أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:دراسة الدوال

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: ليكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$x\to f(x)=3x^2-1$

1. أحسب : $f(1)$ و $f(-1)$ و $f(\sqrt{2})$
2. حدد سوابق العدد 2

الجواب: 1) $f(1)=3\times1^2-1=3-1=2$ و

$f(-1)=3\times(-1)^2-1=3-1=2$

$f(\sqrt{2})=3\times(\sqrt{2})^2-1=6-1=4$

2) $f(x)=3\times x^2-1=2$ يعني $3\times x^2-1=2$ يعني $3\times x^2=3$

يعني $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$ ومنه للعدد سابقين هما $x=1$ أو $x=-1$

تمرين2: حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

1) $f(x)=3x^2-x+1$ 2) $g(x)=\frac{x^3}{2x-4}$

3) $h(x)=\frac{5x+10}{x^2-9}$ 4) $m(x)=\sqrt{2x-4}$

الجواب: 1) $f(x)=3x^2-x+1$ يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $g(x)=\frac{x^3}{2x-4}$ يعني $D_g=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\neq0\}$

$2x-4=0$ يعني $2x=4$ يعني $x=2$ ومنه $D_g=\mathbb{R}-\{2\}$

3) $h(x)=\frac{5x+10}{x^2-9}$ يعني $D_h=\{x\in\mathbb{R}/x^2-9\neq0\}$

$x^2-9=0$ يعني $x^2-3^2=0$ يعني $(x-3)(x+3)=0$

يعني $x+3=0$ أو $x-3=0$ يعني $x=-3$ أو $x=3$

ومنه $D_h=\mathbb{R}-\{-3;3\}$

4) $m(x)=\sqrt{2x-4}$ يعني $D_m=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\ge0\}$

$2x-4\ge0$ يعني $2x\ge4$ يعني $x\ge\frac{4}{2}$ يعني $x\ge2$

ومنه $D_m=[2;+\infty[$

تمرين3: حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية:

1) $f(x)=x^3-3x^2-5x+10$ 2) $f(x)=\frac{x^2+x-1}{4x-12}$

3) $f(x)=\frac{x+10}{4x^2-1}$ 4) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$

5) $f(x)=\frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ 6) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$

7) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$ 8) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x+2}{x-1}}$

الجواب: 1) $f(x)=x^3-3x^2-5x+10$

يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $f(x)=\frac{x^2+x-1}{4x-12}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x-12\neq0\}$

$4x-12=0$ يعني $4x=12$ يعني $x=3$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$

3) $f(x)=\frac{x+10}{4x^2-1}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x^2-1\neq0\}$

$4x^2-1=0$ يعني $(2x)^2-1^2=0$ يعني $(2x-1)(2x+1)=0$

يعني $2x-1=0$ أو $2x+1=0$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$

4) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^3-2x\neq0\}$

$x^3-2x=0$ يعني $x(x^2-2)=0$ يعني $x^2-2=0$ أو $x=0$

يعني $x^2=2$ أو $x=0$ يعني $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$ أو $x=0$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-\sqrt{2};0;\sqrt{2}\}$

5) $f(x)=\frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x^2-5x-3\neq0\}$

$2x^2-5x-3=0$ نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=2$ و $b=-5$ و $c=-3$

$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times(-3)=25+24=49=(7)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-(-5)+\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{7+5}{4}=\frac{12}{4}=3$ و $x_2=\frac{(-5)-\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{5-7}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

ومنه: $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};3\right\}$

6) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/-3x+6\ge0\}$

$-3x+6\ge0$ يعني $-3x\ge-6$ يعني $x\le\frac{-6}{-3}$ يعني $x\le2$ ومنه $D_m=]-\infty;2]$

7) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$ $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2-3x+2\ge0\}$

$a=1$ $\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times1=9-8=1>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times2}=\frac{3+1}{4}=1$ و $x_1=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$1/2$		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه: $D_f=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$

8) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x+2}{x+1}}$ $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/\frac{-3x+2}{x+1}\ge0\ x\ +1\neq0\right\}$

$-3x+2=0$ يعني $x=\frac{2}{3}$ يعني $x=3$ يعني $x+1=0$ يعني $x=-1$

نحدد أولا جدول الاشارة:

x	$-\infty$		-1		$1/3$		$+\infty$
$-3x+2$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$x+1$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$-3x+2/x+1$		$-$	‖	$+$	0	$-$	

$D_f = \left]-1, \frac{2}{3}\right]$

تمرين4: حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

1) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-3x+9}{x+1}}$ 2) $f(x)=\sqrt{-2x^2+x+3}$

3) $f(x)=\dfrac{|x-5|}{x^2+1}$ 4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x|}}{x}$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 6) $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$

7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{2x+4}$ 8) $f(x)=3x^2-\dfrac{1}{x}+\sqrt{-x}$

9) $f(x)=\dfrac{x}{|2x-4|-|x-1|}$ 10) $f(x)=\dfrac{2\sin x}{2\cos x-1}$

11) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$

12) $f(x)=\sqrt{x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}}$

الأجوبة : 1) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-9x+3}{x+1}}$

$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{-9x+3}{x+1} \geq 0 \; x+1 \neq 0\right\}$

$-9x+3=0$ يعني $-9x=-3$ يعني $x=\frac{1}{3}$

$x+1=0$ يعني $x=-1$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$-9x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{-9x+3}{x+1}$		$-$	‖	$+$	0	$-$	

ومنه $D_f = \left]-1, \frac{1}{3}\right]$

2) $f(x)=\sqrt{-2x^2+x+3}$

$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / -2x^2+x+3 \geq 0\right\}$

$-2x^2+x+3=0$ $a=-2$ $b=1$ $c=3$

$\Delta = b^2-4ac=(1)^2-4\times(-2)\times 3=1+24=25=(5)^2>0$

$x_1=\dfrac{-1+5}{2\times(-2)}=\dfrac{4}{-4}=-1$ و $x_2=\dfrac{-1-5}{2\times(-2)}=\dfrac{-6}{-4}=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		-1		$3/2$		$+\infty$
$-2x^2+x+3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ومنه $D_f = \left[-1, \frac{3}{2}\right]$

3) $f(x)=\dfrac{|x-5|}{x^2+1}$

$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / x^2+1 \neq 0\right\}$

$x^2+1=0$ يعني $x^2=-1$

هذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

ومنه $D_f=\mathbb{R}$

4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x|}}{x}$

$f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $\sqrt{|x|}\in\mathbb{R}$ و $x\neq 0$

ونعلم أن : $|x|\geq 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$

اذن : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

5) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-1}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / x+2\geq 0 \; x-1\neq 0\right\}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / x\geq -2 \; x\neq 1\right\}$

$D_f=[-2,1[\cup]1,+\infty[$

6) $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / -2x^2+x+3>0\right\}$

$\Delta = b^2-4ac=(1)^2-4\times(-2)\times 3=1+24=25=(5)^2>0$

$x_1=\dfrac{-1+5}{2\times(-2)}=\dfrac{4}{-4}=-1$ ؛ $x_2=\dfrac{-1-5}{2\times(-2)}=\dfrac{-6}{-4}=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$		-1		$3/2$		$+\infty$
$-2x^2+x+3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ومنه $D_f=\left]-1, \frac{3}{2}\right[$

7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{2x+4}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / x-2\geq 0 \, et \, 2x+4\neq 0\right\}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / x\geq 2 \; x\neq -2\right\}$

$D_f=[2,+\infty[$

8) $f(x)=3x^2-\dfrac{1}{x}+\sqrt{-x}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / -x\geq 0 \, et \, x\neq 0\right\}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / x\leq 0 \, et \, x\neq 0\right\}$

$D_f=]-\infty,0[$

الأستاذ : عثماني نجيب

(9 $f(x)=\dfrac{x}{|2x-4|-|x-1|}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/|2x-4|-|x-1|\neq 0\}$

يعني $|2x-4|-|x-1|=0$ يعني $|2x-4|=|x-1|$

يعني $2x-4=x-1$ أو $2x-4=-(x-1)$

يعني $2x-x=4-1$ أو $2x-4=-x+1$

يعني $x=3$ أو $2x+x=4+1$

يعني $x=3$ أو $x=\dfrac{5}{3}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{5}{3};3\right\}$

(10 $f(x)=\dfrac{2\sin x}{2\cos x-1}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/2\cos x-1\neq 0\}$

$2\cos x-1=0$ يعني $\cos x=\dfrac{1}{2}$

يعني $\cos x=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

يعني $x=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$ أو $x=-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

$D_f=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi;\dfrac{\pi}{3}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$

(11 $f(x)=\sqrt{\dfrac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/\dfrac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}\geq 0 et x^2-x-6\neq 0\right\}$

$-2x^2+2x+13$:

$\Delta' = 2^2 - 4 \times (-2) \times 13 = 108$

$x_1=\dfrac{-2-\sqrt{108}}{2\times(-2)}=\dfrac{1+3\sqrt{3}}{2}$

$x_2=\dfrac{-2+\sqrt{108}}{2\times(-2)}=\dfrac{1-3\sqrt{3}}{2}$

x^2-x-6:

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-6) \times 1 = 25$

$x_1'=\dfrac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times 1}=\dfrac{1-5}{2}=-2$ و $x_2'=\dfrac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times 1}=\dfrac{1+5}{2}=3$

x	$-\infty$		$\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$		-2		3		$\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
$-2x^2+2x+13$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
x^2-x-6		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$D_f=\left[\dfrac{1-3\sqrt{3}}{2};-2\right[\cup\left]3;\dfrac{1+3\sqrt{3}}{2}\right]$.

(12 $f(x)=\sqrt{x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}}$

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}\geq 0\right\}$

$\Delta=b^2-4ac=\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-4\times 1\times 2\sqrt{6}$

$\Delta=12-4\sqrt{6}+2+8\sqrt{6}=14+4\sqrt{6}$

$14+4\sqrt{6}=14+2\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\left(2\sqrt{3}\right)^2+2\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2$

$14+4\sqrt{6}=\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$

لدينا $\Delta=14+4\sqrt{6}>0$ اذن :

$x_1=\dfrac{-2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{14+4\sqrt{6}}}{2\times 1}=\dfrac{-2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\left|2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right|}{2\times 1}$

$x_2=\dfrac{-2\sqrt{3}+\sqrt{2}-\left|2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right|}{2\times 1}$

$x_1=\dfrac{-2\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\times 1}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

$x_2=\dfrac{-2\sqrt{3}+\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\times 1}=\dfrac{-4\sqrt{3}}{2}=-2\sqrt{3}$

x	$-\infty$		$-2\sqrt{3}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$D_f=\left]-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right[$

<u>تمرين5:</u> لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي $f(x)=\sqrt{x^2}$ و $g(x)=|x|$

بين أن $f=g$.

<u>الجواب:</u> لدينا: $D_f=\mathbb{R}$, لأن $x^2\geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$, و $D_g=\mathbb{R}$

و منه فان $D_f=D_g$.

و بما أن $\sqrt{x^2}=|x|$ لكل x من $\mathbb{R}$ فان $f(x)=g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

إذن $f=g$.

<u>تمرين6:</u> لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي $f(x)=\dfrac{3x^2+1}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x)=\dfrac{1+3x^2}{|x|}$

هل الدالتين f و g متساويتين ؟

<u>الجواب:</u> لدينا: $f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $\sqrt{x^2}\in\mathbb{R}$ و $x\neq 0$

لدينا $\sqrt{x^2}\in\mathbb{R}$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$ لأن : $x^2\geq 0$

ومنه $D_f=\mathbb{R}^*$

لدينا: $g(x)\in\mathbb{R}$ يعني $|x|\neq 0$ و $x\neq 0$

$|x|\neq 0$ يعني: $x\neq 0$

ومنه $D_g=\mathbb{R}^*$

اذن : $D_g=\mathbb{R}^*=D_f$

ونعلم أن : $\sqrt{x^2}=|x|$ و $3x^2+1=1+3x^2$

ومنه f(x)=g(x) مهما تكن $x \in \mathbb{R}^*$

وبالتالي f=g.

