

- القدرات المنتظرة
- *- التعرف على تفاصيل وتشابه الأشكال استعمال الإزاحة و التحاكي والتماثل.
 - *- استعمال الإزاحة و التحاكي و التماثل في حل مسائل هندسية.

I - التماثل المحوري - التماثل المركزي - الإزاحة

1- أنشطة:

ليكن $ABCD$ معين مركزه O ، و I و J منتصفى $[AB]$ و $[AD]$

1- أنشئ الشكل

2- حدد مماثلة كل من A و B و O بالنسبة للنقطة O على التوالي استنتج مماثل (AB) بالنسبة لـ O

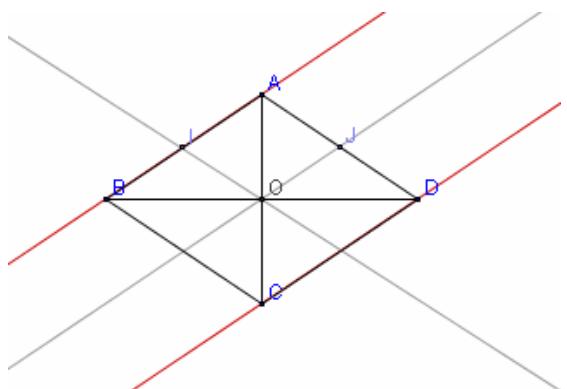
3- حدد مماثلة كل من B و O و I بالنسبة للمستقيم (AC) على التوالي استنتاج مماثل (IO) بالنسبة لـ (AC)

4- حدد صورة A بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{BC}

حدد صورة B بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{IJ}

حدد صورة $[BO]$ بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{IJ}

1- الشكل



2- نحدد مماثلة كل من A و B و O بالنسبة للنقطة O على التوالي و نستنتاج مماثل (AB) بالنسبة لـ O

*- مماثل O بالنسبة لـ O هي نفسها

*- بما أن O منتصف القطعتان $[BD]$ و $[AC]$ فان C و D مماثلا A و B على التوالي بالنسبة لـ O و منه مماثل (AB) بالنسبة لـ O هو المستقيم (DC)

3- نحدد مماثلة كل من B و O و I بالنسبة للمستقيم (AC) على التوالي و نستنتاج مماثل (IO) بالنسبة لـ (AC)

*- بما أن $ABCD$ معين فان (AC) واسط $[BD]$ و منه مماثل B بالنسبة للمستقيم (AC) هو

*- لدينا $O \in (AC)$ و منه مماثل O بالنسبة للمستقيم (AC) هي نفسها

*- لتكن $S_{(AC)}$ التماثل المحوري الذي محوره (AC)

تذكير: $S_{(AC)}(M) = M'$ مماثل M بالنسبة للمستقيم (AC)

بما أن $A = S_{(AC)}(B)$ و $S_{(AC)}(B) = D$ فان مماثل $[AB]$ هو $[AD]$ بالنسبة للمستقيم

و نعلم أن مماثل منتصف قطعة هو منصف مماثل القطعة

و حيث أن I و J منتصفان $[AB]$ و $[AD]$ على التوالي فان $J = S_{(AC)}(I)$

* نستنتاج مماثل (IO) بالنسبة لـ (AC)

لدينا $J = S_{(AC)}(I)$ و $S_{(AC)}(I) = O$ و $S_{(AC)}(O) = S_{(AC)}(J)$ ومنه مماثل (IO) بالنسبة لـ (AC) هو المستقيم (JO)

4- نحدد صورة A بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{BC}

بما أن $ABCD$ معين فان $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

و منه صورة A هي النقطة D بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{BC} نكتب $D = t_{\overrightarrow{BC}}(A)$

*- نحدد صورة B بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{IJ}

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma :

في المثلث ABD لدينا I و J منتصفان $[AB]$ و $[AD]$ ومنه $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{IJ}$ وبالتالي $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD}$ فان \overrightarrow{OD} منتصف $[BD]$ إذن $O = t_{\overrightarrow{IJ}}(B)$ و حيث أن O منتصف $[BD]$ فالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{IJ} مما سبق نستنتج أن $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{IJ}$ إذن $t_{\overrightarrow{IJ}}(O) = D$ و حيث أن $O = t_{\overrightarrow{IJ}}(B)$ فالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{IJ} هي \overrightarrow{OD} فان صورة \overrightarrow{BO} هي \overrightarrow{OD} بالإزاحة ذات المتجهة \overrightarrow{IJ}

