـ (AB) و (CD)

③ لدينا $A \in (SAD)$ و $A \notin (SBC)$

اذن $(SBC) \neq (SAD)$ ①

لدينا كذلك $S \in (SBC) \cap (SAD)$ ②

لتكن J نقطة تقاطع المستقيمين(AD) و(BC)

إذن $J \in (AD)$ و $J \in (BC)$

ومنه $J \in (SAD)$ و $J \in (SBC)$

إذن $J \in (SBC) \cap (SAD)$ ③

من ① و② و③ نستنتج أن

$(SBC) \cap (SAD) = (SJ)$

تمرين 7 :

ABCDEFGH مكعبا في الفضاء

1 - حدد وانشئ المستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ACH) و (BDF).

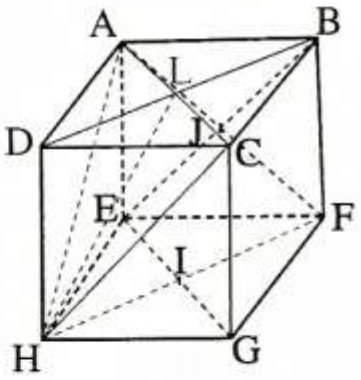
دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

2 - ليكن I و J مركزا المربعين EFGH وABFE على التوالي

حدد المستقيم (Δ') تقاطع المستويين (IJE) و (ADH).

الجواب :

① 

لدينا $A \in (ACH)$ و $A \notin (BDF)$

اذن $(ACH) \neq (BDF)$ ①

لدينا $H \in (ACH)$

بما أن $\begin{cases} DH = BF \\ (DH) \parallel (BF) \end{cases}$ فإن

الرباعي BDHF متوازي الاضلاع

ومنه B و D و H و F مستوائية

إذن $H \in (BDF)$

ومنه $H \in (BDF) \cap (ACH)$ ②

لتكن L نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و(BD)

إذن $L \in (ACH)$ و $L \in (BDF)$

ومنه $L \in (BDF) \cap (ACH)$ ③

إذن من ① و② و③ نستنتج أن

$(BDF) \cap (ACH) = (HL)$

② لدينا $I \in (IJE)$ و $I \notin (ADH)$

اذن $(IJE) \neq (ADH)$

لدينا $E \in (IJE)$ و $E \in (ADH)$

لأن : $(DH) \parallel (AE)$

إذن : $E \in (ADH) \cap (IJE)$

لدينا $\begin{cases} AB = HG \\ (AB) \parallel (HG) \end{cases}$ إذن

ABGH متوازي الأضلاع

ومنه $(AH) \parallel (BG)$

نعتبر المثلث EBG

لدينا I منتصف [EG]

J منتصف [AB]

إذن $(IJ) \parallel (BG)$

وبالتالي $(IJ) \parallel (AH)$

لدينا

$$\begin{cases} (IJ) \parallel (AH) \\ (IJ) \subset (IJE) \\ (AH) \subset (ADH) \\ (ADH) \cap (EJE) = (\Delta') \end{cases}$$

إذن (Δ') هو المستقيم المار من E والموازي لـ (IJ) و(AH).

تمرين 8 :

ABCD رباعي الاوجه . E و F منتصفا القطعتين [AB] و[DC] على التوالي و G مركز

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جذع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ثقل المثلث ADC .

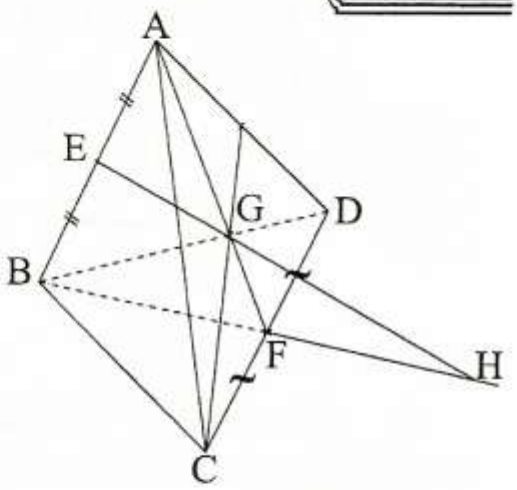
1 - أ - بين ان : (EG) و (BF) مستوائيان

-ب- بين ان : (EG) و(BF) متقاطعان في نقطة H .

-ج- استنتج تقاطع (EG) والمستوى (BCD) .

