

ملخص وقواعد في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تاهيلي

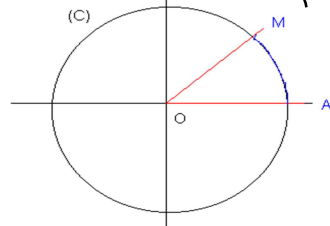
تعريف الراديان : (C) دائرة مثلثية مركزها O الراديان هو قياس الزاوية المركزية التي تحصر على الدائرة (C) قوسا طوله 1 ونرمز له بالرمز : rad ملاحظة : قياس زاوية مستقيمة بالدرجة 180° و الغراد 200 و بالراديان π اذن وجدنا ثلاث وحدات لقياس الزوايا (الدرجة و الغراد و الراديان) ويمكن استعمال الطريقة الثلاثية للتحويل من وحدة الى أخرى أو استعمال النتيجة التالية :

نتيجة : اذا كانت α و β و γ قياسات زاوية بالدرجة و الغراد و الراديان على التوالي فان :

$$\frac{\alpha}{180^\circ} = \frac{\beta}{200} = \frac{\gamma}{\pi}$$

توجيه المستوى :

لتكن (C) دائرة من المستوى (P) مركزها O , و لتكن I و M نقطتين من (C) . ولدينا منحنين للوصول إلى النقطة M انطلاقا من I . أحدهما موجب و الآخر سالب . لقد تم اختيار المنحى الموجب هو المنحى المضاد لحركة عقربي الساعة (المنحى + المشار إليه في الشكل) و يسمى المنحى المثلثي.



الدائرة المثلثية :

الدائرة المثلثية هي كل دائرة شعاعها 1 مزودة بأصل و موجبة توجيهها موجبا

الأفاصيل المنحنية لنقطة والأفصول المنحني الرئيسي :

لتكن (C) دائرة مثلثية أصلها A و مركزها O , و M نقطة من (C) . ليكن α طول القوس الهندسية $[AM]$ $0 \leq \alpha \leq 2\pi$. العدد α يسمى أفصول منحني للنقطة M . الأعداد الحقيقية $\alpha + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ هي أفاصيل منحنية للنقطة M . يوجد أفصول منحني وحيد للنقطة M ينتمي إلى المجال $]-\pi, \pi]$ يسمى الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة M .

مثال : حدد الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة $M\left(\frac{9\pi}{2}\right)$

الجواب بطريقة 1 : $\frac{9\pi}{2} = \frac{8\pi + \pi}{2} = \frac{8\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 4\pi + \frac{\pi}{2} = 2 \times 2\pi + \frac{\pi}{2}$

وبما أن : $-\pi < \frac{\pi}{2} \leq \pi$ فان : $\frac{\pi}{2}$ هو الأفصول المنحني الرئيسي

طريقة 2 : $-\pi < \frac{9\pi}{2} + 2k\pi \leq \pi$ و $k \in \mathbb{Z}$ يعني

$-1 < \frac{9}{2} + 2k \leq 1$ يعني $-1 < -\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 2k \leq 1$ يعني $-1 < -\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 2k \leq 1$

يعني $-\frac{11}{2} < 2k \leq -\frac{7}{2}$ يعني $-\frac{11}{4} < k \leq -\frac{7}{4}$

يعني $-2,7 \approx -\frac{11}{4} < k \leq -1,7 \approx -\frac{7}{4}$

اذن : $k = -2$ ومنه

$\alpha = \frac{9\pi}{2} + 2(-2)\pi = \frac{9\pi}{2} - 4\pi = \frac{9\pi - 8\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

ومنه : $\frac{\pi}{2}$ هو الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة

لكل x من $\mathbb{R}$ $-1 \leq \sin x \leq 1$, $-1 \leq \cos x \leq 1$
لكل x من $\mathbb{R}$ $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$
لكل $k \in \mathbb{Z}$ $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$
لكل x من $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ لدينا : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
$\tan(x + k\pi) = \tan x$

- اذا كانت $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ فان $\cos x \geq 0$
- اذا كانت $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ فان $\cos x \leq 0$
- اذا كانت $0 \leq x \leq \pi$ فان $\sin x \geq 0$
- اذا كانت $\pi \leq x \leq 2\pi$ فان $\sin x \leq 0$

العلاقات بين النسب المثلثية لعدد :

- لكل x من $\mathbb{R}$ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- لكل x من $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

	$-x$	$\pi - x$	$\pi + x$	$\frac{\pi}{2} - x$	$\frac{\pi}{2} + x$
$\cos x$	$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\sin x$	$-\sin x$
$\sin x$	$-\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\cos x$	$\cos x$
$\tan x$	$-\tan x$	$-\tan x$	$\tan x$	$\frac{1}{\tan x}$	$-\frac{1}{\tan x}$