2- تعاريف و مصطلحات

أ- المماثل المركزي

لتكن I نقطة معلومة و M و M' نقطتين من المستوى
* نقول إن النقطة M' هي مماثلة النقطة M بالنسبة للنقطة I إذا و فقط إذا تحقق ما يلي:
- إذا كان $M = I$ فان $M' = I$
- إذا كان I منتصف $[MM']$

* العلاقة التي تربط كل نقطة M من المستوى (P) بمماثلتها M' بالنسبة للنقطة I تسمى التماثل المركزي الذي يرمز له بالرمز S_I

نقول إن النقطة M' صورة M بالتماثل المركزي S_I نكتب $S_I(M) = M'$ أو $S_I : M \rightarrow M'$ إذا و فقط إذا تتحقق في المستوى (P) أن M' يتحول إلى M لذلك S_I يتحول في المستوى.

ملاحظات:



$$\overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM} \quad \text{نقول } S_I(M) = M' \quad *$$

$$S_I(I) = I \quad \text{نقول إن النقطة } I \text{ صامدة بالتماثل المركزي}$$

$$S_I(M') = M \quad \text{نقول كذلك إن } M \text{ يتحول إلى } M' \text{ لذلك } S_I \text{ يتحول في المستوى.}$$

ب- المماثل المحوري

ليكن (D) مستقيما و M و M' نقطتين من المستوى

* نقول إن النقطة M' هي مماثلة النقطة M بالنسبة للمستقيم (D) إذا و فقط إذا تتحقق ما يلي:

- إذا كان $M' = M$ فان $M \in (D)$

- إذا كان $M \notin (D)$ فان $M' \in (D)$ واسط $[MM']$

* العلاقة التي تربط كل نقطة M من المستوى (P) بمماثلتها M' بالنسبة للمستقيم (D) تسمى التماثل المحوري الذي يحويه (D) نرمز له بالرمز $S_{(D)}$

نقول إن النقطة M' صورة M بالتماثل المحوري $S_{(D)}$ نكتب $S_{(D)}(M) = M'$ أو $S_{(D)} : M \rightarrow M'$ إذا و فقط إذا تتحقق في المستوى (P) أن M' يتحول إلى M لذلك $S_{(D)}$ يتحول في المستوى.

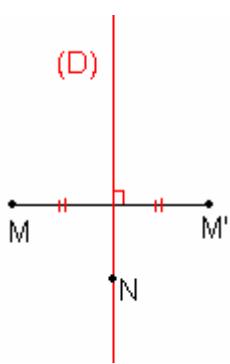
ملاحظة:

$$[MM'] \text{ يكافيء } S_{(D)}(M) = M' \quad *$$

$$S_{(D)}(N) = N : (D) \text{ من كل نقطة } N \text{ في } (D)$$

نقول إن جميع نقاط المستقيم (D) صامدة بالتماثل المحوري $S_{(D)}$

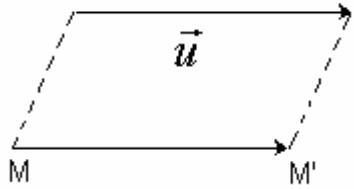
$$S_{(D)}(M') = M \quad \text{نقول كذلك إن } M \text{ يحوي } M' \text{ لذلك } S_{(D)}(M) = M' \quad *$$



ليكن \vec{u} متجهة و M و M' نقطتين من المستوى

- * نقول إن النقطة M' صورة M بالإزاحة ذات المتجهة \vec{u} إذا وفقط إذا $\vec{u} = \overrightarrow{MM}'$
- * العلاقة التي تربط كل نقطة M من المستوى M بصورتها (P) M' بالإزاحة ذات المتجهة \vec{u} تسمى الإزاحة ذات المتجهة \vec{u} نرمز لها $t_{\vec{u}}$
- * نكتب $t_{\vec{u}} : M \rightarrow M'$ أو $t_{\vec{u}}(M) = M'$
- نقول كذلك إن $t_{\vec{u}}$ يحول M إلى M' لذا نقول إن الإزاحة $t_{\vec{u}}$ تحويل في المستوى.