تمرين7: لتكن h و t الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي $h(x)=\frac{x^2-x}{x}$ و $t(x)=x-1$

هل الدالتين h و t متساويتين ؟

الجواب: لدينا: $h(x)\in\mathbb{R}$ يعني: $x\neq 0$

ومنه $D_h=\mathbb{R}^*$

لدينا $D_t=\mathbb{R}$ لأن t دالة حدودية

اذن وجدنا $D_h\neq D_t$ ومنه $h\neq t$

تمرين8: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي: $f(x)=\frac{2x}{x+2}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و ليكن A و B نقط أفاصليها هي 1- و 2 على التوالي

1) حدد أراتيب A و B علما أنهما ينتميان إلى (C_f).

2) لتكن $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)$, $F(-3;5)$, $G(1;0)$ نقط من المستوى. هل النقط E , F و G تنتمي للمنحنى (C_f)؟

الجواب:1) $A\in(C_f)$ يعني $A(-1;f(-1))$

$f(-1)=\frac{2\times(-1)}{-1+2}=-2$ ومنه : $A(-1;-2)$

$B\in(C_f)$ يعني $B(2;f(2))$ $f(2)=\frac{2\times(2)}{2+2}=1$ ومنه : $B(2;1)$

2)؟$E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)$ لدينا $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2\times\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)+2}=\frac{1}{\frac{5}{2}}=\frac{2}{5}$ ومنه: $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)\in(C_f)$

$F(-3;5)$ لدينا $f(-3)=\frac{2\times(-3)}{(-3)+2}=6\neq 5$ ومنه: $F(-3;5)\notin(C_f)$

$G(1;0)$? لدينا $f(1)=\frac{2\times(1)}{(1)+2}=\frac{2}{3}\neq 1$ ومنه: $G(1;0)\notin(C_f)$

تمرين9: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي: $f(x)=\frac{1}{2}x^2$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة زوجية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

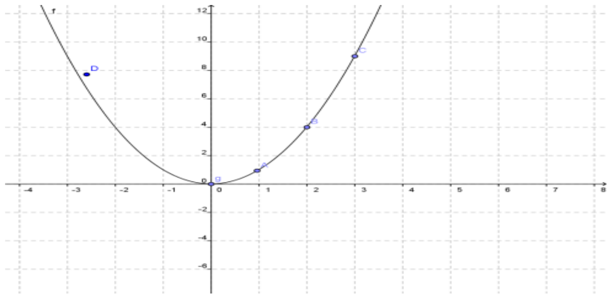
أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{1}{2}(-x)^2=\frac{1}{2}x^2=f(x)$ ومنه f دالة زوجية

(3

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$



4) محور الأراتيب محور تماثل المنحنى C_f.

تمرين10: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي: $f(x)=\frac{2}{x}$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة فردية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\neq 0\}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

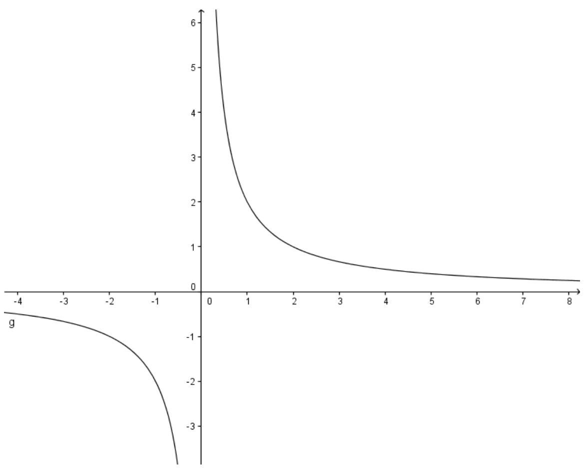
2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x)=\frac{2}{(-x)}=-\frac{2}{x}=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

(3

x	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$



4) نقطة O مركز تماثل المنحنى C_f.

تمرين11: أدرس رتابة الدوال المعرفة كالتالي :

1) $f(x)=4x-3$ 2) $f(x)=-3x+2$

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $4x_1<4x_2$ اذن : $4x_1-3<4x_2-3$ اذن : $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $\mathbb{R}$

الأستاذ : عثماني نجيب

2) $f(x)=-3x+2$

$D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $-3x_1>-3x_2$ اذن : $4x_1+2>4x_2+2$ اذن : $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $\mathbb{R}$

تمرين12: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=|2x+3|$

أرسم التمثيل المبياني للدالة f

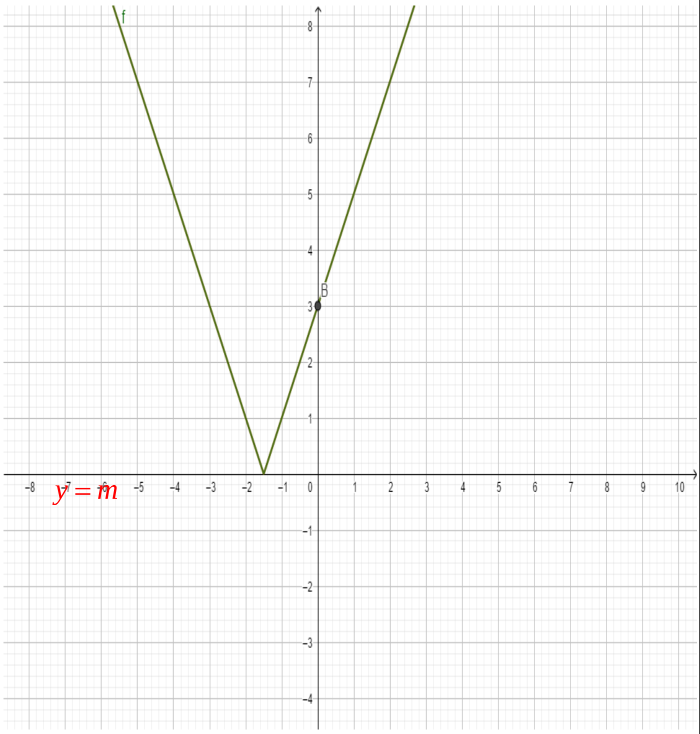
الجواب : لدينا $f(x)\in\mathbb{R}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}$

$2x+3=0$ يعني $x=\frac{-3}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{-3}{2}$	$+\infty$
$2x+3$	$-$	0	$+$
$\lvert 2x+3\rvert$	$-2x-3$		$2x+3$

اذن : $f(x)=-2x-3$ اذا كانت $x\in\left[-\frac{3}{2},+\infty\right[$

و $f(x)=2x+3$ اذا كانت $x\in\left]-\infty,-\frac{3}{2}\right]$



تمرين13: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=|x-2|+|x+2|$

أرسم التمثيل المبياني للدالة f

الجواب : لدينا $f(x)\in\mathbb{R}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}$

$x+2=0$ يعني $x=-2$

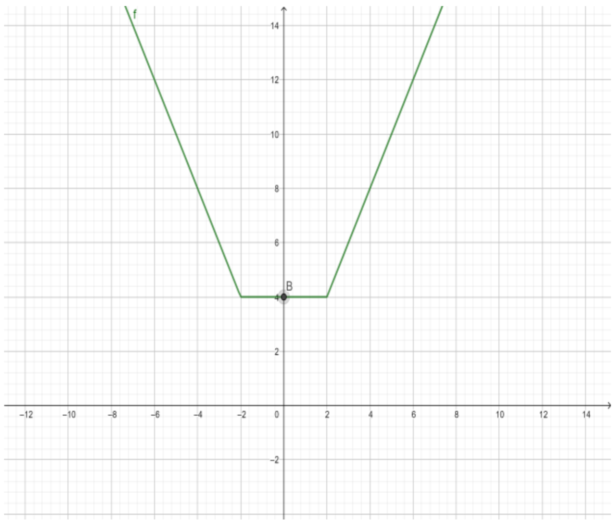
$x-2=0$ يعني $x=2$

اذن : $f(x)=-2x$ اذا كانت $x\in\left]-\infty,-2\right]$

و $f(x)=4$ اذا كانت $x\in[-2,2]$

و $f(x)=2x$ اذا كانت $x\in[2,+\infty[$

x	$-\infty$	-2	2 $+\infty$
$x-2$	$-$	$-$	0 $+$
$\lvert x-2\rvert$	$-x+2$	$-x+2$	$x-2$
$x+2$	$-$ 0	$+$	$+$
$\lvert x+2\rvert$	$-x-2$	$x+2$	$x+2$
$\lvert x-2\rvert+\lvert x+2\rvert$	$-2x$	4	$2x$



تمرين14: التمثيل التالي يمثل التمثيل المبياني لدالة f

على المجال $[-6;7]$

أجب عن الأسئلة التالية باستعمال المبيان فقط

1)ماهي صور الأعداد الحقيقية التالية :-5 و -3 و 0 و 6 ؟

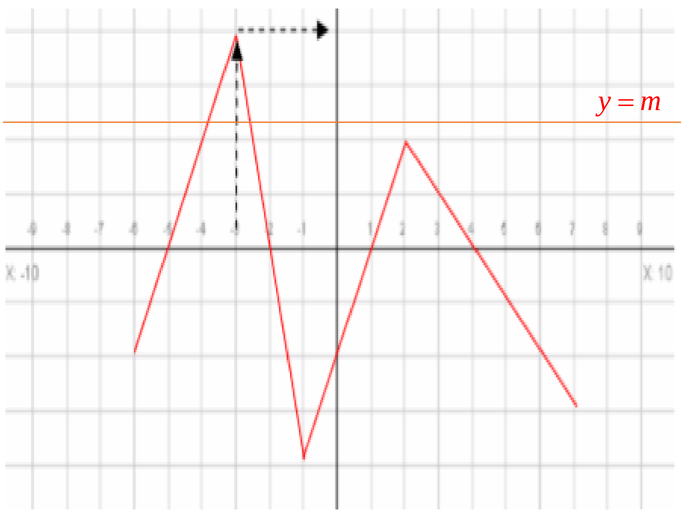
2)حدد سوابق الأعداد الحقيقية التالية : -1 و 0 ؟

3)حل مبيانيا المعادلة $f(x)=0$

4)ناقش حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

5)حل مبيانيا المتراجحة $f(x)\prec 0$

6)حل مبيانيا المتراجحة $f(x)\geq 2$



أجوبة: 1)صورة -5 هو 0 و صورة -3 هو 4

و صورة 0 هو -2 و صورة 6 هو -2

2)سوابق العدد -1 هم -5,5 و -1,75 و 0,5 و 5

سوابق العدد 0 هم 5- و 2- و 1 و 4

3)الحل مبيانيا المعادلة $f(x)=0$

حلول المعادلة هم سوابق العدد 0 ومنه $S=\{-5;-2;1;4\}$

4)نناقش حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ هم أفاصيل نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم الذي معادلته $y=m$

اذا كانت : $m\prec-4$ ليس هناك حل للمعادلة

اذا كانت : $m=-4$ للمعادلة حل وحيد

اذا كانت : $-4\prec m\prec-3$ للمعادلة حلين

اذا كانت : $-3\prec m\prec-2$ للمعادلة ثلاث حلول

اذا كانت : $m=2$ للمعادلة ثلاث حلول

اذا كانت : $2\prec m\prec4$ للمعادلة حلين

اذا كانت : $m=4$ للمعادلة حل وحيد

اذا كانت : $m\succ4$ ليس هناك حل للمعادلة

5)نحل مبيانيا المتراجحة $f(x)\prec0$

حلول المتراجحة هي أفاصيل النقط بحيث منحنى الدالة C_f يوجد تحت المستقيم $y=0$ أي تحت محور الأفاصيل أي :

$S=[-6;7]\cup]-2;1[\cup]4;7]$

6)نحل مبيانيا المتراجحة $f(x)\geq2$

حلول المتراجحة هي أفاصيل النقط بحيث منحنى الدالة C_f يوجد فوق المستقيم $y=2$ أي : $S=[-4;2.5]\cup\{2\}$