2 - حدد تقاطع المستويين (DEG) و(ABC)

الجواب :



1 - أ - نعتبر المستوى (ABF)

لدينا $E \in (AB)$ إذن $E \in (ABF)$

لدينا $G \in (AF)$ إذن $G \in (ABF)$

ومنه $(EG) \subset (ABF)$

ولدينا $(BF) \subset (ABF)$

إذن (EG) و (BF) مستوائيان

ب - نفترض أن : $(EG) \parallel (BF)$

لدينا $\frac{EA}{BA} = \frac{1}{2}$

ولدينا $\frac{AG}{AF} = \frac{2}{3}$

بما أن $(EG) \parallel (BF)$ فإن

حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{EA}{BA} = \frac{AG}{AF}$$

أي أن $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ وهذا تناقض

إذن الافتراض خاطئ

ومنه (EG) و(BF) متقاطعان لأنهما مستوائيان .

ج- لدينا $(BF) \subset (BCD)$

و $H \in (BF)$

إذن $H \in (BCD)$

ولدينا $H \in (EG)$

إذن $H \in (EG) \cap (BCD)$

ولدينا $E \in (EG)$ و $E \notin (BCD)$

إذن تقاطع المستقيم (EG) والمستوى (BCD) هو النقطة H .

إذن : $(EG) \cap (BCD) = \{H\}$

2 - تحديد تقاطع المستويين (DEG) و(ABC)

لدينا $A \in (ABC)$ و $A \notin (DEG)$

اذن ① $(DEG) \neq (ABC)$

لدينا $E \in (DEG)$ و $E \in (AB)$

إذن $E \in (ABC)$

إذن ② $E \in (ABC) \cap (DEG)$

لتكن L منتصف القطعة [AC]

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

إذن $L \in (ABC)$

لأن $L \in (AC)$

لدينا (DL) متوسط في المثلث ACD

إذن G مركز ثقل المثلث ADC تنتمي إلى (DL).

ومنه $L \in (DL)$

وبالتالي $L \in (EDG)$

إذن ③ $L \in (ABC) \cap (EDG)$

إذن من ① و② و③ نستنتج أن

$(ABC) \cap (EDG) = (EL)$

تمرين 9 :

نعتبر SABCD هرما قاعدته المستطيل ABCD

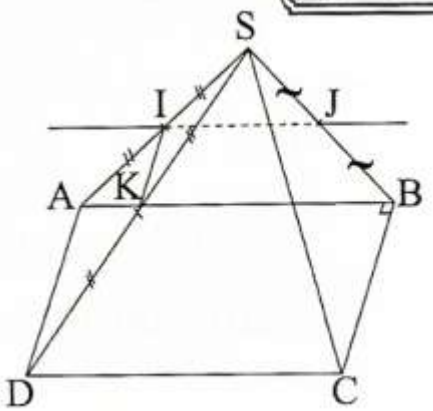
I و J و K منتصفات القطع [SA] و[SB] و[SD] على التوالي .

1 - بين ان : (IJ) يوازي (SDC)

2 - بين ان : (IK) يوازي (SBC)

3 - بين ان : (IJK) // (ABC)

الجواب :



1 - نعتبر المثلث SAB

لدينا I منتصف [AS]

J منتصف [BS]

إذن (IJ) // (AB)

لدينا ABCD مستطيل إذن

(AB) // (DC)

ومنه (IJ) // (DC)

وبما أن $(DC) \subset (SDC)$

فإن (IJ) // (SDC)

2 - نعتبر المثلث SAD

لدينا I منتصف [AS]

K منتصف [DS]

إذن (IK) // (AD)

لدينا ABCD مستطيل ومنه

(AD) // (BC)

وبالتالي (BC) // (IK)

وبما أن $(BC) \subset (SBC)$

فإن (IK) // (SBC)

لدينا (AB) و (AD) متقاطعان وضمن المستوى (ABC)

ولدينا (IJ) // (AB) و (IK) // (AD)

و(IJ) و(IK) متقاطعان وضمن المستوى (IJK) .

إذن (IJK) // (ABC)

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جذع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 10 :

ليكن ABCDEFGH متوازي المستطيلات

1 - بين ان B وC وH وE نقط مستوائية.