ملاحظة:



$$\begin{aligned} \overrightarrow{MM}' = \vec{u} &\text{ يكافئ } t_{\vec{u}}(M) = M' \\ t_{\vec{0}}(M) = M &\text{ من المستوى } \quad t_{\overrightarrow{AB}}(A) = B \\ \overrightarrow{MM} = \vec{0} &\text{ تكافئ } t_{\vec{u}}(M) = M \\ t_{-\vec{u}}(M') = M &\text{ يكافئ } t_{\vec{u}}(M) = M' \end{aligned}$$

2- الخاصية المميزة للإزاحة

- لتكن M و N نقطتين من المستوى (P) حيث $t_{\vec{u}}(M) = M'$ و $t_{\vec{u}}(N) = N'$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N} \quad \text{إذن } \overrightarrow{MM}' = \overrightarrow{NN}'$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N} \quad \text{فإن } t_{\vec{u}}(N) = N' \text{ و } t_{\vec{u}}(M) = M' \quad \text{إذا كان } t_{\vec{u}} \text{ تحويل في المستوى}$$

- ليكن T التحويل حيث لكل نقطتين M و N من المستوى M' و N' حيث $T(M) = M'$ و $T(N) = N'$

نحدد طبيعة T
لتكن A نقطة معلومة و M نقطة ما من المستوى
لنععتبر $T(A) = A'$

$$\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{M'A'} \quad \text{تكافئ } T(M) = M'$$

$$\overrightarrow{MM}' = \overrightarrow{AA}'$$

$$t_{\overrightarrow{AA}'}(M) = M'$$

$$T = t_{\overrightarrow{AA}'} \quad \text{إذن}$$

الخاصية المميزة

ليكن T تحويل في المستوى
يكون T إزاحة إذا وفقط إذا كانت T تحول كل نقطتين M و N من المستوى إلى نقطتين M' و N' حيث $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$

3- الاستقامية والتحولات نشاط

لتكن D و C و B و A نقطتين من المستوى حيث $\overrightarrow{CD} = \alpha \overrightarrow{AB}$. نعتبر T التحويل حيث $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$ و $T(C) = C'$ و $T(D) = D'$ و $\overrightarrow{C'D'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$ في الحالتين $T = S_{\Omega}$ و $T = t_{\vec{u}}$

$$T = t_{\vec{u}} \quad \text{- الحالة}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \quad \text{ومنه } T(A) = A' \quad \text{و } T(B) = B'$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{C'D'} \quad \text{ومنه } T(C) = C' \quad \text{و } T(D) = D'$$

$$\overrightarrow{C'D'} = \alpha \overrightarrow{A'B'} \quad \text{فإن } \overrightarrow{CD} = \alpha \overrightarrow{AB} \quad T = S_{\Omega} \quad \text{- الحالة}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= -\overrightarrow{A'B'} \quad \text{ومنه } T(A) = A' \quad \text{و } T(B) = B' \\ \overrightarrow{CD} &= -\overrightarrow{C'D'} \quad \text{ومنه } T(C) = C' \quad \text{و } T(D) = D' \end{aligned}$$

ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التمايل المركزي - التمايل المحوري
نقط من المستوى $D' ; C' ; B' ; A'$

إذا كان T يحول النقط $D' ; C' ; B' ; A'$ إلى النقط $D ; C ; B ; A$ حيث
فان $\overrightarrow{C'D'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$

نعبر عن هذا بقولنا الإزاحة و التمايل المركزي و التمايل المحوري تحويلات تحافظ على معامل استقامية متوجهين

ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التمايل المركزي - التمايل المحوري
نقط مستقيمية حيث $A \neq B$ ومنه يوجد α حيث $\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$
اذن $\overrightarrow{A'C'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$ ومنه صورها بالتحويل T إذن $C' ; B' ; A'$ مستقيمية.

الإزاحة و التمايل المركزي و التمايل المحوري تحافظ على استقامية النقط

4- التحويل و المسافات

خاصية

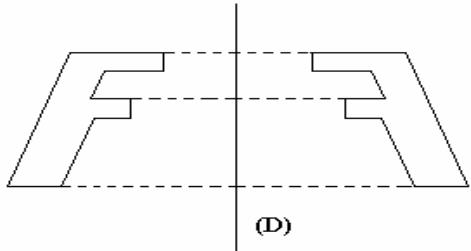
الإزاحة و التمايل المركزي و التمايل المحوري تحويلات تحافظ على المسافة أي إذا كان A' و B' صورتي A و B