تمرين 15: أدرس زوجية الدوال المعرفة كالتالي :

1) $f(x)=3x^2-5$ (2 $g(x)=\frac{3}{x}$ (3 $h(x)=2x^3+x^2$

4) $t(x)=\frac{x}{x-2}$ (5 $m(x)=\sqrt{x-1}$

أجوبة: 1) $f(x)=3x^2-5$

$D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب)

$f(-x)=3(-x)^2-5=3x^2-5$

$f(-x)=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

2) $g(x)=\frac{3}{x}$ $g(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x\neq0$

$D_g=\mathbb{R}^*$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}^*$

ب)

$g(-x)=\frac{3}{-x}=-\frac{3}{x}$

$g(-x)=-g(x)$

ومنه g دالة فردية

3) $h(x)=2x^3+x^2$ $D_h=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب)

$h(-x)=2(-x)^3+(-x)^2=-2x^3+x^2$

$h(-x)=-(2x^3-x^2)\neq-h(x)$

ومنه h ليست لا زوجية ولا فردية

4) $t(x)=\frac{x}{x-2}$ $t(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x-2\neq0$ يعني $x\neq2$

ومنه $D_t=\mathbb{R}-\{2\}$

لدينا $-2\in D_t$ ولكن $-(-2)=2\notin D_t$

ومنه D_t غير متماثل بالنسبة ل O

ومنه t ليست لا زوجية ولا فردية

5) $m(x)=\sqrt{x-1}$

$m(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x-1\geq0$ يعني $x\geq1$

ومنه $D_t=[1;+\infty[$

لدينا $2\in D_m$ ولكن $-2\notin D_m$

ومنه D_m غير متماثل بالنسبة ل O

ومنه m ليست لا زوجية ولا فردية

تمرين 16: أدرس زوجية الدوال المعرفة كالتالي :

1) **أجوبة :** (1 $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ (2 $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$

3) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$ (4 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ (5 $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$

6) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$ (7 $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$

أجوبة: 1) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$

$f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x\neq0$ اذن $D_f=\mathbb{R}^*$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}^*$

ب)

$f(-x)=\frac{(-x)^2-1}{-x}=-\frac{x^2-1}{x}$

$f(-x)=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

2) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ $f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x\neq0$ اذن $D_f=\mathbb{R}^*$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}^*$

ب)

$f(-x)=(-x)^2+\frac{1}{-x}=x^2-\frac{1}{x}=\left(-x^2+\frac{1}{x}\right)$

$f(-x)\neq-f(x)$

ومنه f دالة ليست فردية ولا زوجية

3) $f(x)=\frac{|x|}{x^2-1}$

$f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x^2-1\neq 0$

$x^2-1=0$ يعني $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$

اذن $D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$ فان: $-x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$

ب)

$$f(-x)=\frac{|-x|}{(-x)^2-1}=\frac{|x|}{x^2-1}$$

$$f(-x)=f(x)$$

ومنه f دالة زوجية

4) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ $\quad D_f=\{x\in\mathbb{R}/1-x^2\geq 0\}$

$1-x^2=0$ يعني $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ومنه $D_f=[-1,1]$

أ) لكل $x\in[-1,1]$ فان: $-x\in[-1,1]$

ب) $f(-x)=\sqrt{1-(-x)^2}=\sqrt{1-x^2}$

$f(-x)=f(x)$

وبالتالي: f دالة زوجية

5) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$ $\quad D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+5\neq 0\}$

$x^2+5=0$ يعني $x^2=-5$ و هذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب)

$$f(-x)=\frac{2(-x)^3}{(-x)^2+5}=\frac{-2x^3}{x^2+5}$$

$$f(-x)=-f(x)$$

ومنه f دالة فردية

6) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$ $\quad D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x^2+4\geq 0\}$

نعلم أن : $2x^2\geq 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$

اذن : $2x^2+4\geq 0+4$

اذن : $2x^2+4\geq 4\geq 0$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب)

$$f(-x)=|-x|-\sqrt{2(-x)^2+4}=|x|-\sqrt{2x^2+4}$$

$$f(-x)=f(x)$$

ومنه f دالة زوجية

7) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$ $\quad D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\geq 0\}$

اذن : $D_f=\mathbb{R}^+=[0;+\infty[$

لدينا $2\in\mathbb{R}^+$ ولكن $-2\notin\mathbb{R}^+$

ومنه f دالة ليست فردية ولا زوجية

تمرين 17: أدرس زوجية الدوال المعرفة كالتالي :

1) $f(x)=|x-2|+|x+2|$ $\quad$ 2) $g(x)=|3x-1|-|3x+1|$

3) $h(x)=\frac{x^3}{|x|-2}$

أجوبة : 1)

لدينا $f(x)\in\mathbb{R}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب)

$$f(-x)=|-x-2|+|-x+2|=|-(x+2)|+|-(x-2)|$$

ونعلم أن : $|-x|=|x|$ اذن :

$$f(-x)=|x+2|+|x-2|=|x-2|+|x+2|$$

اذن: $f(-x)=f(x)$

وبالتالي: f دالة زوجية

2) $g(x)=|3x-1|-|3x+1|$

لدينا $g(x)\in\mathbb{R}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ومنه $D_g=\mathbb{R}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب)

$$f(-x)=|-3x-1|+|-3x+1|=|-(3x+1)|+|-(3x-1)|$$

ونعلم أن : $|-x|=|x|$ اذن :

$$g(-x)=|3x+1|-|3x-1|=-\left(|3x-1|-|3x+1|\right)$$

اذن: $g(-x)=-g(x)$

وبالتالي: g دالة فردية

3) $h(x)=\frac{x^3}{|x|-2}$

$h(x)\in\mathbb{R}$ يعني $|x|-2\neq 0$

$|x|-2=0$ يعني $|x|=2$ يعني $x=2$ أو $x=-2$

ومنه $D_h=\mathbb{R}\{-2;2\}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}\{-2;2\}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}\{-2;2\}$

ب)

$$h(-x)=\frac{(-x)^3}{|-x|-2}=-\frac{x^3}{|x|-2}$$ لأن : $|-x|=|x|$

اذن: $h(-x)=-h(x)$ وبالتالي: h دالة فردية

تمرين 18: لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كالتالي:

$5f(x)+f(-x)=4x^3+8x$ لكل x من $\mathbb{R}$

1) بين أن f دالة فردية

2) حدد $f(x)$

أجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$

أ) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$

ب) لدينا $5f(x)+f(-x)=4x^3+8x$ $\quad(1)$ لكل x من $\mathbb{R}$

اذن بتعويض x ب $-x$ نجد :

$(2)\quad 5f(-x)+f(x)=-4x^3-8x$

نجمع المتساويتين طرف لطرف فنجد :

$5f(x)+f(-x)+5f(-x)+f(x)=4x^3+8x-4x^3-8x$

إذن: $6f(x)+6f(-x)=0$

إذن: $6(f(x)+f(-x))=0$

إذن: $f(x)+f(-x)=0$

إذن: $f(-x)=-f(x)$

وبالتالي: f دالة فردية

2)نحدد $f(x)$

بما أن f دالة فردية فان : $f(-x)=-f(x)$

ونعلم أن : $5f(x)+f(-x)=4x^3+8x$

إذن: $5f(x)-f(x)=4x^3+8x$

إذن: $4f(x)=4x^3+8x$

إذن: $f(x)=\frac{4x^3+8x}{4}$

إذن: $f(x)=x^3+2x$

تمرين 19: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{2}{x+1}$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]-1;+\infty[$ و $]-\infty;-1[$.

3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+1\neq 0\}$

$x+1=0$ يعني $x=-1$ ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$

2) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]-1;+\infty[$ و $x_2\in]-1;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

إذن $x_1+1<x_2+1$ ومنه $\frac{1}{x_1+1}>\frac{1}{x_2+1}$ ومنه $\frac{2}{x_1+1}>\frac{2}{x_2+1}$

أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-1;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;-1[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;-1[$ و $x_2\in]-\infty;-1[$ بحيث $x_1<x_2$

إذن $x_1+1<x_2+1$ ومنه $\frac{1}{x_1+1}>\frac{1}{x_2+1}$ ومنه $\frac{2}{x_1+1}>\frac{2}{x_2+1}$

أي $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty;-1[$

3)جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

تمرين20: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{3}{2}x^2$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
6. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م م $(o;\vec{i};\vec{j})$.

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{3}{2}(-x)^2=\frac{3}{2}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

إذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2<\frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن : $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

إذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2>\frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty;0]$

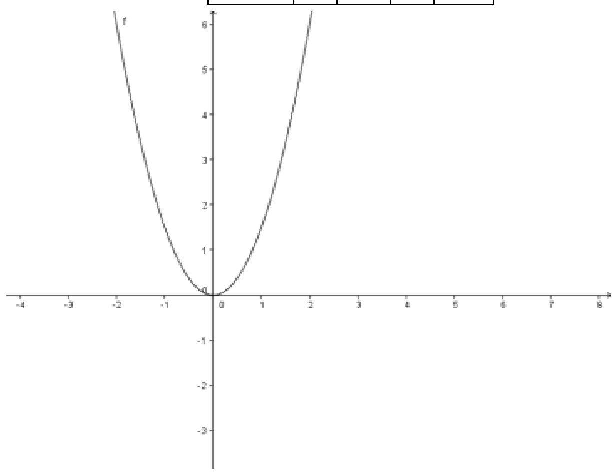
4)حدد جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

5) الدالة f تقبل قيمة دنيا عند : $x=0$

6) رسم التمثيل المبياني للدالة f

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$



تمرين 21: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-\frac{1}{4}x^2$.

1)حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2)أدرس زوجية الدالة f

3)أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$

وحدد جدول تغيرات الدالة f .

4)هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

5)أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=-\frac{1}{4}(-x)^2=-\frac{1}{4}x^2=f(x)$ ومنه f دالة زوجية

3)أ)دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

إذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2>-\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن : $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

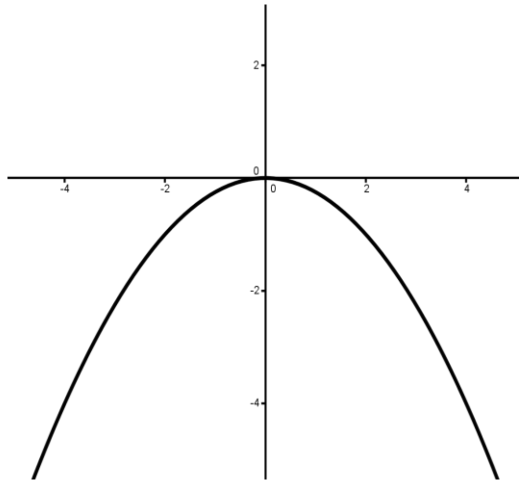
إذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2<-\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty;0]$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\searrow$

4) الدالة f تقبل قيمة قصوى عند $x=0$

5) التمثيل المبياني للدالة f هو شلجم رأسه النقطة O



تمرين 22: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

1) $f(x)=-3x^2$ 2) $f(x)=5x^2$ 3) $f(x)=\frac{7}{2}x^2$

أجوبة: 1) $f(x)=-3x^2$ إذن $a=-3<0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\searrow$

2) $f(x)=5x^2$ إذن $a=5>0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

3) $f(x)=\frac{7}{2}x^2$ إذن $a=\frac{7}{2}>0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

تمرين 23: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{-2}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
6. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\neq0\}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x)=\frac{-2}{(-x)}=-\frac{-2}{x}=-f(x)$ ومنه f دالة فردية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]0;+\infty[$ و $x_2\in]0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

إذن: $\frac{1}{x_1}>\frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1}<\frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;0[$ و $x_2\in]-\infty;0[$ بحيث $x_1<x_2$

إذن: $\frac{1}{x_1}>\frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1}<\frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

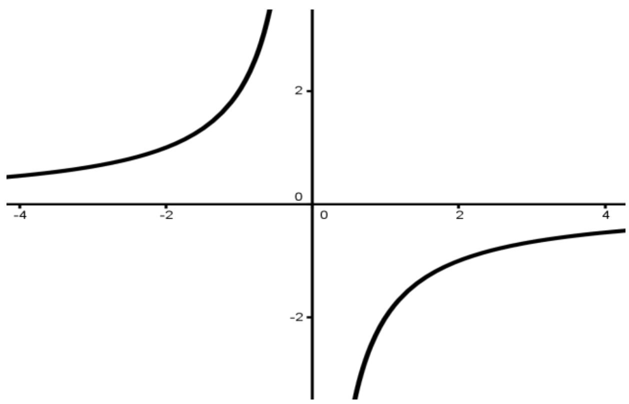
ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty;0[$

(4

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\|\|$	$\nearrow$

5) الدالة f تقبل لاتقبل لا قيمة قصوى و لا قيمة دنيا

6) التمثيل المبياني للدالة f هو هذلول مركزه النقطة O



تمرين 24: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

1) $f(x)=\frac{-4}{x}$ 2) $f(x)=\frac{3}{x}$

أجوبة: 1) $f(x)=\frac{-4}{x}$ إذن $a=-4<0$:

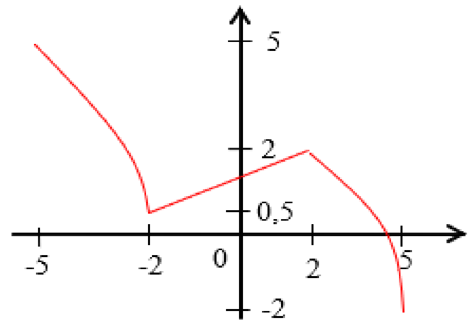
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\|\|$	$\nearrow$

2) $f(x)=\frac{3}{x}$ إذن $a=3>0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\|$	$\searrow$

تمرين25: التمثيل التالي يمثل التمثيل المبياني لدالة f على المجال $[-5;5]$

حدد جدول تغيرات الدالة



الجواب:

x	-5		-2		2		5
$f(x)$	5	$\searrow$	0,5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2

تمرين 26: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=3x^2+2$.

(1 حدد D_f

(2 ليكن $x_1\in D_f$ و $x_2\in D_f$: بحيث $x_1\neq x_2$

بين أن : $T(x_1;x_2)=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=3(x_1+x_2)$

(معدل تغير الدالة f)

3)أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$

وحدد جدول تغيرات الدالة f .

أجوبة :1)

(1 $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2 $T(x_1;x_2)=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{(3x_1^2+2)-(3x_2^2+2)}{x_1-x_2}$

$$T(x_1;x_2)=\frac{3x_1^2-3x_2^2+2-2}{x_1-x_2}=\frac{3(x_1^2-x_2^2)}{x_1-x_2}$$

$$T(x_1;x_2)=\frac{3(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{x_1-x_2}=3(x_1+x_2)$$

اذن : $T(x_1;x_2)=3(x_1+x_2)$

3)أ)دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

ليكن $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$

اذن : $x_1\geq 0$ و $x_2\geq 0$ اذن $x_1+x_2\geq 0$

اذن $3(x_1+x_2)\geq 0$ لأن : $3\succ 0$

ومنه : $T(x_1;x_2)=3(x_1+x_2)\geq 0$

وبالتالي : f تزايدية على المجال $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$

ليكن $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$

اذن : $x_1\leq 0$ و $x_2\leq 0$ اذن $x_1+x_2\leq 0$

اذن $3(x_1+x_2)\leq 0$ لأن : $3\succ 0$

ومنه : $T(x_1;x_2)=3(x_1+x_2)\leq 0$

وبالتالي : f تناقصية على المجال $]-\infty;0]$

حدد جدول تغيرات الدالة f .

$f(0)=3\times 0^2+2=2$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	2	$\nearrow$

تمرين 27: لتكن g دالة معرفة ب: $g(x)=\dfrac{x}{x+1}$.

1)حدد D_g

2)ليكن $x_1\in D_g$ و $x_2\in D_g$: بحيث $x_1\neq x_2$

بين أن : $T(x_1;x_2)=\dfrac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{1}{(x_1+1)(x_2+1)}$

(معدل تغير الدالة g)

3)أدرس رتابة الدالة g على كل من المجالين $I=]-\infty;-1[$

و $J=]-1;+\infty[$ وحدد جدول تغيرات الدالة g .

أجوبة: 1) $g(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x+1\neq 0$ يعني $x\neq -1$

ومنه : $D_g=\mathbb{R}-\{-1\}$

(2 ليكن $x_1\in D_g$ و $x_2\in D_g$: بحيث $x_1\neq x_2$

$$T(x_1;x_2)=\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}$$

$$g(x_1)-g(x_2)=\frac{x_1}{x_1+1}-\frac{x_2}{x_2+1}=\frac{x_1(x_2+1)-x_2(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

$$T(x_1;x_2)=\frac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)}\times\frac{1}{x_1-x_2}=\frac{1}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

3)أ)دراسة رتابة الدالة g على كل من المجالين $I=]-\infty;-1[$

ليكن $x_1\in]-\infty;-1[$ و $x_2\in]-\infty;-1[$ و $x_1\neq x_2$

اذن: $x_1\prec -1$ و $x_2\prec -1$ اذن $x_1+1\prec 0$ و $x_2+1\prec 0$

اذن $(x_1+1)(x_2+1)\succ 0$

ومنه: $0\prec\dfrac{1}{(x_1+1)(x_2+1)}=T(x_1;x_2)$ على $I=]-\infty;-1[$

وبالتالي: g تزايدية قطعا على المجال $I=]-\infty;-1[$

3)ب)دراسة رتابة الدالة g على كل من المجالين $J=]-1;+\infty[$

ليكن $x_1\in]-1;+\infty[$ و $x_2\in]-1;+\infty[$ و $x_1\neq x_2$

اذن: $x_1\succ -1$ و $x_2\succ -1$ اذن $x_1+1\succ 0$ و $x_2+1\succ 0$

اذن $(x_1+1)(x_2+1)\succ 0$

ومنه: $T(x_1;x_2)=\frac{1}{(x_1+1)(x_2+1)}\succ 0$ على $J=]-1;+\infty[$

وبالتالي: g تزايدية قطعا على المجال $J=]-1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g.

x	$-\infty$ $\quad$ -1	$+\infty$
$f(x)$	↗	↗

تمرين 28: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x+\frac{1}{x}$.

1) حدد D_f

2) أدرس زوجية الدالة f

3) ليكن $x_1\in D_f$ و $x_2\in D_f$ بحيث : $x_1\neq x_2$

بين أن : $T(x_1;x_2)=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{x_1\times x_2-1}{x_1\times x_2}$

(معدل تغير الدالة f)

3) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $I=]0;1]$

و $J=[1;+\infty[$

4) استنتج رتابة الدالة f على كل من المجالين $I'=[-1;0[$

و $J'=]-\infty;-1]$

5) حدد جدول تغيرات الدالة f .

أجوبة: 1) $f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x\neq 0$ اذن $D_f=\mathbb{R}^*$

2) دراسة زوجية الدالة f

أ) لكل $x\in\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}^*$

ب)

$$f(-x)=-x+\frac{1}{-x}=-x-\frac{1}{x}=-\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$f(-x)=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

3)

$$f(x_1)-f(x_2)=\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)-\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)=x_1+\frac{1}{x_1}-x_2-\frac{1}{x_2}$$

$$=\frac{x_1^2\times x_2+x_2-x_2^2\times x_1-x_1}{x_1\times x_2}=\frac{x_1\times x_2(x_1-x_2)+x_2-x_1}{x_1\times x_2}$$

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{(x_1-x_2)(x_1\times x_2-1)}{x_1\times x_2}$$

$$T(x_1;x_2)=\frac{(x_1-x_2)(x_1\times x_2-1)}{x_1\times x_2}\times\frac{1}{x_1-x_2}=\frac{x_1\times x_2-1}{x_1\times x_2}$$

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $I=]0;1]$

ليكن $x_1\in]0;1]$ و $x_2\in]0;1]$ و $x_1\neq x_2$

اذن: $0\prec x_1\le 1$ و $0\prec x_2\le 1$ اذن $0\prec x_1x_2\le 1$

و $x_1\neq x_2$

اذن $x_1x_2-1\prec 0$ ولدينا $0\prec x_1x_2$

ومنه: $T(x_1;x_2)=\frac{x_1\times x_2-1}{x_1\times x_2}\prec 0$ على $I=]0;1]$

وبالتالي: f تناقصية قطعا على المجال $I=]0;1]$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $J=[1;+\infty[$

ليكن $x_1\in[1;+\infty[$ و $x_2\in[1;+\infty[$ و $x_1\neq x_2$

اذن: $x_1\ge 1$ و $x_2\ge 1$ اذن $x_1x_2\succ 1$ و $x_1\neq x_2$

اذن $x_1x_2-1\succ 0$ ولدينا $0\prec x_1x_2$

ومنه: $T(x_1;x_2)=\frac{x_1\times x_2-1}{x_1\times x_2}\succ 0$ على $J=[1;+\infty[$

وبالتالي: f تزايدية قطعا على المجال $J=[1;+\infty[$

4) استنتاج رتابة الدالة f على كل من المجالين $I'=[-1;0[$

و $J'=]-\infty;-1]$

نعلم أن f دالة فردية

- بما أن f تناقصية قطعا على المجال $I=]0;1]$ فان f أيضا تناقصية قطعا على مماثل المجال $I=]0;1]$ بالنسبة ل O الذي هو $I'=[-1;0[$

- بما أن f تزايدية قطعا على المجال $J=[1;+\infty[$ فان f أيضا تزايدية قطعا على مماثل المجال $J=[1;+\infty[$ بالنسبة ل O الذي هو $J'=]-\infty;-1]$

5) حدد جدول تغيرات الدالة f . $f(x)=1+\frac{1}{1}=2$

و $f(-1)=-1-\frac{1}{1}=-2$

x	$-\infty$ $\quad$ -1 $\quad$ 0	0 $\quad$ 1 $\quad$ $+\infty$
Variations de $f(x)$	↗ -2 ↘	↘ 2 ↗

تمرين 29: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=5x^2+3$

بين أن الدالة f تقبل قيمة دنيا وحدد القيمة الدنيا للدالة f

الجواب: $f(x)=5x^2+3$ و $D_f=\mathbb{R}$

نعلم أن : $x^2\ge 0$ لكل $x\in\mathbb{R}$

اذن $5x^2\ge 0$ لأن : $5\succ 0$

ومنه : $5x^2+3\ge 3$ ولدينا $f(0)=3$

ومنه: $f(x)\ge f(0)$ لكل $x\in\mathbb{R}$

وبالتالي $f(0)=3$ هي القيمة الدنيا للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 30: لتكنg دالة معرفة ب: $g(x)=-4x^2+1$

بين أن الدالة g تقبل قيمة قصوى وحدد القيمة القصوى للدالة g

الجواب: $g(x)=-4x^2+1$ و $D_g=\mathbb{R}$

نعلم أن : $x^2\geq 0$ لكل $x\in\mathbb{R}$

اذن $-4x^2\leq 0$: لأن $-4\prec 0$

ومنه : $-4x^2+1\leq 1$ ولدينا $g(0)=1$

ومنه : $g(x)\leq g(0)$ لكل $x\in\mathbb{R}$ وبالتالي $g(0)=1$ هي القيمة القصوى للدالة g على $\mathbb{R}$

تمرين 31: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-4x^2+4x+5$

1)بين أن: $f(x)=6-(2x-1)^2$ لكل $x\in\mathbb{R}$

2)بين أن: $f(x)\leq 6$ لكل $x\in\mathbb{R}$ و أحسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$

3)استنتاج مطاريف الدالة f

أجوبة: 1) لدينا $D_f=\mathbb{R}$

لدينا $6-(2x-1)^2=6-(4x^2-4x+1)$

$=6-4x^2+4x-1=-4x^2+4x+5$

اذن : $f(x)=6-(2x-1)^2$ لكل $x\in\mathbb{R}$

3) نعلم أن : $(2x-1)^2\geq 0$ اذن : $-(2x-1)^2\leq 0$

اذن: $6-(2x-1)^2\leq 6$ اذن: $f(x)\leq 6$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=6-\left(2\times\frac{1}{2}-1\right)^2=6-(1-1)^2=6$$

3)استنتاج مطاريف الدالة f

وجدنا $6-(2x-1)^2\leq 6$ و $f(x)\leq 6$

اذن : $f(x)\leq f\left(\frac{1}{2}\right)$ لكل $x\in\mathbb{R}$

وبالتالي $f\left(\frac{1}{2}\right)=6$ هي القيمة القصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 32: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=2x^2-4x-2$

1) حدد D_f

2) بين أن: $f(x)=2(x-1)^2-4$

(يسمى الشكل القانوني $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

3) حدد جدول تغيرات الدالة f باستعمال طريقة تغيير المعلم و ارسم التمثيل المبياني للدالة f

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$

2)بين أن:

$f(x)=2x^2-4x-2=2(x^2-2x)-2$

$f(x)=2(x^2-2x+1-1)-2=2(x^2-2x+1)-2-2$

$f(x)=2(x-1)^2-4$

3) $f(x)=2(x-1)^2-4$ يعني $y=2(x-1)^2-4$

يعني $y+4=2(x-1)^2$

نضع $\begin{cases}x-1=X\\y+4=Y\end{cases}$: اذن $\begin{cases}x=X+1\\y=Y-4\end{cases}$

اذن : $Y=2X^2$

أ) جدول تغيرات الدالة: $X\longrightarrow 2X^2$ $(2\succ 0)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

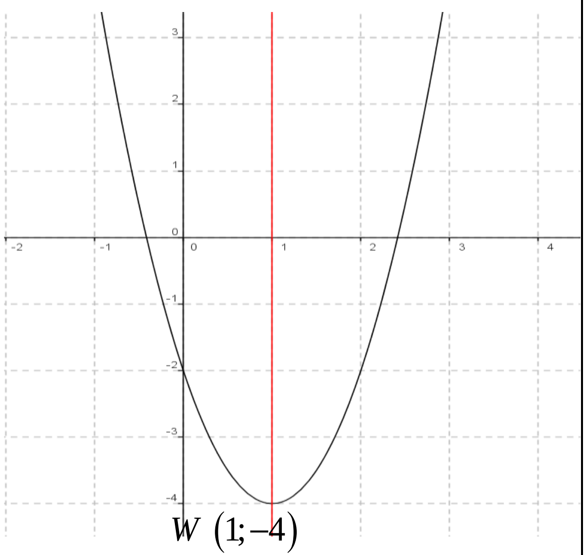
ب) جدول تغيرات الدالة f

$\begin{cases}X=0\\Y=0\end{cases}$ يعني $\begin{cases}x=1\\y=-4\end{cases}$

$(f(1)=2-4-2=-4)$ $W(1;-4)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↘	-4	↗

في المعلم $(0;\vec{i};\vec{j})$ التمثيل المبياني للدالة f هو شلجم رأسه $W(1;-4)$ ومحوره هو المستقيم $x=1$



تمرين 33: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-2x^2+4x-1$.

1) حدد D_f

2) بين أن: $f(x)=-2(x-1)^2+1$

3) (يسمى الشكل القانوني $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل ومع محور الأراتيب.

6) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $f(x)=-2x^2+4x-1=-2(x^2-2x)-1=-2(x^2-2\times x\times1+1^2-1^2)-1$

$f(x)=-2((x-1)^2-1)-1=-2(x-1)^2+2-1=-2(x-1)^2+1$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=-1;\beta=1;a=-2$

4) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a\prec 0$ اذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↗		↘

5)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-2(x-1)^2+1=0$

يعني $-2(x-1)^2=-1$ يعني $(x-1)^2=\frac{1}{2}$

يعني $x-1=\sqrt{\frac{1}{2}}$ أو $x-1=-\sqrt{\frac{1}{2}}$

يعني $x=\frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ أو $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{-\sqrt{2}+2}{2}$

ومنه نقط التقاطع هما: $A\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2};0\right)$ أو $B\left(\frac{-\sqrt{2}+2}{2};0\right)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

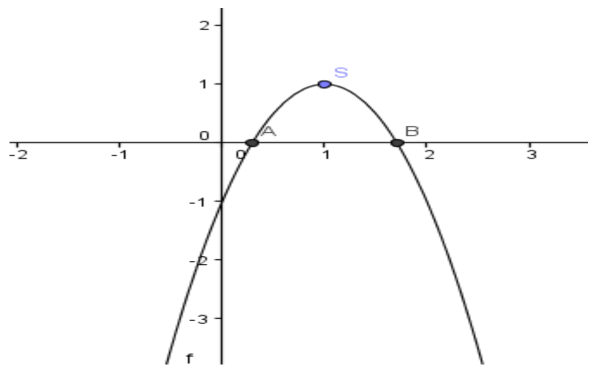
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=-2\times0^2+4\times0-1=-1$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-1)$

6)رسم: C_f



تمرين 34: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2+4x+3$.

1) بين أن: $f(x)=(x+2)^2-1$ (يسمى الشكل القانوني $(f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

2) حدد جدول تغيرات الدالة f .

3) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم

4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته $(D): y=3$ في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

5) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

6)حل مبيانيا في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2+4x\geq 0$.

أجوبة : 1) $f(x)=x^2+4x+3$

$D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$f(x)=x^2+4x+3=x^2+2\times x\times 2+2^2-2^2+3$

$f(x)=(x+2)^2-4+3=(x+2)^2-1$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني:

$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=2;\beta=-1;a=1$

2) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a=1>0$ اذن :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	↘	-1	↗

3)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $(x+2)^2-1=0$

يعني $(x+2)^2=1$ يعني يعني $x+2=1$ أو $x+2=-1$

يعني $x=-1$ أو $x=-3$

ومنه نقط التقاطع هما: $B(-1;0)$ و $A(-3;0)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

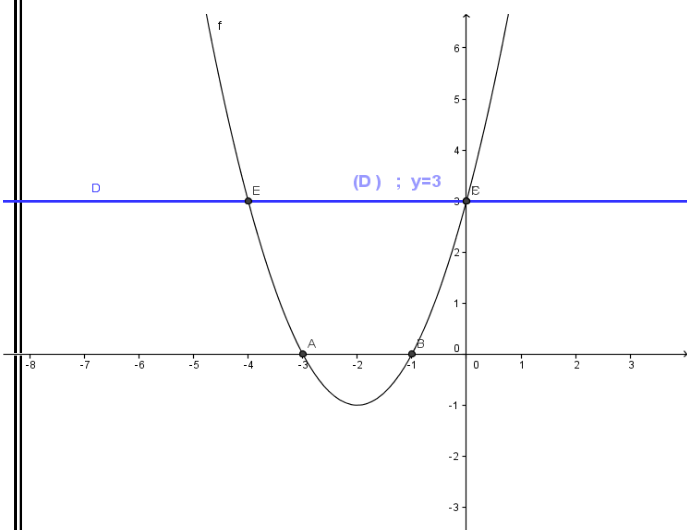
نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=3$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

4)رسم: C_f

-5	-4	-3	-2	-1	0	1
8	3	0	-1	0	3	8



5)حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

نحل للمعادلة $f(x)=3$ يعني $f(x)=y$

$f(x)=3$ يعني $(x+2)^2-1=3$

يعني $(x+2)^2=4$ يعني $x+2=2$ أو $x+2=-2$

يعني $x=0$ أو $x=-4$ ومنه نقط التقاطع هما: $C(0;3)$ و $E(-4;3)$

<u>ملاحظة:</u> يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

6)الحل المبياني للمتراجحة: $x^2+4x\geq 0$

$x^2+4x\geq 0$ تعني $x^2+4x+3\geq 3$: تعني $f(x)\geq 3$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]-\infty,-4]\cup[0,+\infty[$

تمرين 35: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1) حدد D_f

2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد مقاربات منحنى الدالة f

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

6) أرسم المستقيم الذي معادلته : الذي معادلته : $y=5$

7) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=5$

8) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x)\geq 5$

أجوبة : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-1\neq 0\}$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2) **انجاز القسمة الاقليدية:**

$$\begin{array}{r|l} 2x+1 & x-1 \\ \cline{2-2} -2x+2 & 2 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

$$f(x)=\frac{2x+1}{x-1}=\frac{2(x-1)+3}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x-1}+\frac{3}{x-1}=2+\frac{3}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$

نجد : $\alpha=-1;\beta=2;k=3$

3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $k=3>0$ اذن :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	‖	$\searrow$	

منحنى f هو هذلولا مركزه $A(1;2)$ و مقارباه $x=1$ و $y=2$

4) أ) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{2x+1}{x-1}=0$ يعني $2x+1=0$

يعني $2x=-1$ يعني $x=\frac{-1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$

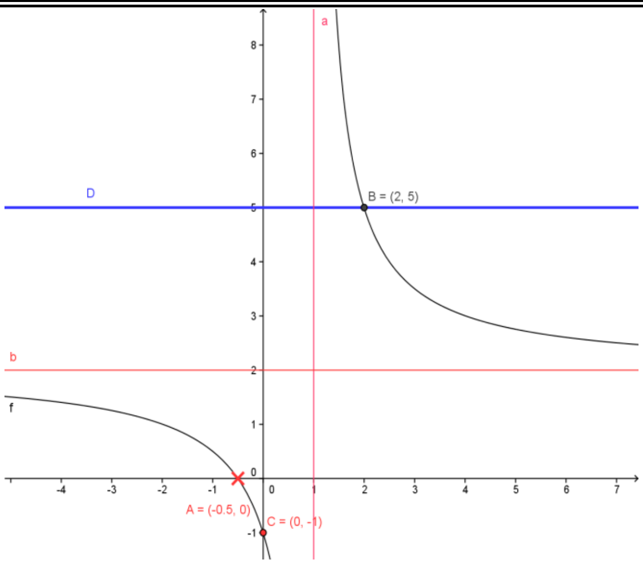
ب) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ $f(0)=-1$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-1)$

5) و6) ورسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}$	-1		5	$\frac{7}{2}$	3



7) أ) الحل المبياني للمعادلة $f(x)=5$: هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم (D) أي أفصول النقطة $B(2;0)$

ومنه مجموعة الحلول : $S=\{2\}$

ب) الحل الجبري للمعادلة $f(x)=5$:

$f(x)=5$ يعني $\frac{2x+1}{x-1}=5$ يعني $2x+1=5(x-1)$

يعني $2x+1=5x-5$ يعني $-3x=-6$ يعني $x=2$

ومنه مجموعة الحلول : $S=\{2\}$

8) الحل المبياني للمتراجحة: $f(x)\geq 5$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]1,2]$

تمرين 36: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1) حدد D_f

2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر

3) حدد جدول تغيرات الدالة f باستعمال طريقة تغيير المعلم

أجوبة : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1) $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2) **انجاز القسمة الاقليدية:**

$$\begin{array}{r|l} 2x+1 & x-1 \\ \cline{2-2} -2x+2 & 2 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

اذا كانت : $x\in\mathbb{R}-\{1\}$ فان :

$$f(x)=\frac{2x+1}{x-1}=\frac{2(x-1)+3}{x-1}=\frac{2(x-1)}{x-1}+\frac{3}{x-1}=2+\frac{3}{x-1}$$

$f(x)-2=\frac{3}{x-1}$ يعني $y-2=\frac{3}{x-1}$

نضع $\begin{cases}x-1=X\\ y-2=Y\end{cases}$ اذن: $\begin{cases}x=X+1\\ y=Y+2\end{cases}$

$Y=\frac{3}{X}$ يعني $y=\frac{2x+1}{x-1}$

جدول تغيرات $X \longrightarrow \frac{3}{X}$ $\quad (3 \succ 0)$

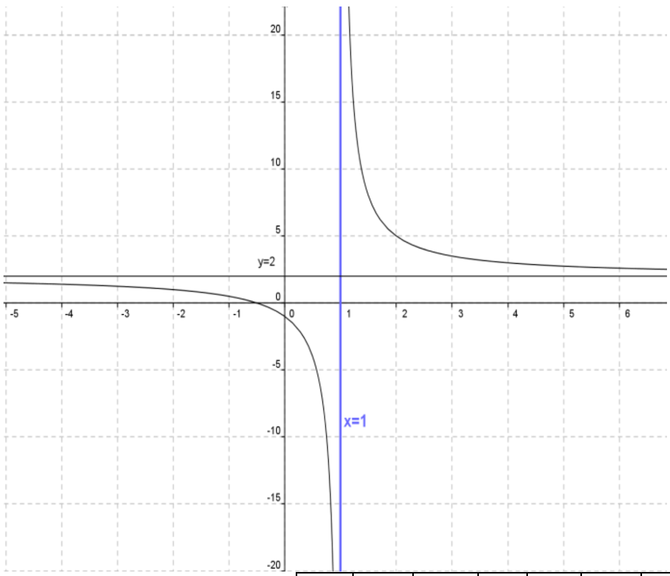
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

$\begin{cases} X=0 \\ Y=0 \end{cases}$ يعني $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

ومنه جدول تغيرات الدالة f : $x \longrightarrow \frac{2x+1}{x-1}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

في المعلم $(0;\vec{i};\vec{j})$ f التمثيل المبياني للدالة هو هذلول مركزه $W(1;2)$



-2	1-	0	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}$	-1		5	$\frac{7}{2}$	3

تمرين 37: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{-2x+1}{2x-4}$

1) حدد D_f

2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد النقط المميزة للتمثيل المبياني للدالة f

3)حدد جدول تغيرات الدالة f باستعمال طريقة تغيير المعلم

4) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

أجوبة : $f(x)=\frac{-2x+1}{2x-4}$

1) $f(x)\in\mathbb{R}$ يعني $2x-4\neq 0$ يعني $x\neq 2$

$D_f=\mathbb{R}-\{2\}$

2)**انجاز القسمة الاقليدية:**

$$\begin{array}{r|l} -2x+1 & 2x-4 \\ \cline{2-2} 2x-4 & -1 \\ \cline{1-1} -3 & \end{array}$$

اذا كانت : $x\in\mathbb{R}-\{1\}$ فان :

$$f(x)=\frac{-(2x-4)-3}{2x-4}=\frac{-(2x-4)}{2x-4}+\frac{-3}{2x-4}=-1+\frac{-3/2}{x-2}$$

اذن : $f(x)+1=\frac{-3/2}{x-2}$ اذن : $y+1=\frac{-3/2}{x-2}$

نضع : $\begin{cases} x-2=X \\ y+1=Y \end{cases}$ اذن: $\begin{cases} x=X+2 \\ y=Y-1 \end{cases}$

$y=\frac{2x+1}{x-1}$ يعني $Y=\frac{-3/2}{X}$ ونضع : $W(2;-1)$

اذن في المعلم $(W;\vec{i};\vec{j})$ معادلة التمثيل المبياني (C_f) للدالة f

هي $Y=\frac{-3/2}{X}$ بحيث $X=x-2$ و $Y=y+1$

في المعلم $(0;\vec{i};\vec{j})$ التمثيل المبياني للدالة f هو هذلول مركزه $W(2;-1)$ ومقاربات (C_f) هم : $x=2$ و $y=-1$

3)جدول تغيرات $X \longrightarrow \frac{-3/2}{X}$ $\quad \left(-3/2 \prec 0\right)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$

$\begin{cases} X=0 \\ Y=0 \end{cases}$ يعني $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

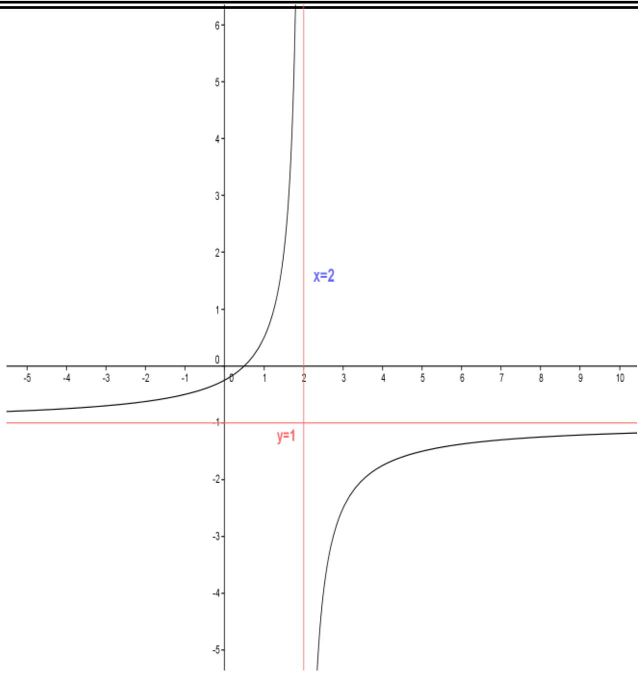
ومنه جدول تغيرات الدالة f : $x \longrightarrow \frac{-2x+1}{2x-4}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$

4) رسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

لرسم (C) نقوم أولا برسم منحنى الدالة $X \longrightarrow \frac{-3/2}{X}$

ونقوم بعملية الازاحة $\vec{W}=2\vec{i}-1\vec{j}$



تمرين 38: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}$

1) حدد D_f

2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد مقاربات منحنى الدالة f

3) حدد جدول تغيرات الدالة f

4) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة

6) أرسم المستقيم الذي معادلته : المستقيم (D) الذي معادلته: $y=2$

7) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم (D)

8) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x)\geq 2$

أجوبة : $f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}$

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x-2\neq 0\}$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2) **انجاز القسمة الاقليدية:**

$3x-1$	$2x-2$
$-3x+3$	$\frac{3}{2}$
2	

$$f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}=\frac{\frac{3}{2}(2x-2)+2}{2x-2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$

نجد : $\alpha=-1;\beta=\frac{3}{2};k=1$

3) حدد جدول الدالة f . لدينا : $k=1>0$ اذن :

	-2	-1	0	1	2	3	4
تغيرات	$\frac{7}{6}$	1	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$	2	$\frac{11}{6}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	||	$\searrow$

منحنى f هو هذلولا مركزه $S\left(1;\frac{3}{2}\right)$ و مقارباه $x=1$ و $y=\frac{3}{2}$

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{3x-1}{2x-2}=0$ يعني $3x-1=0$

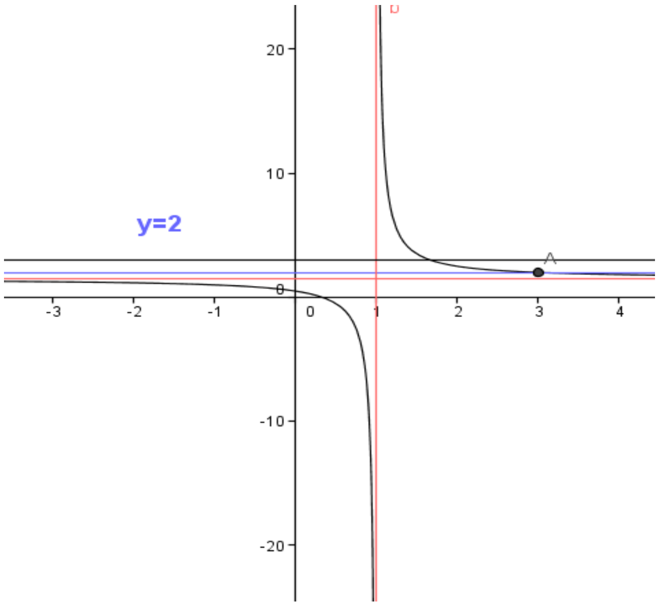
يعني $3x=1$ يعني $x=\frac{1}{3}$

ومنه نقطة التقاطع هي: $A\left(\frac{1}{3};0\right)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

$f(0)=\frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $B\left(0;\frac{1}{2}\right)$

5) و 6)



7)نحل للمعادلة $f(x)=2$:

$f(x)=2$ يعني $\frac{3x-1}{2x-2}=2$ يعني $3x-1=2(2x-2)$

يعني $3x-1=4x-4$ يعني $x=3$

ومنه نقطة التقاطع هي : $C(3;2)$

8)الحل المبياني للمتراجحة: $f(x)\geq 2$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]1,3]$

تمرين 39: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2+2x+3$.

1) أحسب $f(-1)$ و تأكد أن : $f(x)=(x+1)^2+2$

2) تأكد أن : $f(x)\geq f(-1)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$ وماذا تستنتج؟

أجوبة : 1) $f(-1)=(-1)^2+2\times(-1)+3=1-2+3=2$

2) $f(x)-f(-1)=(x+1)^2+2-2=(x+1)^2\geq 0$

ومنه : $f(x)\geq f(-1)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

أستنتج أن : $f(-1)$ هي قيمة دنيا للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 40: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-x^2+2x+3$.

1) حدد D_f وبين أن : $f(x)=-(x-1)^2+4$.

2) حدد جدول تغيرات الدالة f .

3) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل ومع محور لأراتيب.

4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .

5) حدد مطاريف الدالة إن وجدت.

6) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $-x^2+2x+3-m=0$

أجوبة :

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$f(x)=-x^2+2x+3=-(x^2-2x)+4=-(x^2-2\times x\times1+1^2-1^2)+4$$

$$f(x)==-(x-1)^2+4$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني:

$$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$$

نجد : $\alpha=-1;\beta=4;a=-1$

2) حدد جدول تغيرات الدالة f

لدينا : $a\prec 0$ اذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↗	4	↘

3) أ) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-x^2+2x+3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=-1$ و $b=2$ و $c=3$

$$\Delta=b^2-4ac=(2)^2-4\times3\times(-1)=16=(4)^2>0$$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-(2)+\sqrt{16}}{-2}=-1$ و $x_2=\frac{-2-\sqrt{16}}{-2}=3$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-1;0)$ أو $B(3;0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$

ب) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

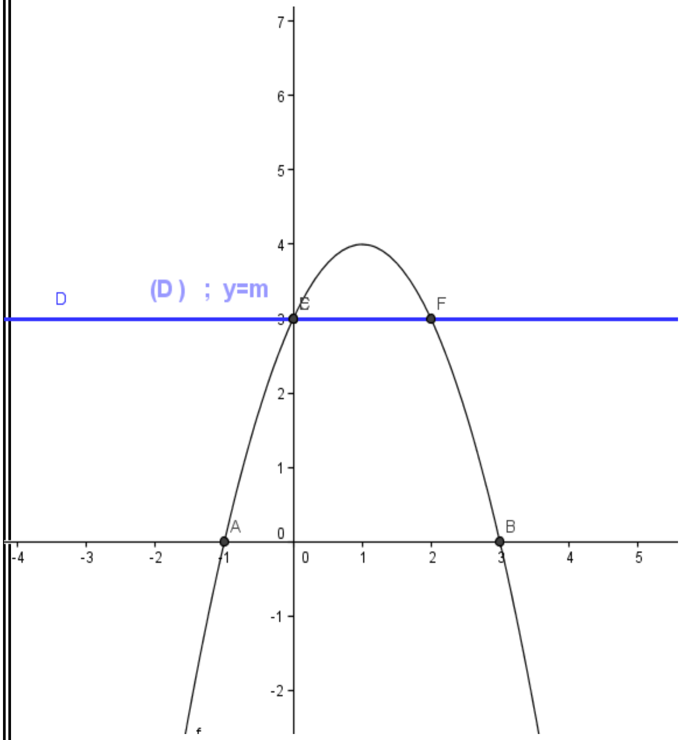
نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=-0^2+2\times0+3=3$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

4) رسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
-5	0	3	4	3	0	-5

x	0	1
y	2	$\frac{5}{2}$



5) $f(x)==-(x-1)^2+4$

لدينا $-(x-1)^2\le0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

ومنه $4-(x-1)^2\le4$ أي $f(x)\le4$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي إن 4 هي قيمة قصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات

6) المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m ل عدد حلول المعادلة $-x^2+2x+3-m=0$:

$-x^2+2x+3-m=0$ تكافئ $-x^2+2x+3=m$ أي $f(x)=m$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته : $y=m$

اذا كانت $m>4$ التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا يوجد حل لهذه المعادلة أي $S=\varnothing$

اذا كانت $m=4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة وحيدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S=\{x_1\}$

اذا كانت $m<4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S=\{x_1,x_2\}$

تمرين 41: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{1}{4}x^2$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2) أدرس زوجية الدالة f 3) حدد جدول تغيرات الدالة f

4) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

6) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=1$

7) أرسم المستقيم الذي معادلته : $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$

8) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+2$

9) حل مبيانيا ثم جبريا المتراجحة: $\frac{1}{4}x^2-2\geq\frac{1}{2}x$

أجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{1}{4}(-x)^2=\frac{1}{4}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

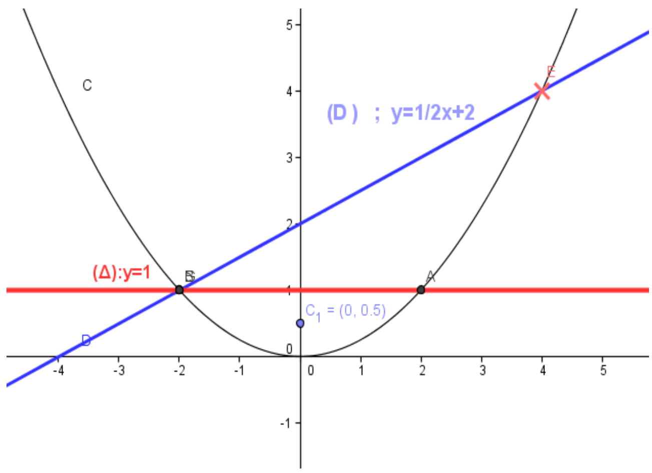
3)حدد جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

4) الدالة f تقبل قيمة دنيا عند : $x=0$

5) رسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$



6)أ)الحل المبياني للمعادلة : $f(x)=1$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم $(\Delta): y=1$

وبما أن نقط التقاطع هما $A(2,1)$ و $B(-2,1)$

فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;2\}$

ب)الحل الجبري للمعادلة : $f(x)=1$

$\frac{1}{4}x^2=1$ يعني $x^2=4$ يعني $x=\sqrt{4}$ أو $x=-\sqrt{4}$ يعني $x=2$

أو $x=-2$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;2\}$

7) رسم المستقيم الذي معادلته : $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$

8)أ)الحل المبياني للمعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+2$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و

المستقيم $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$

وبما أن نقط التقاطع هما $E(4,4)$ و $B(-2,1)$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;4\}$

أ)الحل الجبري للمعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x+2$

$\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x+2$ يعني $x^2=2x+8$ يعني $x^2-2x-8=0$

يعني $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-8)=36=(6)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=4$ و $x_2=-2$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-2;4\}$

9)أ)الحل المبياني للمتراجحة $\frac{1}{4}x^2-2\geq\frac{1}{2}x$

$\frac{1}{4}x^2\geq\frac{1}{2}x+2$ يعني $f(x)\geq\frac{1}{2}x+2$

ومنه مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x+2$ أي $S=]-\infty,-2]\cup[4,+\infty[$

ب)الحل الجبري للمتراجحة $\frac{1}{4}x^2-2\geq\frac{1}{2}x$

$x^2-2\geq\frac{1}{2}x$ يعني $x^2\geq2x+8$ يعني $x^2-2x-8\geq0$

$x_1=4$ و $x_2=-2$

جدول الاشارة:

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
x^2-2x-8		$+$	0	$-$	0	$+$	

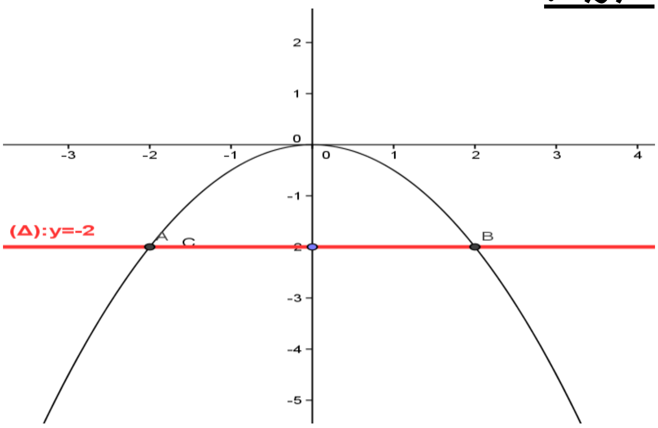
أي $S=]-\infty,-2]\cup[4,+\infty[$

تمرين 42: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$.

1) مثل الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

2) حل مبيانيا المتراجحة $f(x)>-2$

الأجوبة :



2)مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم $(\Delta)\ :\ y=-2$ أي $S=]-2,2[$

تمرين 43: لتكن f الدالة المعرفة ب: $f(x)=\frac{2}{x}$

والمستقيم الذي معادلته : $(D)\ :\ y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2 أدرس زوجية الدالة f

(3 حدد جدول تغيرات الدالة f .

(4 أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f والمستقيم (D) في معلم

(5 حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

(6 حل مبيانيا المتراجحة : $\frac{2}{x}\geq\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

أجوبة 1:) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\neq0\}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

(2 أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

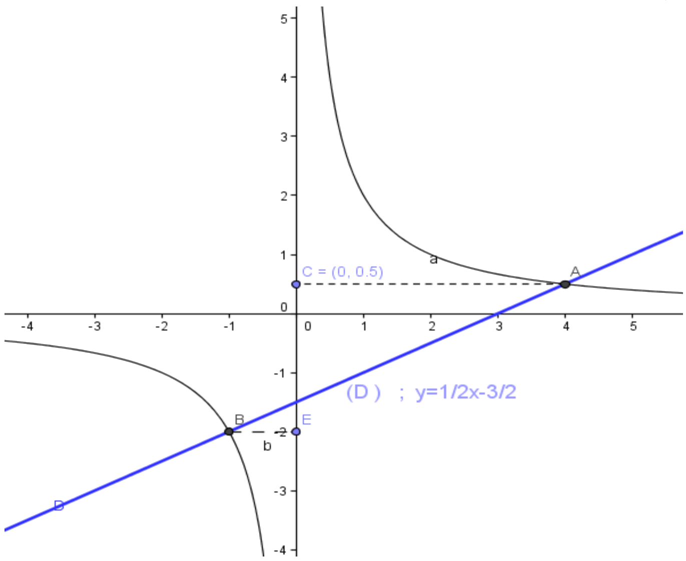
ب) $f(-x)=\frac{2}{(-x)}=-\frac{2}{x}=-f(x)$

ومنه الدالة f فردية

3)جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	‖	↘	

(4 منحنى الدالة f .



5)ا)الحل المبياني للمعادلة : $\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

$\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ يعني $f(x)=y$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم (D)

وبما أن نقط التقاطع هما $A\left(4,\frac{1}{2}\right)$ و $A(-1,-2)$

فان مجموعة الحلول : $S=\{-1;4\}$

ا)الحل الجبري للمعادلة : $\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ $x\neq0$

$\frac{2}{x}=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ يعني $2x\times\frac{2}{x}=2x\times\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)$

(بضرب طرفي المعادلة في 2x)

يعني $4=x^2-3x$ يعني $x^2-3x-4=0$

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(-4)=25=(5)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=4$ و $x_2=-1$

ومنه فان مجموعة الحلول : $S=\{-1;4\}$

(6 حل مبيانيا المتراجحة : $\frac{2}{x}\geq\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]-\infty,-1]\cup[0,4]$

تمرين 44: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=-x^2+4x+5$

(1 حدد D_f (2 تحقق أن : $f(x)=-(x-2)^2+9$

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

(5 أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

6)حدد القيم الدنيا والقصوى ان وجدت

(7 ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $x^2-4x-5+m=0$

أجوبة 1:) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2 $f(x)=-x^2+4x+5=-(x^2-4x)+5=-(x^2-2\times x\times2+2^2-2^2)+5$

$f(x)=-(x-2)^2+4+5=-(x-2)^2+9$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

نجد : $\alpha=-2;\beta=9;a=-1$

(3 حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a\prec0$ اذن :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		↘	9	↗	

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-x^2+4x+5=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=-1$ و $b=4$ و $c=5$

$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times5\times(-1)=36=(6)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\frac{-4+\sqrt{36}}{-2}=-1$ و $x_2=\frac{-4-\sqrt{36}}{-2}=5$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-1;0)$ أو $B(5;0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$

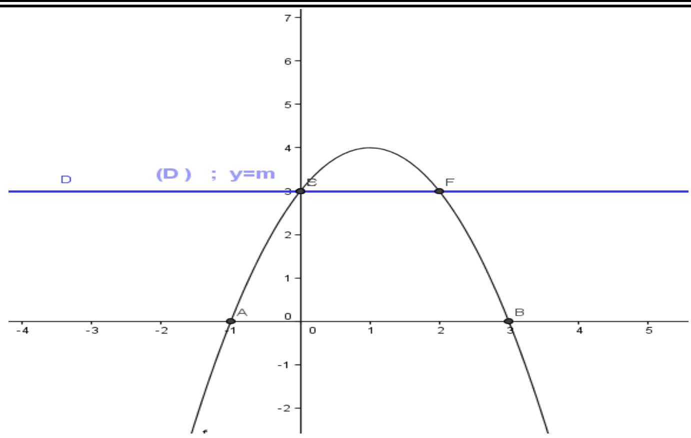
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ $f(0)=-0^2+2\times0+3=3$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

5)رسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
-5	0	3	4	9	0	-5



6) $f(x)==-(x-1)^2+4$

لدينا $-(x-1)^2\le 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

ومنه $4-(x-1)^2\le 4$ أي $f(x)\le 4$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي إن 4 هي قيمة قصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات

7)المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m ل عدد حلول المعادلة $-x^2+2x+3-m=0$:

$-x^2+2x+3-m=0$ تكافئ $-x^2+2x+3=m$ أي $f(x)=m$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته : $y=m$

اذا كانت $m>4$. التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا يوجد حل لهذه المعادلة أي $S=\varnothing$

اذا كانت $m=4$. التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة وحيدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S=\{x_1\}$

اذا كانت $m<4$. التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S=\{x_1,x_2\}$

تمرين 45: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=ax^2+bx+1$

1) حدد a و b علما أن التمثيل المبياني للدالة (C_f) f يمر من النقطتين $A(1,5)$ و $B(-1,1)$

2) تحقق أن : $f(x)=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$ وحدد جدول تغيرات f

3) أرسم (C_f)

4) نعتبر المستقيم الذي معادلته $y=6x-1$ (D)

أ) أرسم (D)

ب) بين أن التمثيل المبياني للدالة f يوجد فوق المستقيم (D)

$f(x)=ax^2+bx+1$

الأجوبة: 1)

$A(1,5)\in(C_f)$ يعني: $f(1)=5$ يعني: $a\times(1)^2+b\times1+1=5$

$B(-1,1)\in(C_f)$ يعني: $f(-1)=1$ يعني: $a\times(-1)^2+b\times(-1)+1=1$

اذن نحل النظمة التالية: $\begin{cases}a+b+1=5\\a-b+1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=4\\a-b=0\end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف لطرف فنجد: $2a=4 \Leftrightarrow a=2$

ولدينا $a-b=0 \Leftrightarrow a=b$ ومنه $a=b=2$

2)حسب السؤال السابق: $f(x)=2x^2+2x+1$

نتحقق أن : $f(x)=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

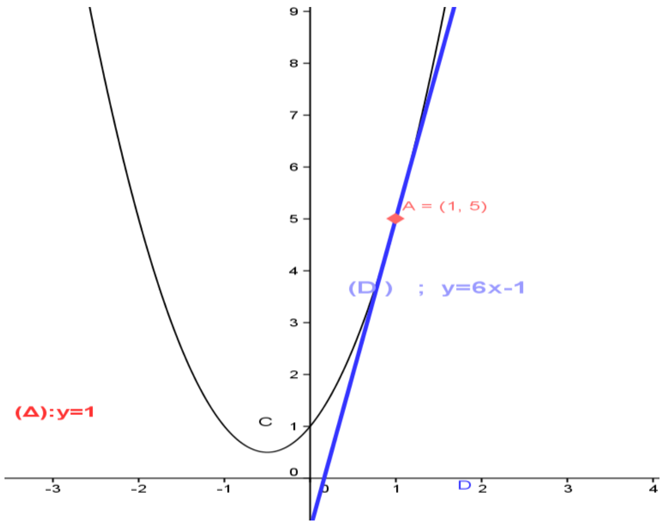
$$2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}=2\left(x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)+\frac{1}{2}$$

$$=2\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}$$

$$=2x^2+2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2x^2+2x+1=f(x)$$

ومنه جدول تغيرات الدالة f .

3)



4)أ) و(ب) يجب أن نبين أن $f(x)-y\ge 0$?????

$f(x)-y=2x^2+2x+1-6x+1=2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)$

$=2(x^2-2\times x\times1+1^2)=2(x-1)^2\ge 0$ لأن المربع دائما موجب

ومنه $f(x)\ge y$ وبالتالي (C_f) يوجد فوق المستقيم (D)

تمرين 46: نعتبر الدالة g المعرفة كالتالي : $g(x)=\frac{-x}{x-2}$

1) حدد D_g

2) أكتب $g(x)$ على الشكل المختصر وحدد النقط المميزة للتمثيل المبياني للدالة g

3)حدد جدول تغيرات الدالة g باستعمال طريقة تغيير المعلم

4) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة g

أجوبة : $g(x)=\frac{-x}{x-2}$

1) $g(x)\in\mathbb{R}$ يعني $x-2\neq 0$ يعني $x\neq 2$

$D_g=\mathbb{R}-\{2\}$

2)**انجاز القسمة الاقليدية:**

$$\begin{array}{r|l} -x & x-2 \\ \cline{2-2} x-2 & -1 \\ \cline{1-1} -2 & \end{array}$$

اذا كانت : $x\in\mathbb{R}-\{2\}$ فان :

$$g(x)=\frac{-x}{x-2}=\frac{-1(x-2)-2}{x-2}=\frac{-1(x-2)}{x-2}+\frac{-2}{x-2}=-1+\frac{-2}{x-2}$$

اذن : $g(x)+1=\frac{-2}{x-2}$ اذن : $y+1=\frac{-2}{x-2}$

نضع : $\begin{cases}x-2=X\\ y+1=Y\end{cases}$ اذن: $\begin{cases}x=X+2\\ y=Y-1\end{cases}$

$y=\frac{-x}{x-2}$ يعني $Y=\frac{-2}{X}$ ونضع : $W(2;-1)$

اذن في المعلم $(W;\vec{i};\vec{j})$ معادلة التمثيل المبياني (C_g) للدالة g

هي $Y=\frac{-2}{X}$ بحيث $X=x-2$ و $Y=y+1$

في المعلم $(0;\vec{i};\vec{j})$ التمثيل المبياني للدالة g هو هذلول مركزه

$W(2;-1)$ ومقارباته (C_g) هم : $x=2$ و $y=-1$

3)جدول تغيرات $X\longrightarrow\frac{-2}{X}$ $(-2\prec 0)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

$\begin{cases}X=0\\ Y=0\end{cases}$ يعني $\begin{cases}x=2\\ y=-1\end{cases}$

ومنه جدول تغيرات الدالة f :

$x\longrightarrow\frac{-x}{x-2}$

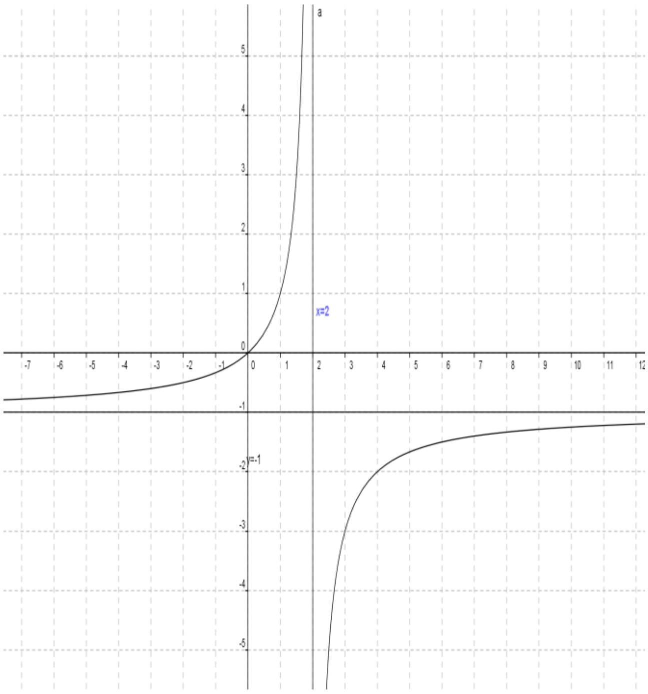
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

4) رسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

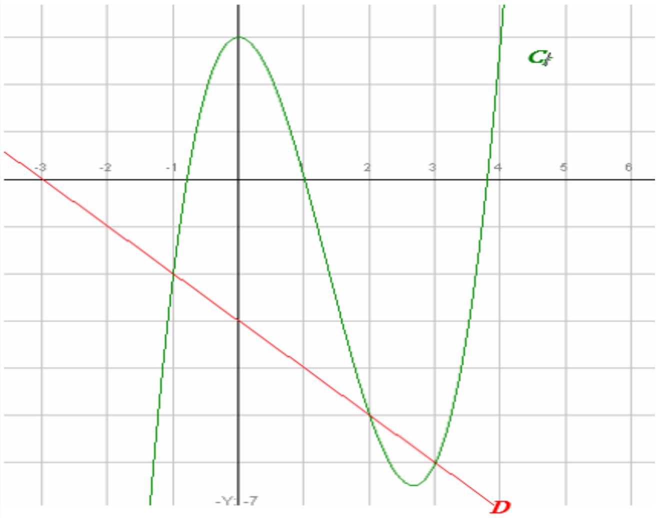
لرسم (C) نقوم أولا برسم منحنى الدالة $X\longrightarrow\frac{-2}{X}$

-1	0	1	2	3	4	5
-1/3	0	1		-3	-2	-5/3

ونقوم بعملية الازاحة $\vec{W}=2\vec{i}-1\vec{j}$



تمرين47: التمثيل التالي (C_f) يمثل التمثيل المبياني للدالة f المعرفة كالتالي: $f(x)=x^3-4x^2+3$ ونعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x-3$



1)حل مبيانيا المعادلة $f(x)=3$ و المتراجحة $f(x)\prec 3$

2)حل مبيانيا المعادلة $f(x)=0$ و المتراجحة $f(x)\geq 0$ (اعطا فقط تأطير ان أمكن)

3)حل مبيانيا المعادلة $f(x)=-x-3$ والمتراجحة $f(x)\leq -x-3$

الأجوبة: 1)

1)حلول المعادلة $f(x)=3$ هي مجموعة سوابق العدد3

ومنه $S=\{0;4\}$

2)حلول المعادلة $f(x)=0$ هي مجموعة سوابق العدد0

ومنه $S=\{a;1;b\}$ حيث $-1\prec a\prec -0.5$ و $3.5\prec b\prec 4$

حلول المتراجحة $f(x)\geq 0$ هي $S=[a;1]\cup[b;+\infty[$

3)أ)الحل المبياني للمعادلة $f(x)=-x-3$

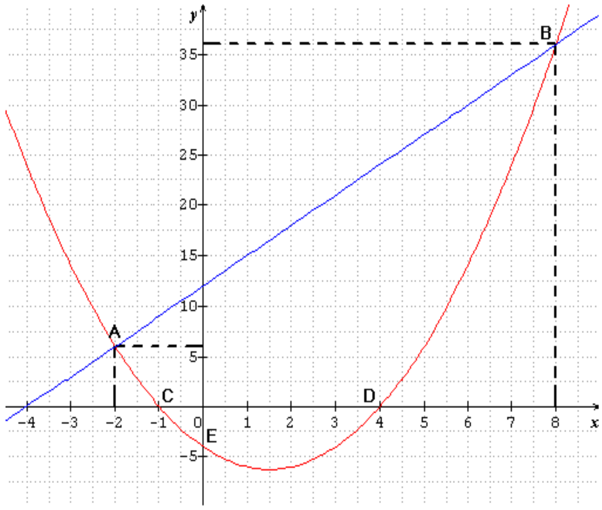
هي نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (D)
الذي معادلته $y=-x-3$
ومنه $S=\{-1;2;3\}$

3)ب)الحل المبياني للمتراجحة $f(x)\le -x-3$
مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد تحت
المستقيم $(D)\ :\ y=-x-3$ أي $S=]-\infty;-1]\cup[2;3]$

تمرين 48: نعتبر الدالة f و g المعرفتين كالتالي :
$f(x)=x^2-3x-4$ و $g(x)=3x+12$

1)أرسم التمثيلين المبيانيين (C_f) و (C_g) للدالتين f و g في نفس المعلم
2)حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x)=g(x)$
3)حل مبيانيا ثم جبريا المتراجحة $f(x)\ge g(x)$
4)حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

الأجوبة: 1)



بالأزرق (C_f) التمثيل المبياني للدالة f

وبالأحمر (C_g) التمثيل المبياني للدالة g

2)أ)الحل المبياني للمعادلة $f(x)=g(x)$
يكفي البحث عن نقط تقاطع (C_f) و (C_g)

من خلال الشكل نجد : $x=-2$ و $x=8$ ومنه $S=\{-2;8\}$

2)أ)الحل الجبري للمعادلة $f(x)=g(x)$
$f(x)=g(x)$ يعني $x^2-3x-4=3x+12$
يعني $x^2-6x-16=0$
$a=1$ et $b=-6$ et $c=-16$

$$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times1\times(-16)=36+64=100=(10)^2>0$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\quad \text{et}\quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-(-6)+\sqrt{100}}{2\times1}=\frac{6+10}{2}=\frac{16}{2}=8$$ و

$$x_2=\frac{-(-6)-\sqrt{100}}{2\times1}=\frac{6-10}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$

ومنه $S=\{-2;8\}$

3)أ)الحل المبياني للمتراجحة $f(x)\ge g(x)$
التمثيل المبياني (C_f) للدالة f يوجد فوق التمثيل المبياني (C_g)
للدالة g يعني $x\in]-\infty;-2[\cup]8;+\infty[$
ومنه $S=]-\infty;-2[\cup]8;+\infty[$

3)أ)الحل الجبري للمتراجحة $f(x)\ge g(x)$
$f(x)\ge g(x)$ يعني $x^2-3x-4\succ 3x+12$
يعني $x^2-6x-16\succ 0$
الجذور هما: $x_1=8$ و $x_2=-2$

x	$-\infty$		-2		8		$+\infty$
$x^2-6x-16$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه : $S=]-\infty;-2[\cup]8;+\infty[$

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل
نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $x^2-3x-4=0$
نحل المعادلة باستعمال المميز
$a=1$ و $b=-3$ و $c=-4$

$$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(-4)=9+16=25=(5)^2>0$$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\quad \text{و}\quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2\times1}=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4$$ و

$$x_2=\frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2\times1}=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

ومنه نقط التقاطع هما: $C(-1;0)$ أو $D(4;0)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب
نحسب فقط : $f(0)$ $\quad f(0)=0^2-3\times0-4=-4$
ومنه نقطة التقاطع هي: $E(0;-4)$