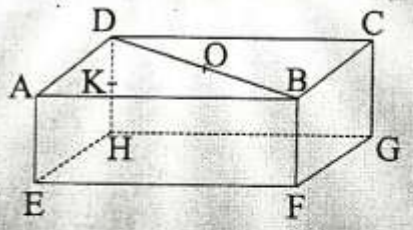
2 - بين ان : (BE) // (HC)

3 - لتكن O منتصف [BD] وK منتصف [DH]

بين ان : (OK) // (BCH)

4 - علما أن AB = 4 و AD = 3 و AE = 2

احسب حجم متوازي المستطيلات ABCDEFGH.



الجواب :

1 - لدينا (BC) // (FG) لأن BCGF متوازي أضلاع.

كذلك (EH) // (FG) لأن EFGH متوازي أضلاع.

ومنه (EH) // (BC)

وبالتالي (EH) و (HC) مستقيمان مستوائيان

إذن B وC وH وE نقط مستوائية.

2 - لدينا (BC) // (EH) و EH = BC

إذن BCHE متوازي أضلاع.

ومنه (HC) // (BE)

3 - في المثلث DBH لدينا :

O منتصف [BD]

K منتصف [DH]

إذن (OK) // (BH)

ولدينا (BH) ⊂ (BCH)

وبالتالي (OK) // (BCH)

4 - حجم متوازي المستطيلات هو :

$V = AB \cdot AD \cdot AE$

$= 2 \times 3 \times 4 = 24$

تمرين 11 :

ليكن في الفضاء ABCD وABEF متوازيا اضلاع لا يوجدان ضمن نفس المستوى.

1 - بين ان (ADF) // (BCE)

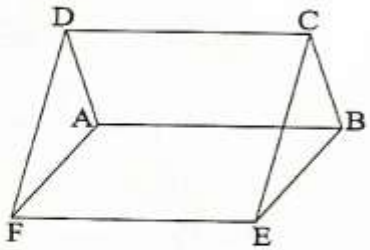
2 - أ - بين ان النقط E وF وC وD مستوائية

ب - بين أن (EC) يوازي (DF)

ج - استنتج طبيعة الرباعي CDEF

3 - حدد تقاطع المستويين (ACE) و(ADF)

الجواب :



1 - ABCD متوازي الاضلاع

إذن (AD) // (BC)

كراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

لدينا ABEF متوازي الاضلاع

إذن (AF) // (BE)

لدينا (AD) و (AF) متقاطعان وضمن المستوى (ADF).

لدينا كذلك (BC) و (BE) متقاطعان وضمن المستوى (BCE)

إذن (ADF) // (BCE)

2 - أ -

لدينا ABCD متوازي الاضلاع

إذن (DC) // (AB)

لدينا ABEF متوازي الاضلاع

إذن (EF) // (AB)

ومنه (EF) // (DC)

إذن النقط E و F و C و D مستوائية

ب -

لدينا (ADF) // (BCE)

و $(EFDC) \cap (ADF) = (DF)$

$(EFDC) \cap (BCE) = (EC)$

ومنه : (EC) // (DF)

حسب الخاصية " إذا توازى مستويان فإن كل مستوى ثالث يقطع أحدهما فهو يقطع الآخر وفق مستقيمين متوازيين "

ج- لدينا (DC)//(EF) و (EC)//(DF) إذن الرباعي CDEF متوازي الاضلاع

3 - لدينا $C \in (ACE)$

و $C \notin (ADF)$

اذن $(ACE) \neq (ADF)$

لدينا $A \in (ACE) \cap (ADF)$

لنضع : $(ACE) \cap (ADF) = (\Delta)$

ولدينا : $(FD) \subset (ADF)$

$(CE) \subset (ACE)$

و (FD) // (CE)

إذن (Δ) هو المستقيم المار من A والموازي لـ (CE) و (FD)

إذن تقاطع المستويين (ACE) و (ADF) هو المستقيم المار من A والموازي لـ (CE) و (FD).

تمرين 12 :

ليكن ABCDEFGH مكعبا والنقط M و I و N منتصفات القطع [AE] و [BF] و [DH]

1 - بين أن المستقيم (BA) يقطع المستقيم (EF) في نقطة K وان المستقيم (CN) يقطع المستقيم (GH) في نقطة L.