بأحد هذه التحويلات فان $AB = A'B'$

5- صورة أشكال بتحويل: الإزاحة - التمايل المركزي - التمايل المحوري

أ- أنشطة

نشئ صورة الشكل (F) بالتحويلات الإزاحة و التمايل المركزي و التمايل المحوري



تعريف

ليكن (F) شكل
مجموعة صور نقط الشكل (F) تكون شكل (F') يسمى صورة شكل (F) بالتحويل T
نكتب $T((F)) = (F')$

صورة تقاطع شكلين (F_1) و (F_2) صورتي هذين الشكلين بهذا التحويل

$$T((F_1) \cap (F_2)) = T((F_1)) \cap T((F_2))$$

ب- صور أشكال اعتبرادية بتحويل صورة مستقيم - صورة نصف مستقيم - صورة قطعة

ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التمايل المركزي - التمايل المحوري

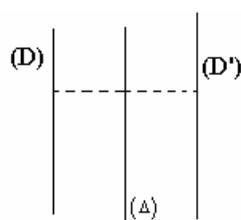
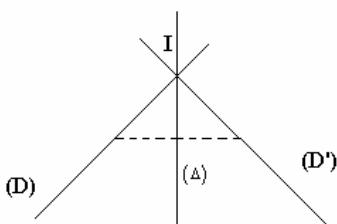
$$T([AB]) = [A'B'] \text{ و } T([AB]) = [A'B'] \text{ و } T((AB)) = (A'B') \text{ و } T(B) = B' \text{ و } T(A) = A'$$

أ- صورة مستقيم

*- صورة مستقيم (D) بتمايل محوري $S_{(\Delta)}$ هو مستقيم (D')

+ إذا كان (D) يقطع (Δ) في نقطة I فان (D')

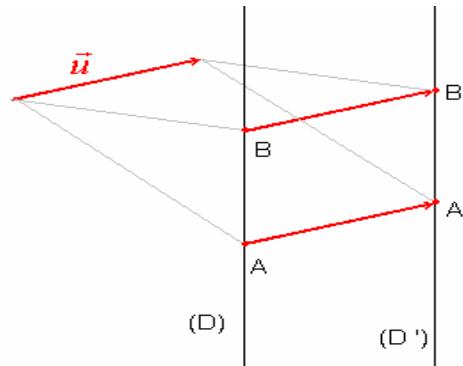
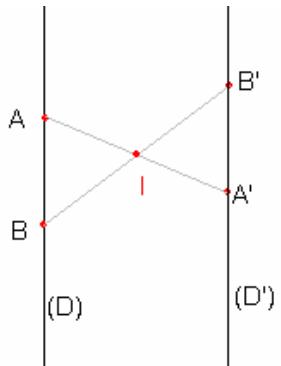
يقطع (Δ) في نقطة I



+ إذا كان (Δ) // (D) فان (Δ) // (D')

+ إذا كان $(D) \perp (D')$ فان $(D) \perp (D')$

* صورة مستقيم (D) بزاوية أو تماثل مركزي هو مستقيم (D') يوازيه

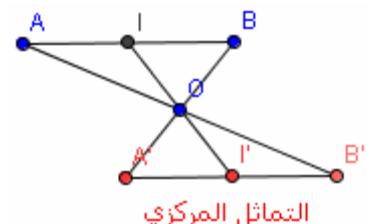
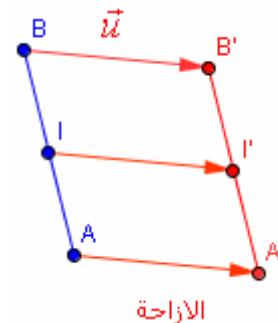
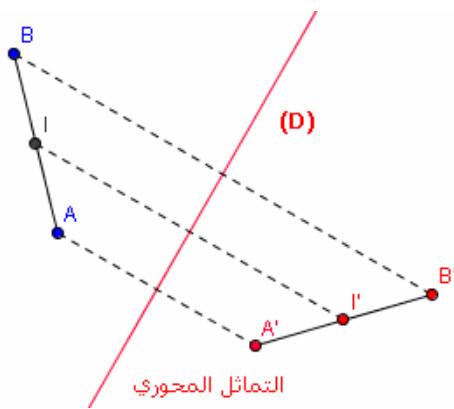


ملاحظة

* صورة مستقيم (D) بتماثل مركزي ينتمي إلى (D) هو المستقيم نفسه

* صورة مستقيم (D) بزاوية متوجهها موجهة لـ (D) هو المستقيم نفسه

ب- صورة منتصف قطعة

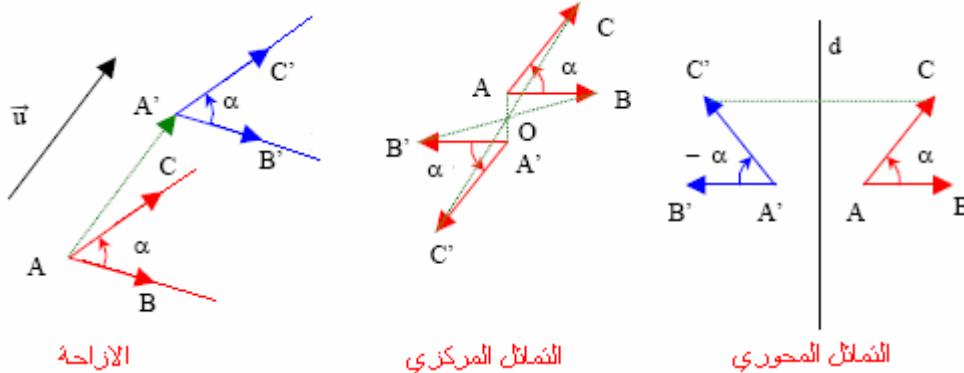


ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التماثل المركزي - التماثل المحوري
إذا كان I منتصف $[AB]$ و $T(I) = I'$ فان $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$

ج- صورة دائرة

صورة دائرة مركزها O وشعاعها r بزاوية أو تماثل محوري أو تماثل مركزي هو دائرة مركزها O' صورة O وشعاعها r

د- صورة زاوية



ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التماثل المركزي - التماثل المحوري

إذا كان A' و B' و C' فان $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$ و $T(C) = C'$ فإذا كان المثلث المركزي والتماثل المحوري تحافظ على قياس الزوايا الهندسية

6- صورة مثلث

ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التماثل المركزي - التماثل المحوري فإذا كان $A'B'C'$ صورة المثلث ABC فهو المثلث $A'B'C'$ الذي يقابله $T(C) = C'$ و $T(B) = B'$ و $T(A) = A'$

7- التحويلات و التوازي و التعماد خاصية

الإزاحة التماثل المركزي والتماثل المحوري تحويلات تحافظ على التعماد و التوازي

8- محاور تماثل شكل - مراكز تماثل شكل

أ- تعريف

نقول إن المستقيم (D) محور تماثل شكل (F) إذا و فقط إذا كان $S_{(D)}((F)) = (F)$

أمثلة: + محاور تماثل مستقيم هو المستقيم نفسه و جميع المستقيمات العمودية عليه.

+ محاور تماثل دائرة هي حاملات أقطارها

ب تعريف

نقول إن النقطة I مركز تماثل شكل (F) اذا و فقط اذا كان $S_I((F)) = (F)$

+ مركز تماثل دائرة هي دائرة

+ مركز تماثل مستقيم جميع نقطه

+ مركز تماثل متوازي الأضلاع هو مركزه

II- التحاكي نشاط 1

لتكن O و A و B نقط من المستوى

أنشئ O' و A' و B' حيث $\overrightarrow{OB}' = -2\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OA}' = -2\overrightarrow{OB}$

نقول ان A' و B' صوري A و B على التوازي بالتحاكي الذي مركزه O ونسبة 2

أنشئ M' صورة M بالتحاكي الذي مركزه O ونسبة 2

بين أن $(AB) \parallel (A'B')$ و استنتج أن $(AM) \parallel (A'M')$

ما هو الوضع النسبي للمستقيمين (AM) و $(A'M')$

2- تعريف

لتكن I نقطة معلومة من المستوى (P) و k عددا حقيقة غير منعدم

العلاقة التي تربط النقطة M بالنقطة M' حيث $\overrightarrow{IM}' = k\overrightarrow{IM}$ تسمى التحاكي الذي مركزه I ونسبة k ونرمز له بالرمز $h(I;k)$ أو

نقول ان النقطة M' صورة النقطة M بالتحاكي M و نكتب $M' = h(M)$ أو $M = h(M')$

نقول كذلك h يحول M إلى M'
التحاكي h تحويل في المستوى

مثال

أ- h تحاكي مركز I و نسبة 3 أنشئ M' صورة M بالتحاكي h



ب- h تحاكي مركز I و نسبة $\frac{-1}{2}$ أنشئ M' صورة M بالتحاكي h



ملاحظات

ليكن $h(I;k)$ تحاكي حيث $k \neq 0$

* - إذا كان $k = 1$ فإن $h(I;1)$ يحول كل نقطة إلى نفسها

- إذا كان $k > 1$ نقول إن $h(I;k)$ "تكبير"

- إذا كان $1 \prec k$ نقول إن $h(I;k)$ "تصغير"

*- إذا كان M يحول إلى M' فان I و M و M' نقط مستقيمية

* إذا كان M فان M' أي $\frac{1}{k} \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IM}'$ و بالتالي صورة M' بالتحاكي $M(h(M)) = M'$

و نسبته $\frac{1}{k}$

* $h(I;k) = I$ نقول إن I بالتحاكي

- مركز التحاكي هو النقطة الوحيدة الصامدة بهذا التحاكي

2- خصائص أ- أنشطة 1- شاطئ

ليكن $h(I;k)$ تحاكي حيث $k \neq 0$ و M و M' و N و N' حيث $M \neq M'$ و $N \neq N'$

1- بين أن $M'N' = |k|MN$ و أن $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$

2- بين أن إذا كان $M \neq N$ فان $M' \neq N'$ و $(MN) \parallel (M'N')$

شاطئ 2

ليكن $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ و M و M' و N و N' نقط حيث $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$

1- بين أن المستقيمين (MM') و (NN') متقطعين في نقطة I

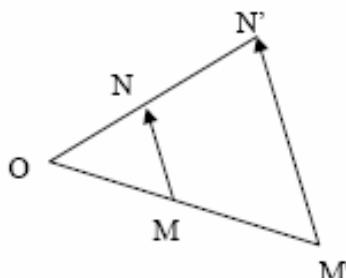
2- بين أن $k\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IN}$ و $\overrightarrow{IM}' = \overrightarrow{IN}'$ و استنتج أنه يوجد تحاكي يحول M و N على التوالي إلى M' و N'

شاطئ 3

لتكن D و C و B و A نقاط من المستوى حيث $\overrightarrow{CD} = \alpha \overrightarrow{AB}$

نعتبر D' و C' و B' و A' صورها على التوالي بالتحاكي $h(I;k)$ حيث $k \neq 0$

بين أن $\overrightarrow{C'D'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$



ب- الخاصية المميزة

ليكن T تحويل في المستوى و k عدد حقيقي غير منعدم يخالف 1 يكون T تحاكي نسبته k إذا و فقط إذا كانت T تحول كل نقطتين M و N من المستوى إلى نقطتين M' و N'

حيث $k\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$

نتيجة

إذا كان M و N من المستوى و كان M' و N' صورتيهما على التوالي بتحاكي نسبته k غير منعدمة فان

$M'N' = |k|MN$

ج- خاصية: المحافظة على معامل الاستقامية

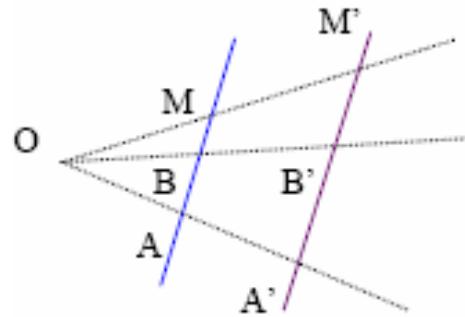
لتكن A و C و B و D نقاط من المستوى و A' و C' و B' و D' صورها على التوالي

بتحاكي $h(I;k)$ حيث $k \neq 0$

إذا كان $\overrightarrow{C'D'} = \alpha \overrightarrow{A'B'}$ فان $\overrightarrow{CD} = \alpha \overrightarrow{AB}$

نتيجة

التحاكي يحافظ على استقامية النقط



نتيجة

ليكن h تحاكي

إذا كان $h([AB]) = [A'B']$ و $h([AB]) = [A'B']$ و $h((AB)) = (A'B')$ فان $h(B) = B'$ و $h(A) = A'$

نتيجة

ليكن h تحاكي

إذا كان I منتصف $[A'B']$ و $h(I) = I'$ فان $h(B) = B'$ و $h(A) = A'$

3- صور بعض الأشكال بتحاكي

خاصية 1

صورة مستقيم (D) بتحاكي هو مستقيم (D') يوازيه

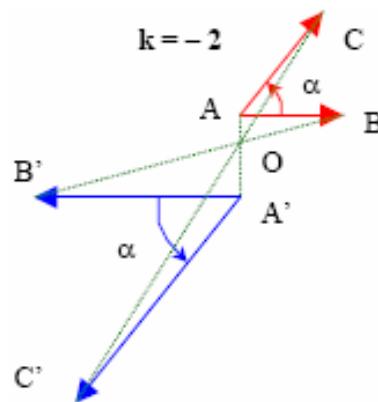
ملاحظة : صورة مستقيم (D) بتحاكي مركزه ينتمي إلى (D) هو المستقيم نفسه

خاصية 2

ليكن h

إذا كان $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ و $T(\widehat{BAC}) = \widehat{B'A'C'}$ فان $h(C) = C'$ و $h(B) = B'$ و $h(A) = A'$

التحاكي يحافظ على قياس الزوايا الهندسية

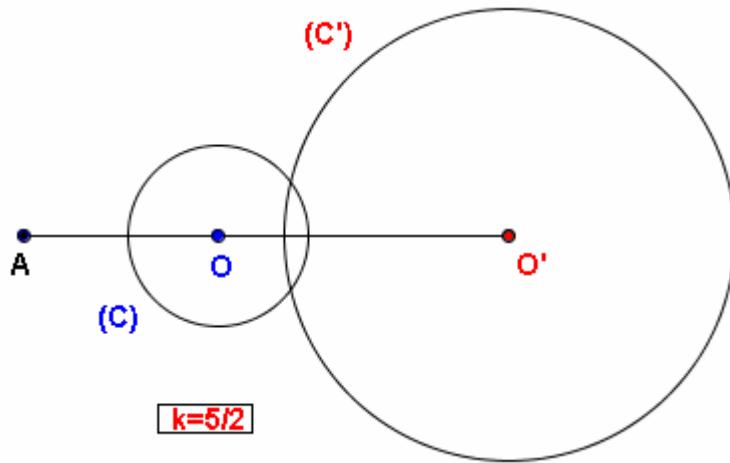


خاصية 3

التحاكي يحافظ على التعامد و التواري أي صورتا مستقيمان متعامدان هما مستقيمان متعامدان صورتا مستقيمان متوازيان هما مستقيمان متوازيان

صورة دائرة مركزها O وشعاعها r بتحاك نسبته k هو دائرة مركزها O صورة O بهذا التحاك

و شاعرها $|k| r$



خاصية5: صورة مثلث

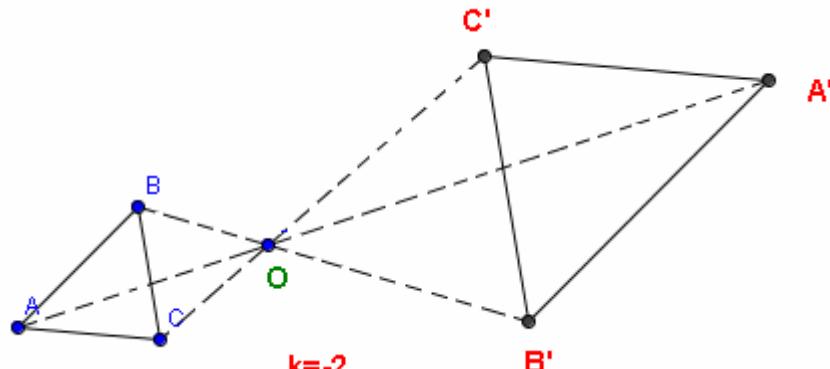
لیکن h نسبتہ

إذا كان $A'B'C'$ و ABC فان صورة المثلث $h(C) = C'$ و $h(B) = B'$ و $h(A) = A'$ هو المثلث

ملحوظة و اصطلاح :
إذا كان المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC صورة المثلث ABC بتحاک نسبته k غير منعدمة فان المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC

بالتحاكي نسبته $\frac{1}{k}$

نقول إن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان



خاصية 6

إذا كان المثلثان 'ABC' و 'B'A'C' متحاكيان فان

$$\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} \text{ و } \widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'} \text{ و } \widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} \text{ و }$$

$$(CB) \cup (C'B') \cup (AC) \cup (A'C') \cup (AB) \cup (A'B') \cup$$