

الأستاذ:
نجيب
عثماني

تمارين محلولة: دراسة الدوال
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجيا

أكاديمية
الجهة
الشرقية

$$D_f = \mathbb{R} - \{3\} \text{ ومنه } x = 3 \text{ يعني } 4x - 12 = 0 \text{ يعني } 4x = 12$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4x^2 - 1 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x+10}{4x^2-1} \quad (3)$$

$$(2x-1)(2x+1) = 0 \text{ يعني } (2x)^2 - 1^2 = 0 \text{ يعني } 4x^2 - 1 = 0$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\} \text{ ومنه } x = -\frac{1}{2} \text{ أو } x = \frac{1}{2} \text{ يعني } 2x+1=0 \text{ أو } 2x-1=0$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x} \quad (4)$$

$$x = 0 \text{ أو } x^2 - 2 = 0 \text{ يعني } x(x^2 - 2) = 0 \text{ يعني } x^3 - 2x = 0$$

$$\text{يعني } x^2 = 2 \text{ أو } x = 0 \text{ يعني } x = \sqrt{2} \text{ أو } x = -\sqrt{2} \text{ أو } x = 0$$

$$\text{ومنه } D_f = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 5x - 3 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3} \quad (5)$$

$$\text{نحل المعادلة باستعمال المميز} \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$c = -3 \text{ و } b = -5 \text{ و } a = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25 + 24 = 49 = (7)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{(-5) - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \text{ و } x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{ومنه: } D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / -3x + 6 \geq 0\} \text{ يعني } f(x) = \sqrt{-3x+6} \quad (6)$$

$$D_m =]-\infty; 2] \text{ ومنه } x \leq 2 \text{ يعني } x \leq \frac{-6}{-3} \text{ يعني } -3x \geq -6$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 \geq 0\} \text{ يعني } f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} \quad (7)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1 > 0 \quad a = 1$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن للحدودية جذرين هما:

$$x_1 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \text{ و } x_2 = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{3+1}{4} = 1$$

x	$-\infty$	$1/2$	1	$+\infty$	
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\text{ومنه: } D_f = \left] -\infty, \frac{1}{2} \right] \cup [1, +\infty[$$

$$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{-3x+2}{x+1} \geq 0 \text{ و } x+1 \neq 0\right\} \text{ يعني } f(x) = \sqrt{\frac{-3x+2}{x+1}} \quad (8)$$

$$x = -1 \text{ يعني } x+1 = 0 \text{ يعني } x = 3 \text{ يعني } x = \frac{2}{3} \text{ يعني } -3x+2 = 0$$

نحدد أولا جدول الإشارة:

تمرين 1: ليكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = 3x^2 - 1$$

$$1. \text{ أحسب: } f(1) \text{ و } f(-1) \text{ و } f(\sqrt{2})$$

2. حدد سوابق العدد 2

$$\text{الجواب: (1)} \quad f(1) = 3 \times 1^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$f(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$3 \times x^2 = 3 \text{ يعني } 3 \times x^2 - 1 = 2 \text{ يعني } f(x) = 3 \times x^2 - 1 = 2 \quad (2)$$

$$\text{يعني } x^2 = 1 \text{ يعني } x = 1 \text{ أو } x = -1 \text{ ومنه للعدد سوابقين هما } x = 1 \text{ أو } x = -1$$

تمرين 2: حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$g(x) = \frac{x^3}{2x-4} \quad (2) \quad f(x) = 3x^2 - x + 1$$

$$m(x) = \sqrt{2x-4} \quad (4) \quad h(x) = \frac{5x+10}{x^2-9} \quad (3)$$

الجواب: (1) $f(x) = 3x^2 - x + 1$ يعني $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\} \text{ يعني } g(x) = \frac{x^3}{2x-4} \quad (2)$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\} \text{ ومنه } x = 2 \text{ يعني } 2x = 4$$

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 9 \neq 0\} \text{ يعني } h(x) = \frac{5x+10}{x^2-9} \quad (3)$$

$$(x-3)(x+3) = 0 \text{ يعني } x^2 - 3^2 = 0 \text{ يعني } x^2 - 9 = 0$$

$$\text{يعني } x+3 = 0 \text{ أو } x-3 = 0 \text{ يعني } x = -3 \text{ أو } x = 3$$

$$\text{ومنه } D_h = \mathbb{R} - \{-3; 3\}$$

$$D_m = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \geq 0\} \text{ يعني } m(x) = \sqrt{2x-4} \quad (4)$$

$$D_m = [2; +\infty[\text{ ومنه } x \geq 2 \text{ يعني } 2x \geq 4$$

تمرين 3: حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x^2+x-1}{4x-12} \quad (2) \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x} \quad (4) \quad f(x) = \frac{x+10}{4x^2-1} \quad (3)$$

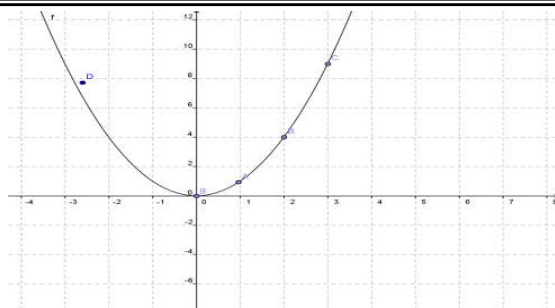
$$f(x) = \sqrt{-3x+6} \quad (6) \quad f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3} \quad (5)$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{-3x+2}{x-1}} \quad (8) \quad f(x) = \sqrt{x^2-3x+2} \quad (7)$$

$$\text{الجواب: (1)} \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10$$

يعني $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4x - 12 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x^2+x-1}{4x-12} \quad (2)$$



(4) محور الأرتيب محور تماثل المنحنى C_f .