2 - بين ان : (BC) يوازي (KL)

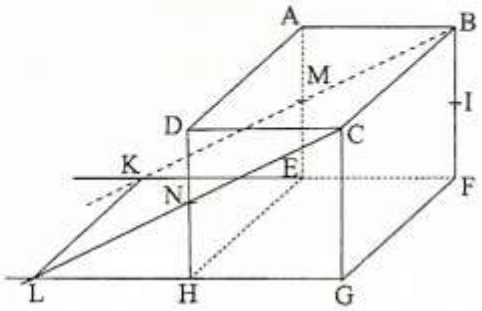
3 - حدد تقاطع المستويين (ADE) و(IMH)

4 - بين أن المستقيم (IH) يوازي المستوى (KLC)

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الجواب :



1 - نعتبر المستوى ABEF

لدينا (AB) و(EF) و(MB) مستوائية

لدينا (AB) // (EF)

و (BM) يقطع (AB) في B

إذن (BM) يقطع (EF) في نقطة K .

نعتبر المستوى :DCGH

لدينا (DC) و(HG) و(CN) مستوائية

إذن { لدينا (DC) // (HG)
(CN) يقطع (DC) في C }

(CN) يقطع (HG) في نقطة L

2 - النقط B وC وN وL وK وM مستوائية

لدينا (ABCD) // (EFGH)

و (ABCD) ∩ (BCLK) = (BC)

(EFGH) ∩ (BCLK) = (KL)

إذن (BC) // (KL)

3 - لدينا $A\in(ADE)$ و $A\notin(IMH)$

إذن ① $(IMH)\neq(ADE)$

لدينا M منتصف [AE] إذن $M\in(ADE)$

ولدينا $M\in(AMH)$

إذن ② $M\in(ADE)\cap(IMH)$

لدينا (AE) // (DH) إذن $H\in(ADE)$

و $H\in(IMH)$

إذن ③ $H\in(ADE)\cap(IMH)$

إذن من ① و② و③ نستنتج أن

(ADE) ∩ (IMH) = (MH)

4 - لدينا (BI) // (NH) و BI = NH

إذن الرباعي BNHI متوازي الأضلاع

ومنه (IH) // (NB)

وبما أن (NB) ⊂ (KLC)

فإن (IH) // (KLC)

تمرين 13 :

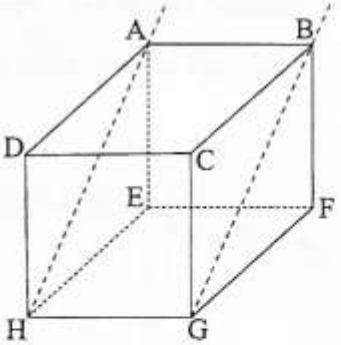
ليكن ABCDEFGH مكعبا

1 - بين أن (HG) ⊥ (BF)

2 - أ - بين أن (AH) // (GB)

ب - استنتج أن : (DE) ⊥ (GB)

الجواب :



1 - لدينا : EFGH مربع

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

إذن (HG) // (EF)

لدينا : ABEF مربع

إذن (BF) // (AE)

و (EF) ⊥ (AE) في النقطة E

إذن (HG) عمودي على (BF)

2 - أ -

لدينا (EF) // (HG) و (EF) // (AB)

ومنه (HG) // (AB)

لدينا كذلك : HG = EF

و EF = AB

إذن HG = AB

إذن $\begin{cases} (HG)//(AB) \\ HG = AB \end{cases}$ ومنه الرباعي

ABGH متوازي الاضلاع

ومنه (AH) // (GB)

ب -

لدينا (AH) ⊥ (DE) لأنهما قطرا المربع ADHE

ولدينا (AH) // (GB)

إذن (DE) ⊥ (GB)

تمرين 14 :

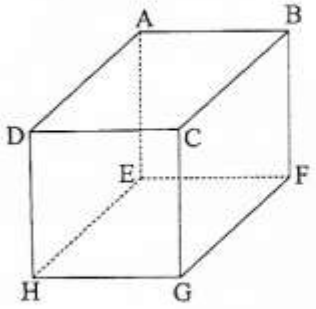
ليكن ABCDEFGH مكعبا في الفضاء

1) - بين أن (ABF) ⊥ (HE)

2) - أ - بين أن (EB) ⊥ (AD)

ب - استنتج أن : (AFG) ⊥ (EB)

الجواب :



1) - لدينا : (HE) ⊥ (AE)

لأن ADHE مربع

(HE) ⊥ (EF)

لأن HEFG مربع

لدينا كذلك :(AE) و(EF) متقاطعان في E ضمن المستوى (ABF)

ومنه (ABF) ⊥ (HE)

2) - أ - لدينا (ABF) ⊥ (HE)

و (HE) // (AD)

إذن (AD) ⊥ (ABF)

وبما أن (EF) ⊂ (ABF)

