

الجدع المشترك العلمي والتكنولوجي	المستقيم في المستوى- دراسة تحليلية حلول مقترحة	سلسلة 1
تمرين 1: $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $C(-2,-3)$		
لدينا $ABCD$ يعني: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ تعني: $\begin{cases} x_D - x_C = x_A - x_B \\ y_D - y_C = y_A - y_B \end{cases}$ تعني: $\begin{cases} x_D + 2 = 2 + 1 \\ y_D + 3 = 0 - 4 \end{cases}$ تعني: $\begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = -7 \end{cases}$		
بالتالي: $D(1;-7)$		
يمكنك استعمال متساوية متجهية مغايرة مثل: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ، لكن المتساوية أعلاه تجعل إيجاد المجهولي أسرع		
تمرين 2: $ABCD$ متوازي أضلاع، $\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA}$		
1	لدينا: $\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA}$ منه: $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BA})$ وبما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ منه: $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{CA}$	
بالتالي: النقط A و C و F مستقيمات		
باعتبار المعلم $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ نجد أن: $A(0;0)$ (أصل المعلم) $B(1;0)$ (طرف وحدة محور الأفصيل) و $D(0;1)$ (طرف وحدة محور الأرتيب) و $C(1;1)$ لكون $ABCD$ متوازي أضلاع.		
2	لدينا: $\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2} \overrightarrow{AD}$ منه: $\begin{cases} x_E - x_A = \frac{-(x_D - x_A)}{2} \\ y_E - y_A = \frac{-(y_D - y_A)}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_E - 0 = \frac{-(0-0)}{2} \\ y_E - 0 = \frac{-(1-0)}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = \frac{-1}{2} \end{cases}$ لدينا: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA}$ منه: $\begin{cases} x_F - x_E = \frac{x_A - x_B}{2} \\ y_F - y_E = \frac{y_A - y_B}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_F - 0 = \frac{0-1}{2} \\ y_F + \frac{1}{2} = \frac{0-0}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_F = \frac{-1}{2} \\ y_F = \frac{-1}{2} \end{cases}$	
منه: $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A) = \overrightarrow{AC}(1;1)$ و $\overrightarrow{AF}(x_F - x_A; y_F - y_A) = \overrightarrow{AF}(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2})$ منه: $\det(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AF}) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0$		
منه المتجهتان $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AF}$ مستقيمتان، بالتالي النقط A و C و F مستقيمات.		
تمرين 3: $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $I(0,3)$		
لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه I يجب أن يكون I منتصف قطريه $[AC]$ و $[BD]$		
منه: $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases}$ و $\begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} 0 = \frac{2 + x_C}{2} \\ 3 = \frac{0 + y_C}{2} \end{cases}$ و $\begin{cases} 0 = \frac{-1 + x_D}{2} \\ 3 = \frac{4 + y_D}{2} \end{cases}$		
منه: $\begin{cases} 0 = 2 + x_C \\ 6 = x_C \end{cases}$ و $\begin{cases} 0 = -1 + x_D \\ 6 = 4 + y_D \end{cases}$ بالتالي: $\begin{cases} x_C = -2 \\ x_C = 6 \end{cases}$ و $\begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = 6 - 4 = 2 \end{cases}$ أي: $C(-2;6)$ و $D(-1;2)$		

