

الجداء السلمي

التمرين 1: ABCD مربع حيث: $AB = \sqrt{5}$.

أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

التمرين 2: ABC مثلث مساوي الأضلاع، حيث: $AB = \sqrt{3}$

أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$

التمرين 3:

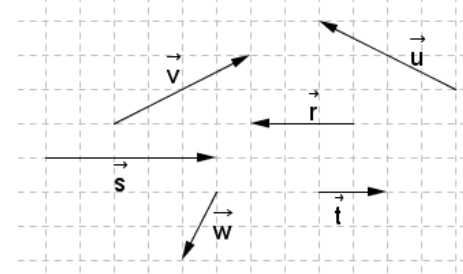
في الشكل جانبا، باستعمال التربعات كوحدة قياس، أحسب ما يلي:

$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w}$ و $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{t}$ و $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$

و $\overrightarrow{r} \cdot \overrightarrow{v}$ و $\overrightarrow{s} \cdot \overrightarrow{r}$ و $\overrightarrow{s} \cdot \overrightarrow{v}$

و $\overrightarrow{s} \cdot \overrightarrow{t}$ و $\overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{v}$ و $\overrightarrow{r} \cdot \overrightarrow{t}$ و $\overrightarrow{t} \cdot \overrightarrow{v}$

و $\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{r} + 2\overrightarrow{s})$ و $\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{v} - \overrightarrow{t})$



التمرين 4: $\overrightarrow{u}$ و $\overrightarrow{v}$ متجهتان، و θ قياس الزاوية $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ ، أحسب $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ في الحالات التالية:

(1) $\|\overrightarrow{u}\| = 2$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 2$ و $\cos \theta = \frac{1}{2}$

(2) $\|\overrightarrow{u}\| = 3$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 2$ و $\theta = -\frac{\pi}{3}$

(3) $\|\overrightarrow{u}\| = 1$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 1$ و $\theta = \frac{2\pi}{3}$

(4) $\|\overrightarrow{u}\| = 3,5$ و $\|\overrightarrow{v}\| = \sqrt{5}$ و $\theta = \frac{\pi}{2}$

(5) $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{2}$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 1 + \sqrt{5}$ و $\theta = -\pi$

التمرين 5:

(1) أحسب $\|\overrightarrow{u}\|$ إذا علمت أن: $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 3$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 2$ و $\cos \theta = \frac{1}{2}$

(2) أحسب $\|\overrightarrow{v}\|$ إذا علمت أن: $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -3$ و $\|\overrightarrow{u}\| = 2$ و $\theta = \frac{5\pi}{4}$

(3) أحسب $\cos \theta$ إذا علمت أن: $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \sqrt{2}$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 2$ و $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{2}$

(4) أحسب θ إذا علمت أن: $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -2\sqrt{2}$ و $\|\overrightarrow{u}\| = 2$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 2$

التمرين 6: ABC مثلث، I منتصف [BC] و H هي المسقط العمودي لـ A على (BC).

(1) بين أن: $AC^2 - AB^2 = 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AI}$

(2) بين أن: $AC^2 - AB^2 = -2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IH}$

التمرين 7: علما أن $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 3$ و $\|\overrightarrow{v}\| = 1$ و $\|\overrightarrow{u}\| = 2$:

(1) أحسب ما يلي:

$\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})$; $\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v})$; $(2\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) \cdot (3\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})$

$(\sqrt{6}\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}) \cdot (3\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})$; $(3\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})^2$; $\|2\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|$

(2) بين أن المتجهتان $\overrightarrow{s} = \frac{1}{2}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ و $\overrightarrow{t} = \overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$ متعامدتان.

التمرين 8: $\overrightarrow{u}$ و $\overrightarrow{v}$ و $\overrightarrow{w}$ ثلاث متجهتان.

(1) بين أن: $(\|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|)^2 + (\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|)^2 = 2(\|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2)$

(2) بين أن: $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}\|^2 = \|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2 + \|\overrightarrow{w}\|^2 + 2\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} + 2\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w} + 2\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{w}$

التمرين 9: نضع $\overrightarrow{u} = a\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ حيث a عدد حقيقي و $\|\overrightarrow{i}\| = \|\overrightarrow{j}\| = 1$ و $\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{j} = 0$ و $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{10}$

(1) حدد قيم العدد a .

(2) استنتج قيمة a التي من أجلها $\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ متعامدة مع $\overrightarrow{u}$.

التمرين 10: ABC مثلث معلوم.

(1) برهن أنه مهما تكن النقطة M في المستوى فإن: $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

(2) استنتج أن ارتفاعات المثلث ABC تتلاقى في نقطة واحدة H هي مركز تعامد المثلث.

التمرين 11: ABC مثلث، نضع

$\widehat{ABC} = \widehat{B}$ و $\widehat{ACB} = \widehat{C}$ و $\widehat{BCA} = \widehat{A}$ و $AB = c$ و $AC = b$ و $BC = a$

(1) أ- أحسب بدلالة a و b و c و $\widehat{A}$ و $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA})^2$

ب- استنتج أن: $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} = \frac{\cos \widehat{A}}{a} + \frac{\cos \widehat{B}}{b} + \frac{\cos \widehat{C}}{c}$

(2) بين أن: $a + b + c = (b + c) \cos \widehat{A} + (c + a) \cos \widehat{B} + (a + b) \cos \widehat{C}$

التمرين 12: A و B نقطتان بحيث $AB = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ، حدد مجموعة النقط M في المستوى بحيث:

$MA^2 + MB^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$