فإن (AD) ⊥ (EB)

ب - لدينا (AFG) = (AFGD)

لأن (FG) // (AD)

لدينا : ① (EB) ⊥ (AD)

لدينا : ② (EB) ⊥ (AF)

لأن [AF] و [EB] قطرا المربع ABFE

لدينا (AD) و(AF) متقاطعان في A وضمن المستوى (AFG) ③

كراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

من ① و ② و ③ نستنتج أن

$(AFG) \perp (EB)$

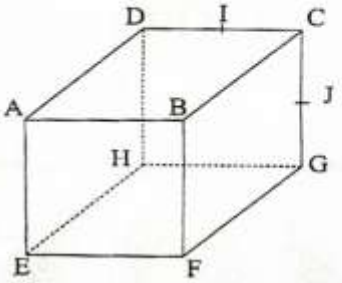
تمرين 15 :

ليكن ABCDEFGH مكعبا.

I منتصف [CD] و J منتصف [CG]

1 - بين أن : $(IJ) // (ABF)$

2 - أثبت أن : $(AD) \perp (IJ)$



الجواب :

1 - في المثلث DCG لدينا I منتصف [DC]

و لدينا J منتصف [CG]

إذن ① $(DG) // (IJ)$

ولدينا $(BC) // (AD)$ إذن $(AD) // (FG)$

$(BC) // (FG)$

ولدينا $AD = FG$

إذن الرباعي ADGF متوازي أضلاع

ومنه ② $(DG) // (AF)$

من ① و ② نستنتج أن $(IJ) // (AF)$

ولدينا $(AF) \subset (ABF)$

وبالتالي : $(IJ) // (ABF)$

2 - لدينا $(AD) \perp (DC)$

$(AD) \perp (DH)$

و (DC) و(DH) متقاطعان ضمن المستوى (HDC)

ومنه $(AD) \perp (HDC)$

ولدينا : $(IJ) \subset (HDC)$

إذن $(AD) \perp (IJ)$

تمرين 16 :

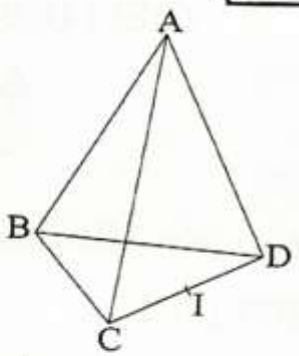
ليكن ABCD رباعي أوجه بحيث :

$AC = AD$ و $BC = BD$ ، I منتصف [CD]

1 - بين أن : $(CD) \perp (ABI)$

2 - استنتج أن : $(AB) \perp (CD)$

الجواب :



1 - المثلث ACD متساوي الساقين لأن

$AC = AD$ رأسه A و I منتصف [CD]

إذن : ① $(AI) \perp (CD)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

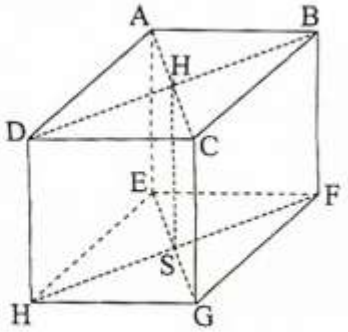
الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

كذلك BCD متساوي الساقين لأن
BC = BD رأسه B و I منتصف [CD]
إذن : (BI) ⊥ (CD) ②
ولدينا (BI) و(AI) متقاطعان ضمن المستوى (ABI)
ومنه (CD) ⊥ (ABI)
2 - لدينا : (CD) ⊥ (ABI)
و (AB) ⊂ (ABI)
إذن (CD) ⊥ (AB)

تمرين 17 :

ليكن ABCDEFGH مكعبا في الفضاء
1) - بين أن (AE) ⊥ (BD)
2) - بين أن (BD) ⊥ (AEC)
3) - ليكن S مركز المربع EFGH
و AB = 3 cm
احسب حجم الهرم SABCD
4) - بين أن (BDF) ⊥ (AEG)

الجواب :