تمرين 7: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة

$$f(x) = \frac{2}{x} \text{ كالتالي:}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة فردية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

أجوبة (1): $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

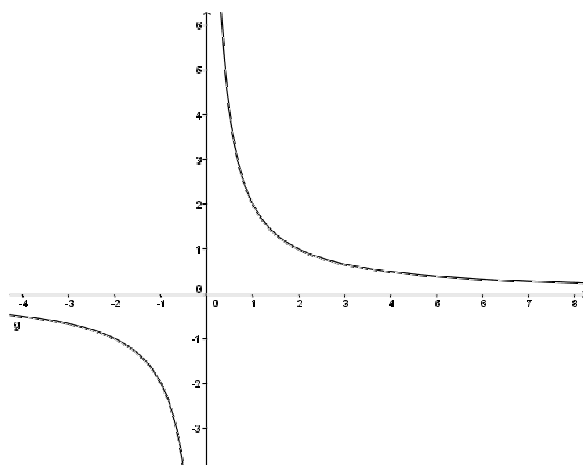
ومنه : $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

(2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x) \text{ (ب)}$$

ومنه f دالة فردية (3)

x	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$



(4) نقطة 0 مركز تماثل المنحنى C_f .

تمرين 8: أدرس رتبة الدوال المعرفة كالتالي :

$$f(x) = -3x + 2 \quad (2) \quad f(x) = 4x - 3 \quad (1)$$

أجوبة (1): $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ليكن : $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن : $4x_1 < 4x_2$ اذن : $4x_1 - 3 < 4x_2 - 3$ اذن : $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $\mathbb{R}$

$$f(x) = -3x + 2 \quad (2)$$

$D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

x	$-\infty$	-1	$1/3$	$+\infty$	
$-3x+2$	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$x+1$	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$-3x+2/x+1$	$-$	$ $	$+$	0	$-$

$$D_f = \left] -1, \frac{2}{3} \right]$$

تمرين 4: لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما

$$f(x) = \sqrt{x^2} \text{ و } g(x) = |x|$$

بين أن $f = g$.

الجواب: لدينا: $D_f = \mathbb{R}$, لأن $x^2 \geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$, و $D_g = \mathbb{R}$

منه فان $D_f = D_g$.

و بما أن $\sqrt{x^2} = |x|$ لكل x من $\mathbb{R}$ فان $f(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

إذن $f = g$.

تمرين 5: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{2x}{x+2}$$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و ليكن A و B نقط

أفصليها هي -1 و 2 على التوالي

(1) حدد أرتيب A و B علما أنهما ينتميان إلى (C_f) .

(2) لتكن $E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right)$, $F(-3; 5)$, $G(1; 0)$ نقط من المستوى. هل

النقط E , F , و G تنتمي للمنحنى (C_f) ؟

الجواب (1): $A \in (C_f)$ يعني $A(-1; f(-1))$

$$A(-1; -2): \text{ ومنه } f(-1) = \frac{2 \times (-1)}{-1+2} = -2$$

$$B(2; 1): \text{ ومنه } f(2) = \frac{2 \times (2)}{2+2} = 1 \quad B(2; f(2)) \text{ يعني } B \in (C_f)$$

$$E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in (C_f): \text{ ومنه } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)+2} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \text{ لدينا } E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in (C_f)$$

$$F(-3; 5) \notin (C_f): \text{ ومنه } f(-3) = \frac{2 \times (-3)}{(-3)+2} = 6 \neq 5 \text{ لدينا } F(-3; 5) \notin (C_f)$$

$$G(1; 0) \notin (C_f): \text{ ومنه } f(1) = \frac{2 \times (1)}{(1)+2} = \frac{2}{3} \neq 0 \text{ لدينا } G(1; 0) \notin (C_f)$$

تمرين 6: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f

2. بين أن f دالة زوجية

3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f

4. اعط تأويلا مبيانيا

أجوبة (1): $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

$$f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 = f(x) \text{ (ب)}$$

ومنه f دالة زوجية

(3)

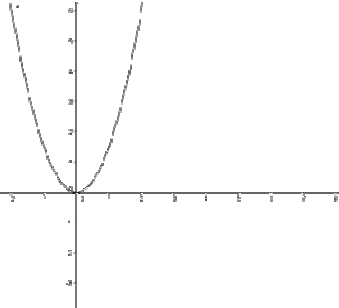
x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$

ليكن : $x_1 \in]-\infty; 0]$ و $x_2 \in]-\infty; 0]$ بحيث $x_1 < x_2$
 انن: $x_1^2 > x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2 > \frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1) > f(x_2)$
 ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty; 0]$
 (4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		0	

(5) الدالة f تقبل قيمة دنيا عند : $x = 0$

(6) رسم التمثيل المبياني للدالة f



x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$

تمرين 11: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أدرس زوجية الدالة f

(3) أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $[0; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$

وحدد جدول تغيرات الدالة f .

(4) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

(5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(\vec{i}; \vec{j})$.

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x) = -\frac{1}{4}(-x)^2 = -\frac{1}{4}x^2 = f(x)$ ومنه f دالة زوجية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

ليكن : $x_1 \in [0; +\infty[$ و $x_2 \in [0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

انن: $x_1^2 < x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2 > -\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1) > f(x_2)$

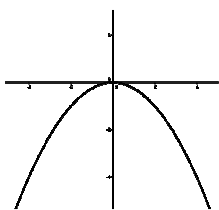
ومنه الدالة f تناقصية على $[0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.

ليكن : $x_1 \in]-\infty; 0]$ و $x_2 \in]-\infty; 0]$ بحيث $x_1 < x_2$

انن: $x_1^2 > x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2 < -\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty; 0]$



(4) الدالة f تقبل قيمة قصوى عند $x = 0$

(5) التمثيل المبياني للدالة f هو شلجم رأسه النقطة O

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		0	

ليكن : $x_1 \in \mathbb{R}$ و $x_2 \in \mathbb{R}$ بحيث $x_1 < x_2$

انن : $-3x_1 > -3x_2$ انن : $4x_1 + 2 > 4x_2 + 2$ انن : $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $\mathbb{R}$

تمرين 9: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{2}{x+1}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]-1; +\infty[$ و $]-\infty; -1]$.

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

أجوبة: (1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 0\}$

$x+1=0$ يعني $x=-1$ ومنه : $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

(2) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

ليكن : $x_1 \in]-1; +\infty[$ و $x_2 \in]-1; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

انن $x_1 + 1 < x_2 + 1$ ومنه $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$ ومنه $\frac{2}{x_1 + 1} > \frac{2}{x_2 + 1}$

أي $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-1; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; -1]$

ليكن : $x_1 \in]-\infty; -1]$ و $x_2 \in]-\infty; -1]$ بحيث $x_1 < x_2$

انن $x_1 + 1 < x_2 + 1$ ومنه $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$ ومنه $\frac{2}{x_1 + 1} > \frac{2}{x_2 + 1}$

أي $f(x_1) > f(x_2)$ ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty; -1]$

(3) جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$			

تمرين 10: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2. أدرس زوجية الدالة f

3. أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $[0; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$

4. حدد جدول تغيرات الدالة f .

5. هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

6. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$.

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x) = \frac{3}{2}(-x)^2 = \frac{3}{2}x^2 = f(x)$

ومنه f دالة زوجية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

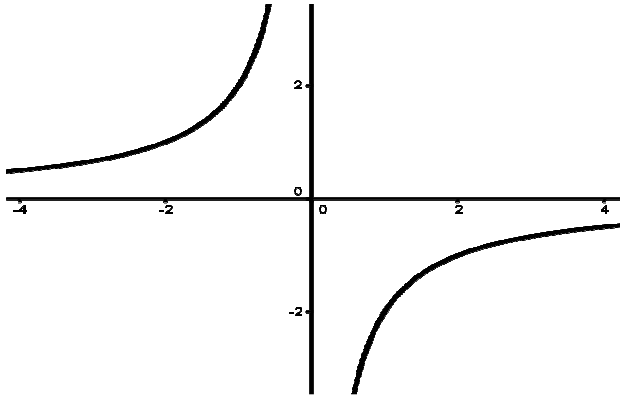
ليكن : $x_1 \in [0; +\infty[$ و $x_2 \in [0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

انن: $x_1^2 < x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2 < \frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $[0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.

x	0	1	2	4
f(x)		-2	-1	1/2-



تمرين 14: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

$$f(x) = \frac{3}{x} \quad (2) \quad f(x) = \frac{-4}{x} \quad (1)$$

أجوبة: (1) $f(x) = \frac{-4}{x}$ اذن $a = -4 < 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)			

(2) $f(x) = \frac{3}{x}$ اذن $a = 3 > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)			

تمرين 15: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = -2x^2 + 4x - 1$

(1) حدد D_f

(2) بين أن: $f(x) = -2(x-1)^2 + 1$

(3) (يسمى الشكل القانوني $f(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta$)

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفصائل.

و مع محور الأرتيب.

(6) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

أجوبة: (1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$f(x) = -2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = -2((x-1)^2 - 1) - 1 = -2(x-1)^2 + 2 - 1 = -2(x-1)^2 + 1$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta$

نجد : $\alpha = -1; \beta = 1; a = -2$

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a < 0$ اذن :

x	$-\infty$		$+\infty$
f(x)		1	

(5) (أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور

الأفصائل نحل فقط المعادلة : $f(x) = 0$ يعني $-2(x-1)^2 + 1 = 0$

تمرين 12: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

$$f(x) = \frac{7}{2}x^2 \quad (3) \quad f(x) = 5x^2 \quad (2) \quad f(x) = -3x^2 \quad (1)$$

أجوبة: (1) $f(x) = -3x^2$ اذن $a = -3 < 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		0	

(2) $f(x) = 5x^2$ اذن $a = 5 > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		0	

(3) $f(x) = \frac{7}{2}x^2$ اذن $a = \frac{7}{2} > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		0	

تمرين 13: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{-2}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2. أدرس زوجية الدالة f

3. أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$

4. حدد جدول تغيرات الدالة f .

5. هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

6. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

أجوبة: (1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

ومنه : $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

(2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا : $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x) = \frac{-2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x)$ ومنه f دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]0; +\infty[$:

ليكن : $x_1 \in]0; +\infty[$ و $x_2 \in]0; +\infty[$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن : $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1} < \frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة f على المجال $]-\infty; 0[$

ليكن : $x_1 \in]-\infty; 0[$ و $x_2 \in]-\infty; 0[$ بحيث $x_1 < x_2$

اذن : $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ ومنه $\frac{-2}{x_1} < \frac{-2}{x_2}$ أي $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty; 0[$

(4)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)			

(5) الدالة f تقبل لا تقبل لا قيمة قصوى ولا قيمة دنيا

(6) التمثيل المبياني للدالة f هو هذلول مركزه النقطة O

يعني $(x+2)^2=1$ يعني يعني $x+2=1$ أو $x+2=-1$

يعني $x=-1$ أو $x=-3$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-3;0)$ و $B(-1;0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة باستعمال المميز
(ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب

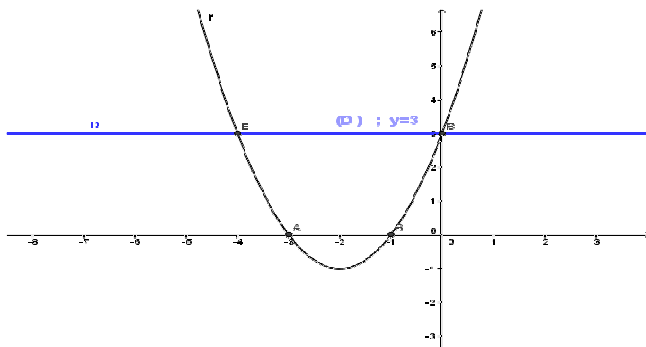
نحسب فقط : $f(0)$

$$f(0)=3$$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

(4)رسم: C_f

-5	-4	-3	-2	-1	0	1
8	3	0	-1	0	3	8



(5) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

نحل للمعادلة $f(x) = y$ يعني $f(x) = 3$

$$(x+2)^2 - 1 = 3 \text{ يعني } f(x) = 3$$

$$x+2 = -2 \text{ أو } x+2 = 2 \text{ يعني } (x+2)^2 = 4$$

يعني $x=0$ أو $x=-4$ ومنه نقط التقاطع هما: $C(0;3)$ و $E(-4;3)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

(6)الحل المبياني للمتراجحة: $x^2 + 4x \geq 0$

$$x^2 + 4x \geq 0 \text{ تعني } x^2 + 4x + 3 \geq 3 \text{ تعني } f(x) \geq 3$$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم (D) أي $S =]-\infty, -4] \cup [0, +\infty[$

تمرين 17: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

(1) حدد D_f

(2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد مقاربات منحنى الدالة f

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f

(4) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

(5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة

(6) أرسم المستقيم الذي معادلته : الذي معادلته : $y = 5$

(7) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x) = 5$

(8) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x) \geq 5$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \text{ أجوبة: } f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x-1 \neq 0\} \quad (1)$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

(2) انجاز القسمة الاقليدية:

$$(x-1)^2 = \frac{1}{2} \text{ يعني } -2(x-1)^2 = -1$$

$$\text{يعني } x-1 = -\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ أو } x-1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{يعني } x = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{-\sqrt{2}+2}{2} \text{ أو } x = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

$$\text{ومنه نقط التقاطع هما: } A\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}; 0\right) \text{ أو } B\left(\frac{-\sqrt{2}+2}{2}; 0\right)$$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

(ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب

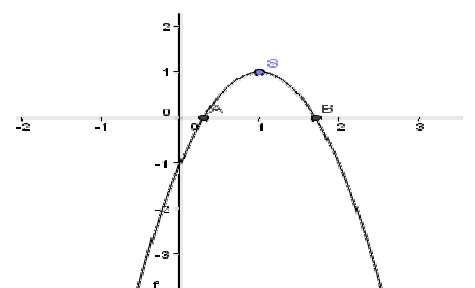
نحسب فقط : $f(0)$

$$f(0) = -2 \times 0^2 + 4 \times 0 - 1 = -1$$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-1)$

(6)رسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
-17	-7	-1	1	-1	-7	-17



تمرين 16: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = x^2 + 4x + 3$

(1) بين أن: $f(x) = (x+2)^2 - 1$ (يسمى الشكل القانوني

$$(f(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta)$$

(2) حدد جدول تغيرات الدالة f

(3) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم

(4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D)

الذي معادلته $y = 3$: (D) في معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(5) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

(6) حل مبيانيا في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2 + 4x \geq 0$.

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 \quad (1) \text{ أجوبة: } f(x) = x^2 + 4x + 3$$

$D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 - 2^2 + 3$$

$$f(x) = (x+2)^2 - 4 + 3 = (x+2)^2 - 1$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني:

$$f(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta$$

$$\text{نجد: } \alpha = 2; \beta = -1; a = 1$$

(2) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a = 1 > 0$ إذن :

x	$-\infty$		$+\infty$
		-2	
$f(x)$		-1	

(3) (أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاسيل

نحل فقط المعادلة : $f(x) = 0$ يعني $(x+2)^2 - 1 = 0$

تمرين 18: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x-2}$

(1) حدد D_f

(2) أكتب $f(x)$ على الشكل المختصر وحدد مقاربات منحنى الدالة f

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f

(4) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

(5) أرسم (C_f) التمثيل المبياني للدالة

(6) أرسم المستقيم الذي معادلته: $y = 2$ الذي معادلته: $y = 2$

(7) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f والمستقيم (D)

(8) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x) \geq 2$

أجوبة: $f(x) = \frac{3x-1}{2x-2}$

(1) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ ومنه $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2x-2 \neq 0\}$

(2) **انجاز القسمة الاقليدية:**

	$2x-2$
$-3x-1$	$\frac{3}{2}$
$-3x+3$	
2	

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x-2} = \frac{\frac{3}{2}(2x-2)+2}{2x-2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x) = \beta + \frac{k}{x+\alpha}$

نجد: $\alpha = -1; \beta = \frac{3}{2}; k = 1$

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا: $k = 1 > 0$ اذن:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$			

منحنى f هو هذلوليا مركزه $S(1; \frac{3}{2})$ ومقارباه $x = 1$ و $y = \frac{3}{2}$

(4) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة: $f(x) = 0$ يعني $\frac{3x-1}{2x-2} = 0$ يعني $3x-1 = 0$

يعني $3x = 1$ يعني $x = \frac{1}{3}$

ومنه نقطة التقاطع هي: $A(\frac{1}{3}; 0)$

(ب) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتايب

$f(0) = \frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $B(0; \frac{1}{2})$

(5 و 6)

-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{7}{6}$	1	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$	2	$\frac{11}{6}$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} + \frac{3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x) = \beta + \frac{k}{x+\alpha}$

نجد: $\alpha = -1; \beta = 2; k = 3$

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا: $k = 3 > 0$ اذن:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$			

منحنى f هو هذلوليا مركزه $A(1; 2)$ ومقارباه $x = 1$ و $y = 2$

(4) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة: $f(x) = 0$ يعني $\frac{2x+1}{x-1} = 0$ يعني $2x+1 = 0$

يعني $2x = -1$ يعني $x = -\frac{1}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $A(-\frac{1}{2}; 0)$

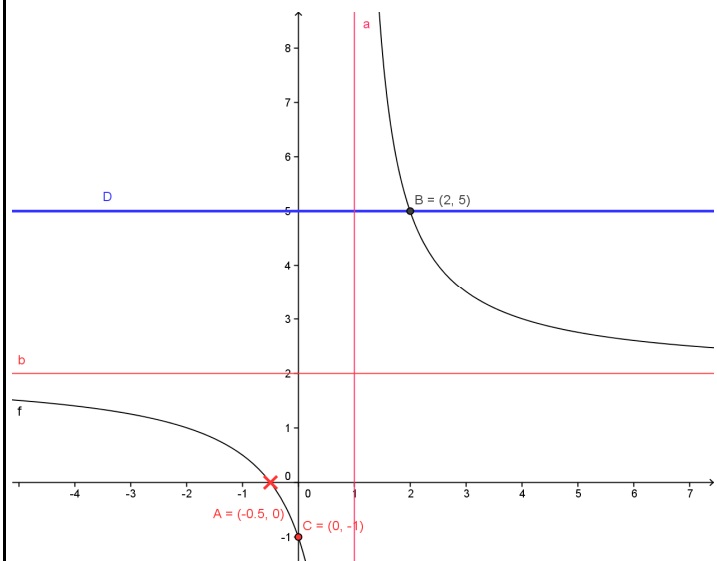
(ب) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتايب

نحسب فقط: $f(0) = -1$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0; -1)$

(5 و 6) ورسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}$	-1		5	$\frac{7}{2}$	3



(7) الحل المبياني للمعادلة $f(x) = 5$: هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و

المستقيم (D) أي أفصول النقطة $B(2; 0)$

ومنه مجموعة الحلول: $S = \{2\}$

(ب) الحل الجبري للمعادلة $f(x) = 5$:

$$f(x) = 5 \text{ يعني } \frac{2x+1}{x-1} = 5 \text{ يعني } 2x+1 = 5(x-1)$$

$$\text{يعني } 2x+1 = 5x-5 \text{ يعني } -3x = -6 \text{ يعني } x = 2$$

ومنه مجموعة الحلول: $S = \{2\}$

(8) الحل المبياني للمتراجحة: $f(x) \geq 5$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم (D) أي $S =]1, 2]$

نجد : $\alpha = -1; \beta = 4; a = -1$

(2) حدد جدول تغيرات الدالة f

لدينا : $a < 0$ إذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$		4	

(3) أ) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاسيل

نحل فقط المعادلة : $f(x) = 0$ يعني $-x^2 + 2x + 3 = 0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a = -1$ و $b = 2$ و $c = 3$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16 = (4)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن هذه المعادلة تقبل حلين هما :

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{-2} = 3 \text{ و } x_1 = \frac{-2 + \sqrt{16}}{-2} = -1$$

ومنه نقط التقاطع هما : $B(3; 0)$ أو $A(-1; 0)$

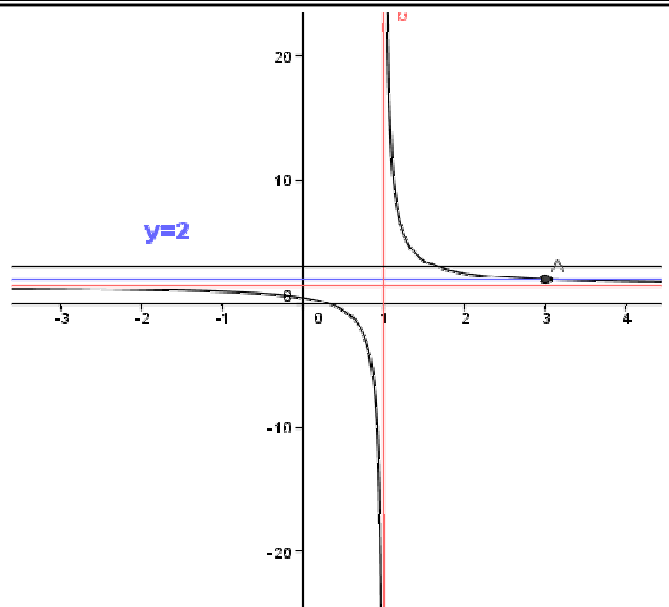
ملاحظة : يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$
ب) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$$C(0; 3) \text{ و } f(0) = -0^2 + 2 \times 0 + 3 = 3$$

-2	-1	0	1	2	3	4
-5	0	3	4	3	0	-5

(4) رسم : C_f



(7) نحل للمعادلة $f(x) = 2$:

$$f(x) = 2 \text{ يعني } \frac{3x-1}{2x-2} = 2 \text{ يعني } 3x-1 = 2(2x-2)$$

$$\text{يعني } 3x-1 = 4x-4 \text{ يعني } x = 3$$

ومنه نقطة التقاطع هي : $C(3; 2)$

(8) الحل المبياني للمترابحة : $f(x) \geq 2$

مبيانيا نبحت عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم (D) أي $S =]1, 3]$

تمرين 19 : لتكن f دالة معرفة ب : $f(x) = x^2 + 2x + 3$

(1) أحسب $f(-1)$ و تأكد أن : $f(x) = (x+1)^2 + 2$

(2) تأكد أن : $f(x) \geq f(-1)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$ وماذا تستنتج؟

أجوبة : (1) $f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) + 3 = 1 - 2 + 3 = 2$

$$(2) f(x) - f(-1) = (x+1)^2 + 2 - 2 = (x+1)^2 \geq 0$$

ومنه : $f(x) \geq f(-1)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

أستنتج أن : $f(-1)$ هي قيمة دنيا للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 20 : لتكن f دالة معرفة ب : $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

(1) حدد D_f و بين أن : $f(x) = -(x-1)^2 + 4$

(2) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(3) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور

الأفاسيل

ومع محور لأرتيب.

(4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .

(5) حدد مطارييف الدالة إن وجدت.

(6) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة

$$-x^2 + 2x + 3 - m = 0 :$$

أجوبة :

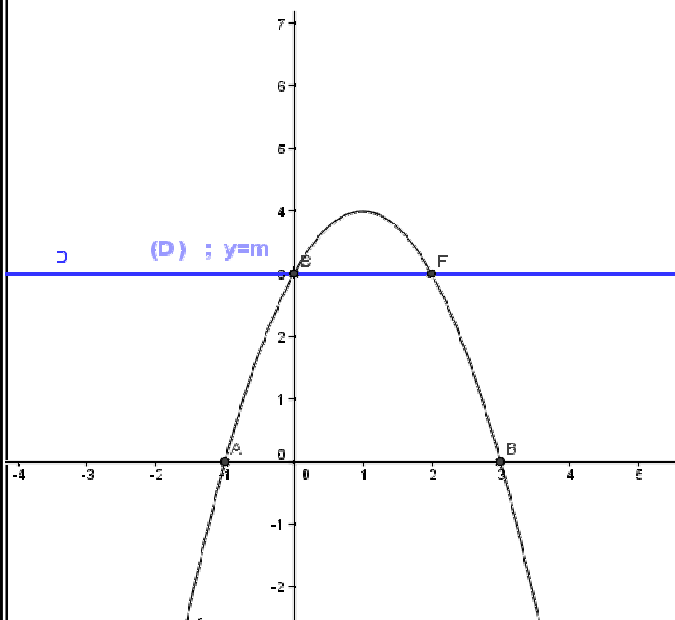
(1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3 = -(x^2 - 2x) + 4 = -(x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 - 1^2) + 4$$

$$f(x) = -(x-1)^2 + 4$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني :

$$f(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta$$



$$(5) f(x) = -(x-1)^2 + 4$$

لدينا $-(x-1)^2 \leq 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

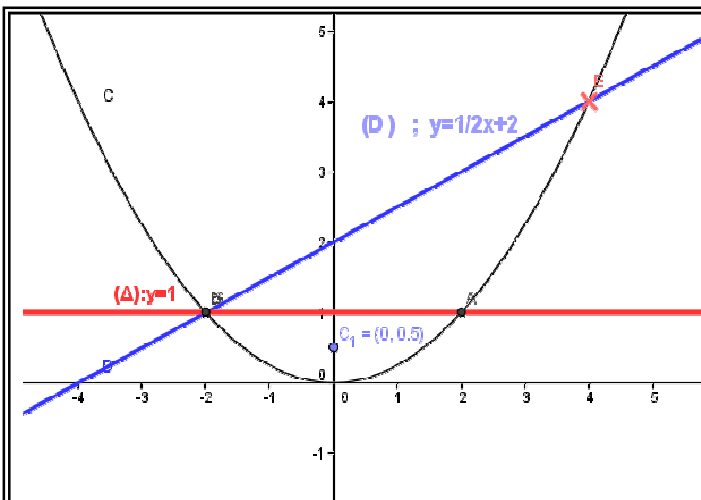
ومنه $4 - (x-1)^2 \leq 4$ أي $f(x) \leq 4$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي إن 4 هي قيمة قصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات

(6) المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m ل عدد حلول المعادلة

$$-x^2 + 2x + 3 - m = 0 :$$



6) الحل المبياني للمعادلة: $f(x) = 1$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و المستقيم $(\Delta): y=1$

وبما أن نقط التقاطع هما $A(2, 1)$ و $B(-2, 1)$

فان مجموعة الحلول: $S = \{-2; 2\}$

ب) الحل الجبري للمعادلة: $f(x) = 1$

$\frac{1}{4}x^2 = 1$ يعني $x^2 = 4$ يعني $x = \sqrt{4}$ أو $x = -\sqrt{4}$ يعني $x = 2$ أو $x = -2$

ومنه فان مجموعة الحلول: $S = \{-2; 2\}$

7) رسم المستقيم الذي معادلته: $y = \frac{1}{2}x + 2$: (D)

8) أ) الحل المبياني للمعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f و

المستقيم $(D): y = \frac{1}{2}x + 2$

وبما أن نقط التقاطع هما $E(4, 4)$ و $B(-2, 1)$

ومنه فان مجموعة الحلول: $S = \{-2; 4\}$

أ) الحل الجبري للمعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

$\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x + 2$ يعني $x^2 = 2x + 8$ يعني $x^2 - 2x - 8 = 0$

يعني $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36 = (6)^2 > 0$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = -2 \text{ و } x_1 = 4$$

ومنه فان مجموعة الحلول: $S = \{-2; 4\}$

9) أ) الحل المبياني للمعادلة $\frac{1}{4}x^2 - 2 \geq \frac{1}{2}x$

$$f(x) \geq \frac{1}{2}x + 2 \text{ يعني } \frac{1}{4}x^2 \geq \frac{1}{2}x + 2$$

ومنه مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم $(D): y = \frac{1}{2}x + 2$ أي $S =]-\infty, -2] \cup [4, +\infty[$

ب) الحل الجبري للمعادلة $\frac{1}{4}x^2 - 2 \geq \frac{1}{2}x$

$$f(x) = m \text{ أي } -x^2 + 2x + 3 = m \text{ تكافئ } -x^2 + 2x + 3 - m = 0$$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم

(D) الذي معادلته: $y = m$

إذا كانت: $m > 4$ التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا

يوجد حل لهذه المعادلة أي $S = \emptyset$

إذا كانت: $m = 4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة

وحيدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S = \{x_1\}$

إذا كانت: $m < 4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين

ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S = \{x_1, x_2\}$

تمرين 21: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = \frac{1}{4}x^2$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2) أدرس زوجية الدالة f 3) حدد جدول تغيرات الدالة f

4) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟

5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد

منظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$

6) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x) = 1$

7) أرسم المستقيم الذي معادلته: $y = \frac{1}{2}x + 2$: (D)

8) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

9) حل مبيانيا ثم جبريا المتراجحة: $\frac{1}{4}x^2 - 2 \geq \frac{1}{2}x$

أجوبة: 1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$

$$f(-x) = \frac{1}{4}(-x)^2 = \frac{1}{4}x^2 = f(x) \text{ ب)}$$

ومنه f دالة زوجية

3) حدد جدول تغيرات الدالة f

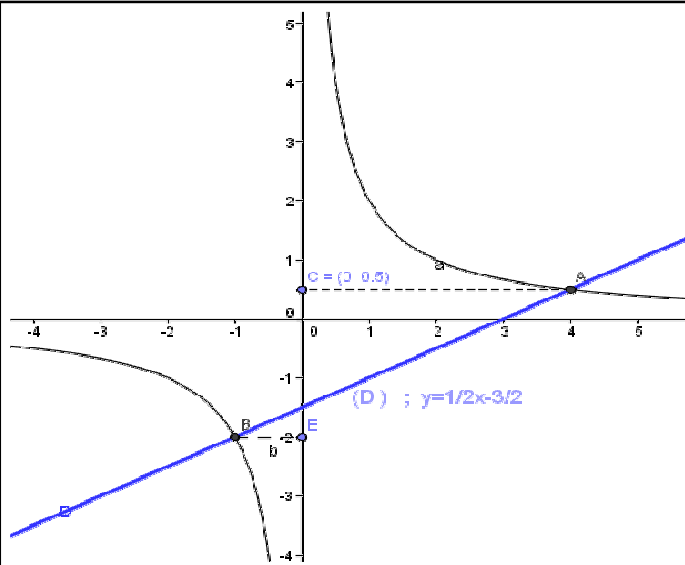
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		0	

4) الدالة f تقبل قيمة دنيا عند: $x = 0$

5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$

x	0	1
y	2	$\frac{5}{2}$



(5) الحل المبياني للمعادلة: $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

$$f(x) = y \text{ يعني } \frac{2}{x} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

الحل المبياني للمعادلة هو أفاصيل نقط تقاطع C_f والمستقيم (D)

وبما أن نقط التقاطع هما $A(-1, -2)$ و $A(4, \frac{1}{2})$

فان مجموعة الحلول: $S = \{-1; 4\}$

(الحل الجبري للمعادلة: $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ $x \neq 0$)

$$2x \times \frac{2}{x} = 2x \times \left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right) \text{ يعني } \frac{2}{x} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

(بضرب طرفي المعادلة في $2x$)

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \text{ يعني } 4 = x^2 - 3x \text{ يعني}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25 = (5)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = -1 \text{ و } x_1 = 4$$

ومنه فان مجموعة الحلول: $S = \{-1; 4\}$

(6) حل مبياني المتراجحة: $\frac{2}{x} \geq \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق

المستقيم (D) أي $S =]-\infty, -1] \cup [0, 4]$

تمرين 24: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي: $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

(1) حدد D_f (2) تحقق أن: $f(x) = -(x-2)^2 + 9$

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f

(4) حدد نقط تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم

(5) أرسم (C) التمثيل المبياني للدالة f

(6) حدد القيم الدنيا والقصى ان وجدت

(7) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة

$$x^2 - 4x - 5 + m = 0:$$

أجوبة 1: $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5 = -(x^2 - 4x) + 5 = -(x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 - 2^2) + 5$$

$$f(x) = -(x-2)^2 + 4 + 5 = -(x-2)^2 + 9$$

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0 \text{ يعني } x^2 \geq 2x + 8 \text{ يعني } x^2 - 2 \geq \frac{1}{2}x$$

$$x_2 = -2 \text{ و } x_1 = 4$$

جدول الإشارة:

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
x^2-2x-8	$+$	0	$-$	0	$+$

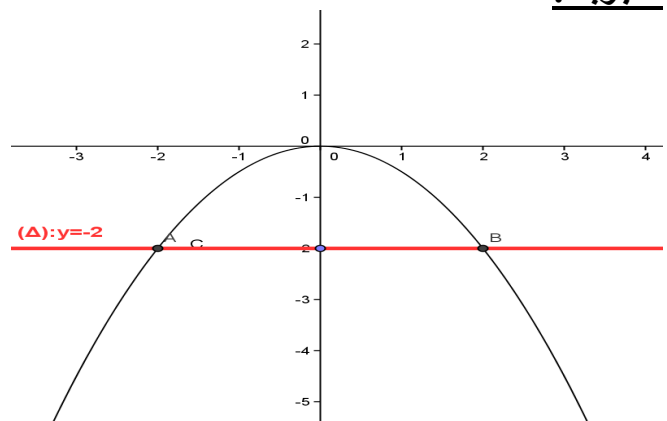
$$S =]-\infty, -2] \cup [4, +\infty[\text{ أي}$$

تمرين 22: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

(1) مثل الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(2) حل مبيانيا المتراجحة $f(x) > -2$

الأجوبة:



(2) مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة

f يوجد فوق المستقيم $(\Delta): y = -2$ أي $S =]-2, 2]$

تمرين 23: لتكن f الدالة المعرفة ب: $f(x) = \frac{2}{x}$

والمستقيم الذي معادلته: $(D): y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أدرس زوجية الدالة f

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f والمستقيم (D) في معلم

(5) حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة $\frac{2}{x} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

(6) حل مبيانيا المتراجحة: $\frac{2}{x} \geq \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

أجوبة 1: $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

ومنه: $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

(2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x) \text{ ب)}$$

ومنه f الدالة فردية

(3) جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

(4) منحنى الدالة f .

إذا كانت: $m > 4$ التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا يوجد حل لهذه المعادلة أي $S = \emptyset$

إذا كانت: $m = 4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة واحدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S = \{x_1\}$

إذا كانت: $m < 4$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S = \{x_1, x_2\}$

تمرين 25: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي: $f(x) = ax^2 + bx + 1$

(1) حدد a و b علما أن (C_f) التمثيل المبياني للدالة f يمر من النقطتين $A(1, 5)$ و $B(-1, 1)$

(2) تحقق أن: $f(x) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ وحدد جدول تغيرات f

(3) أرسم (C_f)

(4) نعتبر المستقيم الذي معادلته $y = 6x - 1$ (D)

(أ) أرسم (D)

(ب) بين أن التمثيل المبياني للدالة f يوجد فوق المستقيم (D)

$$f(x) = ax^2 + bx + 1$$

(الأجوبة : 1)

$$a \times (1)^2 + b \times 1 + 1 = 5 \text{ يعني } f(1) = 5: A(1, 5) \in (C_f)$$

$$a \times (-1)^2 + b \times (-1) + 1 = 1: f(-1) = 1: B(-1, 1) \in (C_f)$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + 1 = 5 \\ a - b + 1 = 1 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين طرف لطرف فنجد: $2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$

ولدينا $a = b \Leftrightarrow a - b = 0$ ومنه $a = b = 2$

(2) حسب السؤال السابق: $f(x) = 2x^2 + 2x + 1$

$$f(x) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 2\left(x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) + \frac{1}{2}$$

$$= 2\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

$$= 2x^2 + 2x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2x^2 + 2x + 1 = f(x)$$

ومنه جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f(x)$		$-1/2$	

(3 و 4)

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$

نجد: $\alpha = -2; \beta = 9; a = -1$

(3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا: $a < 0$ إذن:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		9	

(4) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاسيل

نحل فقط المعادلة: $f(x) = 0$ يعني $-x^2 + 4x + 5 = 0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$$a = -1 \text{ و } b = 4 \text{ و } c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 36 = (6)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{36}}{-2} = 5 \text{ و } x_1 = \frac{-4 + \sqrt{36}}{-2} = -1$$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(-1; 0)$ أو $B(5; 0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$

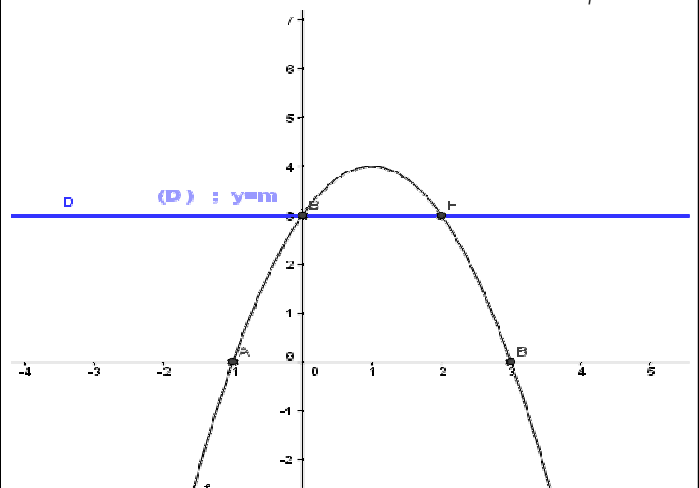
(ب) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتايب

$$f(0) = -0^2 + 2 \times 0 + 3 = 3 \text{ } f(0) = 3$$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0; 3)$

(5) رسم: C_f

-2	-1	0	1	2	3	4
-5	0	3	4	9	0	-5



$$f(x) = -(x-1)^2 + 4 \quad (6)$$

لدينا $-(x-1)^2 \leq 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.

ومنه $4 - (x-1)^2 \leq 4$ أي $f(x) \leq 4$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي إن 4 هي قيمة قصوى للدالة f على $\mathbb{R}$

يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات

(7) المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m ل عدد حلول المعادلة

$$-x^2 + 2x + 3 - m = 0:$$

$$-x^2 + 2x + 3 - m = 0 \text{ تكافئ } -x^2 + 2x + 3 = m \text{ أي } f(x) = m$$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f والمستقيم

(D) الذي معادلته: $y = m$

4(ب) يجب أن نبين أن $f(x) - y \geq 0$ ؟؟؟؟
 $f(x) - y = 2x^2 + 2x + 1 - 6x + 1 = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1)$
 $= 2(x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2) = 2(x-1)^2 \geq 0$
 لأن المربع دائما موجب
 ومنه $f(x) \geq y$ وبالتالي (C_f) يوجد فوق المستقيم (D)