تمرين 4 : $A(2,3)$ و $B(-5,2)$	
لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى، لدينا: $\overrightarrow{AB}(-7; -1)$ و $\overrightarrow{AM}(x-2; y-3)$ $M \in (AB)$ يعني: $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = 0$ يعني: $\begin{vmatrix} x-2 & y-3 \\ -7 & -1 \end{vmatrix} = 0$ يعني: $-(x-2) + 7(y-3) = 0$ يعني: $-x + 2 + 7y - 21 = 0$ بالتالي: $(AB): -x + 7y - 19 = 0$	1
المعادلة الديكارتيّة لمستقيم ليست وحيدة، إذ يمكنك أن تجد أيضا: $x - 7y + 19 = 0$ (AB): أو متساوية تكافؤها.	
المستقيم (AB) يمر من $A(2,3)$ وموجه بالمتجه: $\overrightarrow{AB}(-7; -1)$، إذن: $(AB): \begin{cases} x = 2 - 7k \\ y = 3 - k \end{cases} / k \in \mathbb{R}$	2
التمثيل البارامتري لمستقيم ليس وحيدا	
تمرين 5 : $A(2,4)$ و $\vec{u}(1,1)$ ، $A(3,0)$ و $\vec{u}(5,-7)$	
لدينا $A(2,4)$ و $\vec{u}(1,1)$ لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-2; y-4)$ و $\vec{u}(1,1)$ $M \in (D)$ يعني: $\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$ يعني: $\begin{vmatrix} x-2 & y-4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ يعني: $-(x-2) - (y-4) = 0$ يعني: $-x + 2 - y + 4 = 0$ بالتالي: $(D): -x - y + 6 = 0$ أو أيضا: $(D): x + y - 6 = 0$	
لدينا $A(3,0)$ و $\vec{u}(5,-7)$ لتكن $M(x, y)$ نقطة من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-3; y)$ و $\vec{u}(5,-7)$ $M \in (D)$ يعني: $\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$ يعني: $\begin{vmatrix} x-3 & y \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = 0$ يعني: $-7(x-3) - 5y = 0$ يعني: $-7x + 21 - 5y = 0$ بالتالي: $(D): 7x + 5y - 21 = 0$	
تمرين 6 :	
المستقيم $(D): 2x + 5y + 2 = 0$ موجه بالمتجه: $\vec{u}(-5; 2)$ المستقيم $(D): y = -x + 1$ أي: $(D): x + y - 1 = 0$ موجه بالمتجه: $\vec{u}(-1; 1)$ المستقيم $(D): x = 5y + 3$ أي: $(D): x - 5y - 3 = 0$ موجه بالمتجه: $\vec{u}(5; 1)$ المستقيم $(D): \frac{x-9}{6} = \frac{y-7}{6}$ أي: $(D): \frac{x-9}{2} = \frac{y-7}{6}$ أي: $(D): 3x - y - 20 = 0$ موجه بالمتجه: $\vec{u}(1; 3)$ تذكر أنه إذا كان $(D): ax + by + c = 0$ فإن: $\vec{u}(a, b)$ هي متجهة موجهة له. المتجه الموجه لمستقيم ليست وحيدة، بل عدة متجهات مستقيمية فيما بينها.	
تمرين 7 : $A(-1,5)$ و $B(0,4)$ ، $(D): 2x - 3y - 7 = 0$	
المستقيم (AB) يمر من $A(-1,5)$ وموجه بالمتجه: $\overrightarrow{AB}(1; -1)$، إذن: $(AB): \begin{cases} x = -1 + k \\ y = 5 - k \end{cases} / k \in \mathbb{R}$	1
لدينا $(D): 2x - 3y - 7 = 0$ موجه بالمتجه: $\vec{u}(3,2)$ و $\overrightarrow{AB}(1; -1)$ موجه بالمتجه: (AB)	
2	

وبما أن: $\det(\overrightarrow{AB}, \vec{u}) = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 3 = 5 \neq 0$ فإن $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}$ غير مستقيمتين، و بالتالي (D) و (AB) غير متوازيين أي متقاطعان.

لتحديد إحداثيتي نقطة التقاطع نحل النظام المكونة من معادلتَي (D) و (AB)، أي:

$$\begin{cases} x = -1 + k \\ y = 5 - k \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases}$$

نعوض تعبيرَي x و y في المتساوية الأخيرة

فنجد: $2(-1 + k) - 3(5 - k) - 7 = 0$ أي: $-2 + 2k - 15 + 3k - 7 = 0$ منه: $5k - 24 = 0$ منه: $k = \frac{24}{5}$

نعوض هذه القيمة في التمثيل البارامتري لنجد:

$$\begin{cases} x = -1 + \frac{24}{5} = \frac{19}{5} \\ y = 5 - \frac{24}{5} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

بالتالي: $E\left(\frac{19}{5}; \frac{1}{5}\right)$

لدراسة الوضع النسبي لمستقيمين نحسب محددة المتجهتين الموجهة لكل منهما.

لتحديد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظام المكونة من معادلتيهما الديكارتية أو تمثيليهما البارامتريين أو معادلة ديكارتية لأحدهما وتمثيل بارامتري للآخر تبعاً للمعطيات.