1) - لدينا : (AE) ⊥ (AB)
لأن ABFE مربع
(AE) ⊥ (AD)
لأن ADHE مربع
و (AB) و(AD) متقاطعان و ضمن المستوى (ABD)
إذن (AE) ⊥ (ABD)
وبما أن (BD) ⊂ (ABD)
فإن : (AE) ⊥ (BD)
2) - لدينا : (AE) ⊥ (BD)
لأن ABCD مربع
إذن (AC) ⊥ (BD)
(AE) و (AC) متقاطعان و ضمن المستوى (ACE)
إذن (BD) ⊥ (AEC)
3) - ليكن H مركز المربع ABCD
إذن SH هو ارتفاع الهرم SABCD
إذن حجم الهرم SABCD هو :

$$V = \frac{1}{3} \mathscr{A}_{ABCD} \times SH$$

لدينا : $SH = AE$

ومنه $SH = 3\ cm$

لدينا $\mathscr{A}_{ABCD} = AB^2 = 9\ cm^2$

ومنه $V = \frac{1}{3} \times 9 \times 3\ cm^3$

$$\boxed{V = 9\ cm^3}$$

كراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

4) - لدينا $(AE) // (CG)$

إذن النقط A و E و C و G مستوائية

ومنه $(AEC) = (AEG)$

لدينا $(BD) \subset (BDF)$

و $(BD) \perp (AEG)$

إذن $(BDF) \perp (AEG)$

تمرين 18 :

ABCD رباعي الاوجه حيث :

$(AB) \perp (BCD)$ و H مركز تعامد المثلث BCD

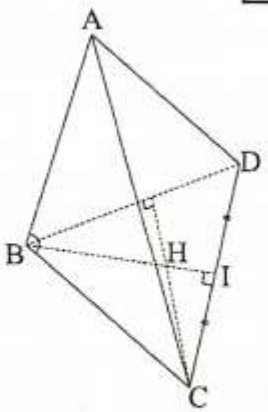
1) أ - بين أن : $(CH) \perp (ABD)$

ب - استنتج أن : $(AD) \perp (CH)$

2) نفترض أن المثلث BCD متساوي الاضلاع حيث $CB = 3\ cm$ و $AB = 4cm$

احسب حجم رباعي الاوجه ABCD.

الجواب :



1) أ - لدينا $(AB) \perp (BCD)$

و $(CH) \subset (BCD)$

إذن ① $(CH) \perp (AB)$

لدينا H مركز تعامد المثلث BCD

إذن ② $(CH) \perp (BD)$

(AB) و(BD) متقاطعان و ضمن المستوى (ABD) ③

من ① و② و③ نستنتج أن

$(CH) \perp (ABD)$

ب - لدينا $(CH) \perp (ABD)$

و $(AD) \subset (ABD)$

إذن $(AD) \perp (CH)$

2) المثلث BCD متساوي الاضلاع

إذن (IB) ارتفاع حيث I منتصف [CD]

إذن : $\mathscr{A}_{BCD} = \dfrac{CD \times BI}{2}$

حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة في المثلث القائم الزاوية في I لدينا : BCI

$$IC^2 = BC^2 - CI^2$$

$$= 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= 9 - \frac{9}{4}$$

$$= \frac{27}{4}$$

إذن : $IC = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

ومنه $\mathscr{A}_{BCD} = \dfrac{3 \times 3\sqrt{3}}{4}$

$= \dfrac{9\sqrt{3}}{4}\ cm^2$

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

نعلم أن حجم رباعي الاوجه ABCD هو :

$$V = \frac{1}{3} \mathscr{A}_{ABC} \times AB$$

[AB] ارتفاع لأن $(AB) \perp (BCD)$

إذن $V = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{4} \times 4\,cm^3$

$$\boxed{V = 3\sqrt{3}\ cm^3}$$

تمرين 19 :

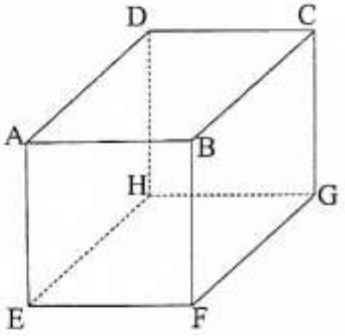
ليكن ABCDEFGH مكعب

1) - بين أن $(FC) \perp (AH)$

2) - بين أن $(FC) \perp (ABG)$

3) - استنتج أن : $(EFC) \perp (ABG)$

الجواب :



1) - لدينا BCGF مربع

إذن قطراه متعامدان

ومنه ① $(BG) \perp (FC)$

ولدينا $(AB) // (DC)$

$(DC) // (HG)$

إذن $(AB) // (AH)$

ولدينا $AB = HG$ ومنه ABGH متوازي اضلاع

وبالتالي ② $(BG) // (AH)$

إذن لدينا : $(AH) // (BG)$

$(BG) \perp (FC)$

ومنه $(FC) \perp (AH)$

2) - لدينا : $(FC) \perp (BG)$

لدينا $(AB) \perp (BC)$

$(AB) \perp (BF)$

و(BC) و(BF) متقاطعان ضمن (BCF)

إذن $(AB) \perp (BCF)$

ولدينا $(FC) \subset (BCF)$

إذن $(AB) \perp (FC)$

إذن $(FC) \perp (AB)$

$(FC) \perp (BG)$

و(AB) و(BG) متقاطعان ضمن (ABG)

وبالتالي ③ $(FC) \perp (ABG)$

3) - لدينا : $(FC) \perp (ABG)$

و $(FC) \subset (EFC)$

ومنه $(EFC) \perp (ABG)$

تمرين 20 :

ليكن ABCD رباعي الاوجه بحيث :

$(AB) \perp (BCD)$

(CC') و(AA') ارتفاعان للمثلث ACD

دراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

و(CC") ارتفاع في المثلث BCD .

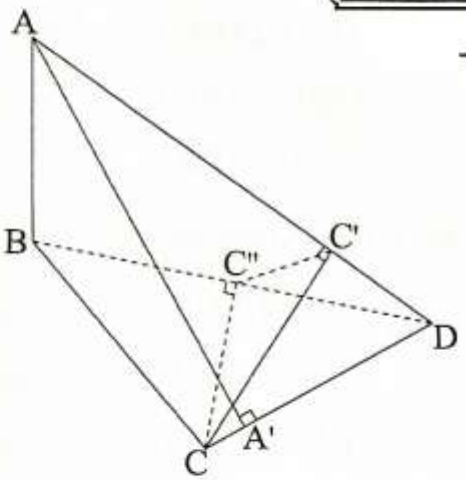
1 - انشئ الشكل.

2 - بين أن (BA') ارتفاع في المثلث BCD

3 - بين أن : (AD) ⊥ (CC'C")

الجواب :

1 -



2- لدينا (AB)⊥(BCD) و (CD) ⊥ (BCD) إذن (AB) ⊥ (CD) ①

(AA') ارتفاع في المثلث ACD

إذن : (AA') ⊥ (CD) ②

ولدينا (AB) و(AA') متقاطعان ضمن (AA'B).

إذن من ① و② نستنتج أن

(CD) ⊥ (AA'B)

و لدينا (A'B) ⊂ (AA'B)

إذن (CD) ⊥ (A'B)

وبالتالي : (BA') ارتفاع في المثلث BCD.

3 - لدينا (CC") ⊥ (BD)

لدينا (AB) ⊥ (BCD)

و (BCD) ⊃ (CC") إذن (AB) ⊥ (CC")

إذن (CC") ⊥ (BD)

(CC") ⊥ (AB)

و(BD) و(BA) متقاطعان ضمن (ABD)

وبالتالي (CC") ⊥ (ABD)

بما ان (AD) ⊂ (ABD)

إذن (CC") ⊥ (AD)

ولدينا (AD) ⊥ (CC') لأن (CC') ارتفاع في المثلث ACD.

ولدينا (CC') و(CC") متقاطعان ضمن (CC'C")

إذن (AD) ⊥ (CC'C")

تمرين 21 :

ABC مثلث ضمن المستوى (P) و H مركز تعامده و O نقطة من المستقيم العمودي على (P) في H حيث H ≠ O

1) أ - بين أن : (AB) ⊥ (CHO)

ب - استنتج أن : (OC) ⊥ (AB)

2) بين أن : (OA) ⊥ (BC)

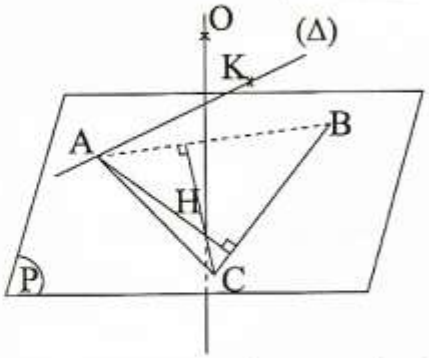
3) المستقيم (Δ) المار من A والعمودي على (OBC) يقطع هذا المستوى في النقطة K.

بين أن : (OK) ⊥ (BC)

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

الرياضيات
جمع مشترك علمي و تكنولوجي
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الجواب :



1) أ - لدينا H مركز تعامد المثلث ABC

إذن $(CH) \perp (AB)$ ①

لدينا $(P) \perp (OH)$

و $(AB) \subset (P)$

إذن $(OH) \perp (AB)$ ②

لدينا (CH) و(OH) متقاطعان في H وضمن المستوى (CHO) ③

من ① و② و③ نستنتج أن

$(AB) \perp (CHO)$

ب - لدينا $(AB) \perp (CHO)$

و $(OC) \subset (CHO)$

إذن $(AB) \perp (OC)$

2) لدينا $\begin{cases} (BC) \subset (P) \\ (P) \perp (OH) \end{cases}$

إذن $(BC) \perp (OH)$

لدينا $(BC) \perp (AH)$ لأن H مركز تعامد المثلث ABC

و(AH) و(OH) متقاطعان وضمن المستوى (AOH)

ومنه $(AOH) \perp (BC)$

وبما أن $(OA) \subset (AOH)$

فإن $(OA) \perp (BC)$

3) لدينا حسب 2) : $(OA) \perp (BC)$

لدينا $(AK) \perp (OBC)$

و $(BC) \subset (OBC)$

إذن $(AK) \perp (BC)$

لدينا (AK) و(OA) متقاطعان في A وضمن المستوى (OAK) .

إذن $(BC) \perp (OAK)$

وبما أن $(OK) \subset (OAK)$

فإن $(BC) \perp (OK)$

تمرين 22 :

نعتبر ABCD رباعي أوجه حيث :

$(AC) \perp (AB)$ و $(AC) \perp (AD)$

و $(AB) \perp (AD)$ و M نقطة من [DH] بحيث $M \neq B$ و $M \neq C$.

المستقيم المار من M والموازي لـ (BD) يقطع (DC) في N والمستقيم المار من M والموازي لـ (AC) يقطع (AB) في Q.

1 - ارسم الشكل

2 - بين ان : $(AC) // (MNQ)$

و $(BD) // (MNQ)$

كراستي
للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

3 - الموازي لـ (AC) والمار من N يقطع (AD) في P

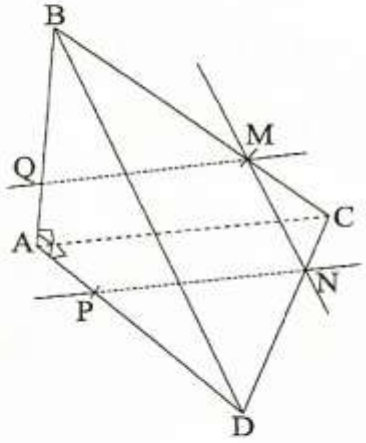
a - بين أن : $P \in (MNQ)$

b - بين أن : $(NP) \perp (PQ)$ ثم أن الرباعي MNPQ مستطيل .

4 - علما أن : $AD = 4$ و $AC = 3$ و $AB = 2$ احسب حجم رباعي الأوجه ABCD.

الجواب :

1 -



2 - لدينا $(AC) // (QM)$

و $(QM) \subset (MNQ)$

إذن $(AC) // (MNQ)$

لدينا $(BD) // (MN)$

و $(MN) \subset (MNQ)$

إذن $(BD) // (MNQ)$

3 - a - لدينا $(MQ) // (AC)$

و $(NP) // (AC)$

إذن $(MQ) // (NP)$

ومنه M ، N ، P ، Q نقط مستوائية

وبالتالي $P \in (MNQ)$

b - لدينا $(AC) \perp (AB)$

$(AC) \perp (AD)$

(AB) و(AD) متقاطعان ضمن المستوى (ABD) .

ومنه $(AC) \perp (ABD)$

ولدينا $(NP) // (AC)$

ومنه $(NP) \perp (ABD)$

ولدينا $(PQ) \subset (ABD)$

ومنه $(NP) \perp (PQ)$

لدينا $(MNQ) \cap (ABD) = (PQ)$

ولدينا $(MN) \subset (MNQ)$

$(BD) \subset (ABD)$

و $(MN) // (BD)$ إذن حسب مبرهنة السقف فإن $(MN) // (PQ)$

إذن M ، N ، P ، Q نقط مستوائية

و $(MN) // (PQ)$ و $(MQ) // (NP)$

و $(NP) \perp (PQ)$

إذن MNPQ مستطيل

4 - حجم رباعي الأوجه هو :

$$V = \frac{1}{3} . AB . \frac{AD . AC}{2}$$

$$= \frac{2 . 4 . 3}{6}$$

أي $V = 4$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma