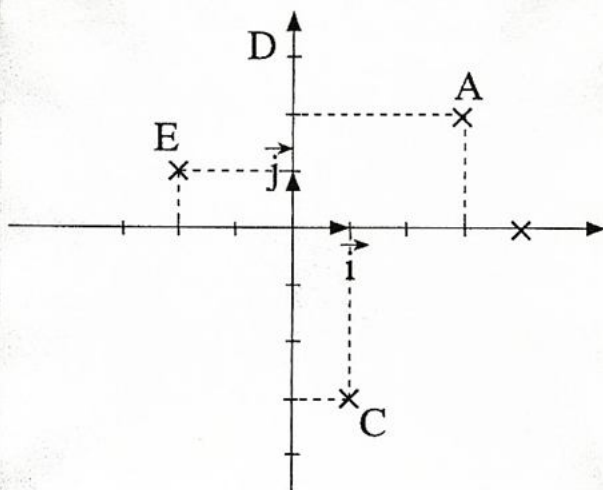


تمارين وحلولها

تمرين 1

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
1 - حدد إحداثياتي النقط E, D, C, B, A

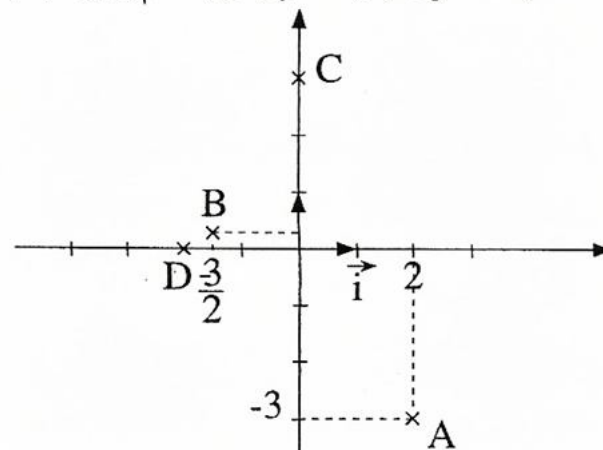


2 - مثل في معلم متعامد مُنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ النقط

التالية : $A(2, -3)$, $B(\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$, $C(0, 3)$, $D(-2, 0)$

الجواب :

1 - لدينا $B(4, 0)$, $C(1, -3)$, $A(3, 2)$, $D(0, 3)$, $E(-2, 1)$
2 - لدينا المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$



تمرين 2 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد مُنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - حدد إحداثيتي المتجهة $\vec{AB}$ في كل حالة :

أ - $A(1, 3)$, $B(-2, 1)$

ب - $A(-2, -1)$, $B(0, 3)$

2 - حدد إحداثيتي منتصف القطعة [AB] في كل حالة

أ - $A(1, 3)$, $B(-2, 1)$

ب - $A(\frac{2}{3}, 2)$, $B(0, \frac{1}{2})$

الجواب :

أ - لدينا $A(1, 3)$; $B(-2, 1)$

إذن $\vec{AB}(-2 - 1, 1 - 3)$

ومنه $\vec{AB}(-3, -2)$

ب - لدينا $A(-2, -1)$, $B(0, 3)$

إذن $\vec{AB}(0 - (-2); 3 - (-1))$

إذن $\vec{AB}(2, 4)$

2 - أ - لدينا

$A(-2, 1)$, $B(1, 3)$

ليكن I منتصف القطعة [AB] إذن :

$$I\left(\frac{1 + (-2)}{2}; \frac{3 + 1}{2}\right)$$

أي أن $I(-\frac{1}{2}, 2)$

ب - لدينا $A(-\frac{2}{3}, 2)$, $B(0, \frac{1}{2})$

بما أن $A(5, -2)$ و $C(4, 2)$

فإن $\overrightarrow{CA}(5 - 4 ; -2 - 2)$

$$\overrightarrow{CA}(1, -4)$$

$A(5, -2)$ لدينا -2

إذن $C(4, 2)$

$$I\left(\frac{5+4}{2} ; \frac{-2+2}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{1}{2} ; 0\right)$$

لدينا $\begin{cases} B(-7, 4) \\ C(4, 2) \end{cases}$ إذن

$$J\left(\frac{-7+4}{2} ; \frac{4+2}{2}\right)$$

$$J\left(-\frac{3}{2} ; 3\right)$$

أي أن

$B(x, y)$ - 3 نعتبر

لدينا ABCD متوازي أضلاع

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

يعني أن

لدينا $\overrightarrow{AB}(-12, 6)$ و $\overrightarrow{DC}(4 - x, 2 - y)$

بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن

$$\begin{cases} x = 16 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} 4 - x = -12 \\ 2 - y = 6 \end{cases}$$

$$D(16, -4)$$

إذن

- 4 لدينا B منتصف القطعة [EA]

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$$

إذن

$$E(x, y)$$

نعتبر

لدينا $\overrightarrow{BE}(x + 7 ; y - 4)$ و $\overrightarrow{AB}(-12 ; 6)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$$

بما أن

ليكن J منتصف [AB]

$$J\left(\frac{-\frac{2}{3} + 0}{2} ; \frac{2 + \frac{1}{2}}{2}\right)$$

$$J\left(-\frac{1}{3} ; \frac{5}{4}\right)$$

إذن

أي أن

تمرين 3 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر النقط.

$A(5, -2)$, $B(-7, 4)$, $C(4, 2)$

1 - حدد إحداثيات المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{CA}$

2 - ليكن I منتصف [AC] و J منتصف [BC]

حدد إحداثيتي كل من I و J

3 - حدد إحداثيتي النقطة D حيث الرباعي

ABCD متوازي أضلاع.

4 - حدد إحداثيتي النقطة E حيث B منتصف

القطعة [EA]

5 - حدد إحداثيتي النقطة F حيث C ممثلة

F بالنسبة لـ A

الجواب :

1 - لدينا : $A(5, -2)$ و $B(-7, 4)$

إذن : $\overrightarrow{AB}(-7 - 5 ; 4 - (-2))$

$$\overrightarrow{AB}(-12, 6)$$

أي أن

لدينا $B(-7, 4)$ و $C(4, 2)$

$$\overrightarrow{CB}(-7 - 4 ; 4 - 2)$$

$$\overrightarrow{CB}(-11, 2)$$

إذن

$$\begin{aligned}\vec{AO} + \vec{OD} &= 2\vec{AO} + 2\vec{OB} + \vec{AO} + \vec{OC} \\ \vec{OD} &= 3\vec{AO} + 2\vec{OB} + \vec{OC} - \vec{AO} \quad \text{يعني أن} \\ &= -2\vec{OA} + 2\vec{OB} + \vec{OC} \\ \vec{OD} &= -2\vec{OA} + 2\vec{OB} + \vec{OC} \quad \text{إذن} \\ &= -2(2\vec{i} + 3\vec{j}) + 2(4\vec{i} + \vec{j}) + 3\vec{i} + \vec{j} \\ &= -4\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{i} + \vec{j} \\ \vec{OD} &= 7\vec{i} - 3\vec{j} \quad \text{إذن}\end{aligned}$$

$$D(7, -3)$$

- 2 لدينا

$$\begin{aligned}\vec{AE} &= \vec{AB} + \vec{AC} \\ \vec{AE} - \vec{AC} &= \vec{AB} \\ \vec{CE} &= \vec{AB}\end{aligned}$$

ليكن $E(x, y)$

$$\vec{AB}(2, -2)$$

لدينا

$$\vec{CE}(x - 3, y - 1) \quad \text{و}$$

بما أن $\vec{CE} = \vec{AB}$ فإن

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} x - 3 = 2 \\ y - 1 = -2 \end{cases}$$

$$E(5, -1)$$

إذن

تمرين 5:

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
نعتبر النقط :

$$C(3, \frac{3}{2}) \text{ و } B(-1, -\frac{3}{2}) \text{ و } A(1, 3) \\ D(2, -\frac{3}{4})$$

$$m \in \mathbb{R} \quad \text{حيث} \quad E(2, m)$$

1 - ادرس استقامية النقط A و B و C

$$\text{فإن} \quad \begin{cases} x + 7 = -12 \\ y - 4 = 6 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$E(-19, 10) \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} x = -19 \\ y = 10 \end{cases}$$

5 - لدينا C مماثلة F بالنسبة لـ A

يعني أن A منتصف القطعة [CF]

$$\vec{CA} = \vec{AF} \quad \text{أي أن}$$

ليكن $F(x, y)$

$$\vec{AF}(x - 5, y + 2) \text{ و } \vec{CA}(1, -4)$$

بما أن $\vec{CA} = \vec{AF}$ فإن

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases} \quad \text{أي أن} \quad \begin{cases} x - 5 = 1 \\ y + 2 = -4 \end{cases}$$

$$E(6, -6) \quad \text{ومنه}$$

تمرين 4:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم
 $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر النقط A(2, 3) و B(4, 1) و C(3, 1)

1 - حدد زوجي إحداثيتي النقطة D حيث :

$$\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$$

2 - حدد زوج إحداثيتي النقطة E بحيث :

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

الجواب :

$$\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC} \quad \text{1 - لدينا}$$

إذن

مستقيمتان أي أن :

$$\det(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ m + \frac{3}{2} & 3 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$4(m + \frac{3}{2}) - 3 \times 3 = 0$$

$$4m + 6 - 9 = 0$$

$$4m = 3$$

$$m = \frac{3}{4}$$

إذن

G - 4 مركز ثقل المثلث ABC تعني أن :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

أي :

$$\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

$$3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{أي أن}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

$$= \frac{1}{3}(\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} + 3\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j})$$

$$= \frac{1}{3}(3\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$= \vec{i} + \vec{j}$$

$$\overrightarrow{OG} = 1.\vec{i} + 1.\vec{j}$$

إذن

$$G(1, 1)$$

أي أن

تمرين 6 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد مُنظم

$$(O, \vec{i}, \vec{j})$$

نعتبر الشكل التالي :

2 - هل $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيمتان ؟

3 - حدد قيمة العدد الحقيقي m لكي تكون

النقط B و C و E مستقيمية

4 - حدد احداثيتي النقطة G مركز ثقل المثلث

ABC

الجواب :

1 - لدينا $\overrightarrow{AB}(-2, -\frac{9}{2})$ و $\overrightarrow{AC}(2, -\frac{3}{2})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(-\frac{3}{2}) - 2 \times (-\frac{9}{2})$$

$$= 3 + 9$$

$$\neq 0$$

إذن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيمتان وبالتالي

النقط A و B و C غير مستقيمية

2 -

لدينا $\overrightarrow{AB}(-2, -\frac{9}{2})$ و $\overrightarrow{CD}(-1, -\frac{9}{4})$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -\frac{9}{2} & -\frac{9}{4} \end{vmatrix}$$

$$= (-2)(-\frac{9}{4}) - (-1)(-\frac{9}{2})$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{9}{2}$$

$$= 0$$

إذن المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيمتين.

3 - لدينا $\overrightarrow{BE}(2, m + \frac{3}{2})$ و $\overrightarrow{CD}(4, 3)$

B و C و E مستقيمية تعني أن $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{BC}$



1 - لماذا $(A, \vec{AB}, \vec{AD})$ معلم ؟

(علل جوابك)

2 - في المعلم $(A, \vec{AB}, \vec{AD})$

حدد احداثيات النقط F, E, D, C, B, A

الجواب :

لدينا ABCD متوازي الأضلاع فعلي إذن النقط
A و B و D و غير مستقيمة

وبالتالي $\vec{AB}$ و $\vec{AD}$ غير مستقيمان إذن
المثلث $(\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AD})$ معلم.

2 - بما أن A أصل المعلم $(\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AD})$

فإن $A(0, 0)$

$\vec{AB} = 1.\vec{AB} + 0.\vec{AD}$ لدينا

$B(1, 0)$ إذن

$\vec{AD} = 0.\vec{AB} + 1.\vec{AD}$ بما أن

$D(0, 1)$ فإن

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

$$= \vec{AB} + \vec{AD}$$

$$\vec{AC} = 1.\vec{AB} + 1.\vec{AD}$$

$C(1, 1)$ ومنه

$$\vec{AE} = 2.\vec{AB}$$
 لدينا

$$= 2(\vec{BA} + \vec{AC})$$

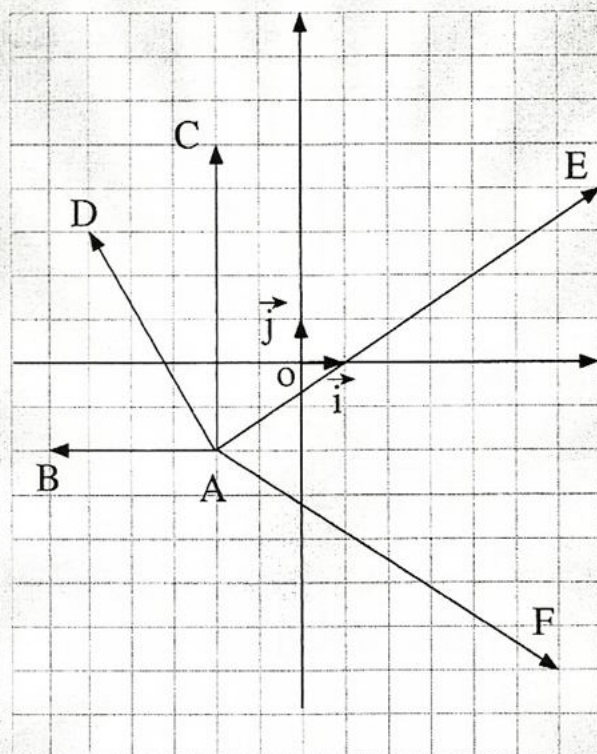
$$= 2\vec{BA} + 2\vec{AC}$$

$$= -2\vec{AB} + 2\vec{AB} + 2\vec{AD}$$

$$\vec{AE} = 0.\vec{AB} + 2\vec{AD}$$
 إذن

$$E(0, 2)$$
 أي أن

$$\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$$
 لدينا



اقرأ على الشكل احداثيات المتجهات التالية :

$$\vec{AE}, \vec{AD}, \vec{AC}, \vec{AB}$$

$$\vec{DC}, \vec{EF}, \vec{AF}$$

الجواب :

حسب الشكل لدينا :

$$\vec{AB}(-4, 0) \quad \vec{AC}(0, 7)$$

$$\vec{AD}(-3, 5) \quad \vec{AE}(9, 6)$$

$$\vec{AF}(9, -4) \quad \vec{DC}(3, 2)$$

$$\vec{EF}(0, -10)$$

تمرين 7 :

ABCD متوازي الأضلاع E و F نقطتان

بحيث :

$$\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC} \quad \text{و} \quad \vec{AE} = 2\vec{BC}$$

$$\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

$$E(-2, 3)$$

إذن

$$\vec{EF} = 2\vec{AB}$$

$$\vec{EA} + \vec{AF} = 2\vec{AB}$$

$$\vec{AF} = 2\vec{AB} + \vec{AE}$$

$$= 2\vec{AB} - 2\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

$$= 3\vec{AC}$$

$$\vec{AF} = 3\vec{AC}$$

إذن

$$F(0, 3)$$

2 - لدينا

$$F(0, 3) \quad C(0, 1) \quad A(0, 0)$$

$$\vec{AC}(0, 1) \quad \vec{AF}(0, 3)$$

$$\det(\vec{AF}, \vec{AC}) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \times 0 - 3 \times 0 = 0$$

إذن $\vec{AF}$ و $\vec{AC}$ مستقيمتان وبالتالي A و C و F نقط مستقيمة.

3 - D مركز ثقل المثلث BEF

تعني أن

$$\vec{DE} + \vec{DF} + \vec{DB} = \vec{0}$$

$$\vec{DA} + \vec{AE} + \vec{DA} + \vec{AF} + \vec{DA} + \vec{AB} = \vec{0}$$

$$3\vec{AD} = \vec{AE} + \vec{AF} + \vec{AB} \quad \text{ومنه}$$

$$\vec{AD} = \frac{1}{3}(\vec{AE} + \vec{AF} + \vec{AB}) \quad \text{أي أن}$$

$$\begin{aligned} \vec{AD} &= \frac{1}{3}(-2\vec{AB} + 3\vec{AC} + 3\vec{AC} + \vec{AB}) \\ &= \frac{1}{3}(-\vec{AB} + 6\vec{AC}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD}) \\ &= \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD} \end{aligned}$$

إذن

$$F\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

تمرين 8 :

ABC مثلثا E و F نقطتين بحيث :

$$\vec{EF} = 2\vec{AB} \quad \text{و} \quad \vec{BE} = 3\vec{BC}$$

تعتبر المستوى (P) منسوب إلى المعلم

$$(\vec{A}, \vec{AB}, \vec{AC})$$

1 - حدد احداثيات النقط

$$F, E, C, B, A$$

2 - بين أن النقط A و C و F مستقيمة

3 - حدد احداثيتي النقطة D مركز ثقل المثلث

BEF

الجواب :

$$A(0, 0) \quad \text{1 - لدينا}$$

$$\vec{AB} = 1.\vec{AB} + 0.\vec{AC}$$

لدينا

$$B(1, 0)$$

إذن

$$\vec{AC} = 0\vec{AB} + 1\vec{AC}$$

بما أن

$$C(0, 1)$$

فإن

$$\vec{BE} = 3\vec{BC}$$

لدينا

$$\vec{BA} + \vec{AE} = 3\vec{BA} + 3\vec{AC}$$

أي أن

يعني أن :

$$\vec{AE} = 3\vec{BA} + 3\vec{AC} - \vec{BA}$$

$$\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

$$D(m, 1) \in (AB) - 3 \text{ تكافئ}$$

$$2 \times m - 3 \times 1 + 5 = 0$$

$$2m + 2 = 0 \text{ أي أن}$$

$$m = -1 \text{ ومنه}$$

تمرين 10 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) في الحالات التالية :

1 - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $A(-2, 5)$ وموجه بالمتجهة $\vec{u}(-3, 1)$

2 - المستقيم (Δ) يمر من النقطتين

$$F(1, 1) \text{ و } E(-1, 0)$$

3 - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $I(0, 3)$ ومعامله الموجه $m = -2$

4 - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $C(2, -1)$ وموازي للمستقيم (D) ذي المعادلة :

$$2x - 7y + 1 = 0$$

الجواب :

$$1 - A(-2, 5) ; \vec{u}(-3, 1)$$

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\Delta) \text{ تعني أن } \vec{AM} \text{ و } \vec{u}$$

$$\det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0 \text{ مستقيمتان أي أن}$$

$$\begin{vmatrix} x+2 & -3 \\ y-5 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ أي أن}$$

$$1(x+2) - (-3)(y-5) = 0 \text{ أي أن}$$

$$= -\frac{1}{3} \vec{AB} + 2\vec{AC}$$

$$D(-\frac{1}{3}, 2) \text{ إذن}$$

تمرين 9 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد مُنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر النقطتين $A(2, 3)$ و $B(-1, 1)$

1 - اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

2 - هل النقطة $C(4, 1)$ تنتمي إلى (AB) ؟

3 - حدد العدد الحقيقي m بحيث تكون النقطة

$$D(m, 1) \text{ تنتمي إلى } (AB)$$

الجواب :

1 - لدينا : $A(2, 3)$ و $B(-1, 1)$

إذن $\vec{AB}(-3, -2)$ متجهة موجهة لـ (AB)

$$(AB) : -2x + 3y + C = 0$$

$$A(2, 3) \in (AB) \text{ وبما أن}$$

$$-2 \times 2 + 3 \times 3 + C = 0 \text{ فإن}$$

$$C = -5 \text{ أي أن}$$

$$\text{ومنه } (AB) : -2x + 3y - 5 = 0$$

$$\boxed{(AB) : -2x + 3y - 5 = 0} \text{ أي أن}$$

$$2 - C(4, 1) \in (AB) \text{ تعني أن}$$

$$2 \times 4 - 3 \times 1 - 5 = 0$$

$$8 - 3 - 5 = 0 \text{ أي أن}$$

$$8 - 8 = 0$$

$$0 = 0$$

$$C(4, 1) \in (AB) \text{ إذن}$$

تمرين 11 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) في الحالات التالية :

1 - المستقيم (D) يمر من النقطة A (2, -3)

وموجه بالمتجهة $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

2 - المستقيم (D) يمر من النقطتين B (4, 3)

و C (2, -1)

3 - المستقيم (D) يمر من النقطة D(2, 2)

والموازي للمستقيم (Δ)

حيث : $(\Delta) : 2x + y - 3 = 0$

4 - المستقيم (D) يمر من النقطة E (2, 5)

ومعامله الموجه هو $m = 4$

الجواب :

1 - A (2, -3) ; $\vec{u}(0, 4)$

$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$ تكافئ

$$\begin{cases} x = 2 + 0 \times t \\ y = -3 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{إذن}$$

2 - لدينا : B (4, 3) و C (2, -1)

إذن $\vec{BC}(-2, -4)$ متجهة موجهة لـ (D)

$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$ تعني أن

$$x + 2 + 3y - 15 = 0$$

$$(\Delta) : x + 3y - 13 = 0 \quad \text{أي أن}$$

E (-1, 0) و F (1, 1)

لدينا $\vec{EF}(2, 1)$ متجهة موجهة لـ (EF)

لدينا $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (EF)$ أي أن

$$\det(\vec{EM}, \vec{EF}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x + 2 & 2 \\ y & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$1(x + 1) - 2 \times y = 0 \quad \text{تكافئ}$$

$$(EF) : x - 2y + 1 = 0$$

3 - نعلم أن

$$(\Delta) : y = mx + p$$

بما أن $m = -2$ فإن :

$$y = -2x + p$$

لدينا $I(0, 3) \in (\Delta)$ إذن

$$3 = -2 \times 0 + p$$

$$p = 3 \quad \text{إذن}$$

$$(\Delta) : y = -2x + 3 \quad \text{ومنه}$$

4 - بما أن (Δ) و (D) متوازيان فإن لهما نفس

المتجهة الموجهة وبالتالي :

$$(\Delta) : 2x - 7y + C = 0$$

لدينا $C(2, -1) \in (\Delta)$ إذن

$$2 \times 2 - 7(-1) + C = 0$$

$$4 + 7 + C = 0$$

$$C = -11$$

ومنه

$$(\Delta) : 2x - 7y - 11 = 0$$



تمرين 12 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
1 - اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المعروف

$$(D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2 - اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المعروف ب

$$(D) : 3x + 2y - 4 = 0$$

الجواب :

لدينا :

$$(D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

إذن $\vec{u}(1, -5)$ متجهة موجهة لـ (D)

و $A(2, 3)$ نقطة من المستقيم (D).

إذن $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D)$ تكافئ

$$\det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - 2 & 1 \\ y - 3 & -5 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$-5(x - 2) - 1(y - 3) = 0 \quad \text{تكافئ}$$

$$-5x + 10 - y + 3 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$(D) : -5x - y + 13 = 0$$

$$(D) : 5x + y - 13 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$(D) : 3x + 2y - 4 = 0 \quad \text{لدينا 2 -}$$

إذن $\vec{u}(-2, 3)$ متجهة موجهة لـ (D).

لدينا كذلك $B(0, 2)$ نقطة من المستقيم (D)

$$\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 - 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 3 - 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

3 - لدينا $(\Delta) : 2x + y - 3 = 0$

إذن $\vec{u}(-1, 2)$ متجهة موجهة لـ (Δ)

وبما أن $(D) // (\Delta)$ فإن $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ متجهة موجهة لـ (D)

ولدينا $D(2, 2) \in (D)$ إذن

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \quad \text{تعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 1 \times t \\ y = 2 + 2 \times t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

4 - لدينا $m = 4$ معامل موجه لـ (D)

إذن $\vec{u}(1, 4)$ متجهة موجهة لـ (D)

ولدينا $E(2, 5) \in (D)$ إذن

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \quad \text{تكافئ :}$$

$$\begin{cases} x = 2 + 1 \times t \\ y = 5 + 2 \times t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

أي أن

$$(D) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$



$$m' = \frac{1}{2}$$

$$(D) : y = \frac{1}{2}x + p \quad \text{ومنه}$$

$$\text{لدينا } A(0, 1) \in (D) \text{ إذن :}$$

$$1 = \frac{1}{2} \times 0 + p$$

$$p = 1 \quad \text{إذن :}$$

$$(D) : y = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{ومنه}$$

$$(D) : x - 2y + 2 = 0$$

$$B(2,1) \text{ و } A(-1,2) \text{ لدينا } -2$$

$$\text{إذن : } \overrightarrow{AB} (3, -1) \text{ متجهة موجهة لـ } (AB)$$

$$\text{ومنه } m' = -\frac{1}{3} \text{ معاملا موجهها لـ } (AB)$$

$$\text{ليكن } m' \text{ معاملا موجهها لـ } (D)$$

$$\text{إذن } m \times m' = -1 \text{ لأن } (D) \perp (\Delta)$$

$$m' = 3 \quad \text{ومنه}$$

$$\text{وبالتالي : } y = 3x + p$$

$$\text{لدينا } E(2, -3) \in (D) \text{ إذن :}$$

$$-3 = 3 \times 2 + p$$

$$p = -9 \quad \text{إذن :}$$

$$(D) : y = 3x - 9 \quad \text{ومنه}$$

$$(D) : 3x - y - 9 = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$3 - \text{لدينا } y = 2 \text{ إذن } (\Delta) \text{ يوازي محور}$$

$$\text{الأفصيل وبما أن } (\Delta) \perp (D) \text{ فإن } (D) \text{ يوازي محور الأرتيب.}$$

$$\text{وبالتالي } (D) : x = k$$

$$\text{وبما أن } (D) \text{ يمر من النقطة } C(4, 3) \text{ فإن :}$$

$$(D) : x = 4$$

$$(D) : x = 4 \quad \text{إذن :}$$

$$\text{إذن } M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (D) \text{ تكافئ}$$

$$\begin{cases} x = 0 - 2 \times t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

أي أن

$$(D) : \begin{cases} x = -2t \\ y = 2 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

تمرين 13 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) في الحالات التالية :

1 - المستقيم (D) يمر من النقطة $A(0,1)$ وعمودي على المستقيم (Δ)

$$\text{حيث } (\Delta) : 2x + y + 4 = 0$$

2 - المستقيم (D) عمودي على المستقيم (AB)

حيث $A(-1,2)$ و $B(2,1)$ ويمر من $E(2,-3)$

3 - المستقيم (D) يمر من النقطة $C(4,3)$

$$\text{وعمودي على المستقيم } (\Delta) : y = 2$$

الجواب :

$$1 - \text{لدينا } (\Delta) : 2x + y + 4 = 0$$

$$\text{ومنه } (\Delta) : y = -2x - 4$$

$$\text{وبالتالي : } m = -2 \text{ معاملا موجهها لـ } (\Delta)$$

$$\text{ليكن } m' \text{ معاملا موجهها لـ } (D)$$

$$\text{نعلم } (\Delta) \perp (D) \text{ إذن } m \times m' = -1$$

$$\text{أي أن } (-2) \times m' = -1$$



تمرين 14 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$
نعتبر مجموعة المستقيمات (Dm) المعروف بـ :
(Dm) : $(m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$
حيث $m \in \mathbb{R}$

1 - حدد العدد m لكي يمر المستقيم (Dm) من أصل المعلم O

2 - حدد m لكي يمر (Dm) من $A(2, -1)$

3 - حدد العدد m حتى يكون (Dm) موازيا لمحور الأفاصيل.

4 - حدد العدد m حتى يكون (Dm) موازيا لمحور الأرتايب.

5 - حدد العدد m لكي يكون (Dm) موازيا للمستقيم : $2x - 3y + 5 = 0$ (Δ)

6 - بين أن المستقيمات (Dm) تمر كلها من نقطة واحدة I وحددها.

الجواب :

1 - لدينا

$$(Dm) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

$$O(0, 0) \in (Dm) \quad \text{تكافئ}$$

$$(m + 1).0 + 2m \times 0 + 1 - 3m = 0$$

$$1 - 3m = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$m = \frac{1}{3}$$

ومنه

$$m = \frac{1}{3}$$

2 - لدينا

$$(Dm) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

$$A(2, -1) \in (Dm) \quad \text{تكافئ}$$

$$(m + 1) \times 2 + 2m \times (-1) + 1 - 3m = 0$$

$$2m + 2 - 2m + 1 - 3m = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$3 - 3m = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$m = 1$$

3 - (Dm) يوازي محور الأفاصيل

$$m + 1 = 0 \quad \text{تكافئ :}$$

$$m = -1$$

4 - (Dm) يوازي محور الأرتايب

$$2m = 0 \quad \text{تكافئ :}$$

$$m = 0$$

5 - لدينا $\vec{u}(3, 2)$ متجهة موجهة لـ (Δ)

$\vec{u}_m(3, 2)$ متجهة موجهة لـ (Dm)

(Δ) // (D) تكافئ :

$$\det(\vec{u}, \vec{u}_m) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2m \\ 2 & m+1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$3(m + 1) - (-2m) \times 2 = 0$$

$$3m + 3 + 4 = 0$$

$$7m = -3$$

$$m = -\frac{3}{7}$$

إذن :

6 - لدينا

$$(Dm) : (m + 1).x + 2my + 1 - 3m = 0$$

$$mx + x + 2my + 1 - 3m = 0 \quad \text{تكافئ :}$$

النظمة التالية :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 9 - 2y + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{إذن :}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases} \quad \text{أي أن :}$$

ومن (D) و (D₁) يتقاطعان في النقطة I(3 , 7)

ب - لدينا :

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0$$

$$(D_2) : y = -2$$

زوج احادثتي نقطة تقاطع (D) و (D₂) يحقق

النظمة التالية :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2 \\ 3x + 4 + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{أي أن}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$$

ومنه (D) و (D₂) يتقاطعان في النقطة :

$$J(-3 , -2)$$

ج - لدينا

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0$$

$$(D_3) : x + y - 1 = 0$$

لدينا $\vec{u}(2 , 3)$ متجهة موجهة لـ (D)

لدينا $v(-1 , 1)$ متجهة موجهة لـ (D₃)

لكل m من R

$$(mx + 2my - 3m) + (x + 1) = 0 \quad \text{أي أن}$$

لكل m من R

$$(x + 2y - 3)m + (x + 1) = 0 \quad \text{ومنه}$$

لكل m من R

$$x + 2y - 3 = 0 \quad \text{و} \quad x + 1 = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$-1 + 2y - 3 = 0 \quad \text{و} \quad x = -1 \quad \text{أي أن}$$

$$y = 2 \quad \text{و} \quad x = -1 \quad \text{إذن :}$$

إذن المستقيمات (D_m) تمر كلها من نقطة واحدة

$$I(-1 , 2) \quad \text{حيث :}$$

تمرين 15 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ليكن (D) المستقيم المعروف ب :

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0$$

1 - حدد تقاطع (D) مع المستقيمات التالية

$$(D_1) : x = 3 \quad \text{أ -}$$

$$(D_2) : y = -2 \quad \text{ب -}$$

$$(D_3) : x + y - 1 = 0 \quad \text{ج -}$$

$$(D_4) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{د -}$$

2 - حدد تقاطع (D) مع محوري المعلم.

الجواب :

$$(D) : 3x - 2y + 5 = 0 \quad \text{أ - 1}$$

$$(D_1) : x = 3$$

زوج احداثي نقطة تقاطع (D) و (D₁) يحقق

الجواب :

1 - لدينا $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ معلم.

$$\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} &= \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

لأن ABCD متوازي الأضلاع

$$E\left(\frac{2}{3}, 1\right) \quad \text{ومنه}$$

$$A(0, 0) \quad \text{ولدينا}$$

إذن $\overrightarrow{AE}\left(\frac{2}{3}, 1\right)$ متجهة موجهة لـ (AE) ومنه

$$(AE) : x - \frac{2}{3}y + c = 0$$

وبما أن $A(0, 0) \in (AE)$ فإن

$$(AE) : x - \frac{2}{3}y = 0$$

أي أن

$$(AE) : 3x - 2y = 0$$

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC}$$

2 - لدينا

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BC}$$

أي أن

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

$$F\left(1, \frac{3}{2}\right)$$

إذن

3 - لدينا

$$(AE) : 3x - 2y = 0$$

$$F\left(1, \frac{3}{2}\right) \quad \text{و}$$

لدينا $F \in (AE)$ تكافئ

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 2 + 3 = 5 \neq 0 \end{aligned}$$

إذن (D) و (D_3) يتقاطعان في النقطة H حيث زوج احداثيتي يحقق :

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ 3x - 2y + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{أي أن}$$

$$3x - 2(-x + 1) + 5 = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$3x + 2x - 2 + 5 = 0 \quad \text{أي أن}$$

$$5x + 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

$$y = \frac{8}{5} \quad \text{ومنه}$$

إذن (D) و (D_3) يتقاطعان في النقطة :

$$H\left(-\frac{3}{5}, \frac{8}{5}\right)$$

تمرين 16 :

ABCD متوازي الأضلاع و E و F نقطتين

من المستوى (P) حيث :

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{BC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{DC}$$

نعتبر المعلم $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

1 - اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (AE)

2 - حدد احداثيتي النقطة F

3 - استنتج أن النقط A و E و F مستقيمة.

$(D) // (\Delta)$ تكافئ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمتان أي

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \quad \text{أن}$$

$$\begin{vmatrix} m & -4 \\ -1 & m \end{vmatrix} = 0$$

$$m^2 - 4 = 0$$

$$m^2 = 4$$

$$m = -2 \quad \text{أو} \quad m = 2 \quad \text{ومنه} \quad -2$$

أ - لدينا $\vec{u}(-1, 1)$ متجهة موجهة لـ (D_α)

$\vec{v}(2, -2)$ متجهة موجهة لـ (D)

$$\vec{v} = -2\vec{u} \quad \text{وبما أن}$$

فإن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمتان وبالتالي $(D) // (D_\alpha)$

ب - لدينا $A(-2, 0) \in (D)$

لكي يكون $(D) = (D_\alpha)$ يجب أن تكون :

$$\begin{cases} -2 = \alpha - t \\ 0 = t \end{cases}$$

$$-2 = \alpha - 0 \quad \text{إذن}$$

$$\alpha = -2$$

تمرين 18 :

(I) ABC مثلث و M نقطة من المستوى (P)

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC} \quad \text{حيث :}$$

1 - بين أن المتجهين $\vec{AC}$ و $\vec{BM}$ مستقيمتان

2 - لتكن N النقطة بحيث :

$$\vec{AN} = \vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$$

بين أن النقط N و B و M مستقيمية

$$3 \times 1 - 2 \times \frac{3}{2} = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$0 = 0$$

إذن $F \in (AE)$

أي أن النقط A و E و F مستقيمية.

تمرين 17 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - نعتبر (D) و (Δ) المستقيمتين المعرفين بما يلي :

$$(D) \begin{cases} x = mt \\ y = -1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{و}$$

$$(\Delta) \quad mx + 4y - 3 = 0$$

حدد قيمة العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون (D) و (Δ) متوازيين.

2 - نعتبر المستقيمتين (D) و (D_α) المعرفين بما يلي :

$$(D_\alpha) \begin{cases} x = \alpha - t \\ y = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D) \begin{cases} x = -2 + 2k \\ y = -2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

أ - بين أن $(D_\alpha) // (D)$

ب - حدد قيمة α لكي يكون $(D_\alpha) = (D)$

الجواب :

1 - $\vec{u}(m, -1)$ متجهة موجهة لـ (D)

و $\vec{v}(-4, m)$ متجهة موجهة لـ (Δ)

$$M(1, \frac{1}{4}) \quad \text{فإن}$$

$$\vec{AN} = \vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC} \quad \text{وبما أن}$$

$$N(1, -\frac{3}{4}) \quad \text{فإن}$$

$$\vec{AC}(0, 1) \quad \text{لدينا}$$

$$\vec{NM}(0, 1) \quad \text{و}$$

ومنه الرباعي ANMC متوازي الأضلاع.

$$\vec{BC}(-1, 1) \quad B(1, 0) \quad \text{لدينا}$$

$$(BC) \quad x + y - c = 0 \quad \text{إذن}$$

$$B(1, 0) \in (BC) \quad \text{تكافئ}$$

$$1 + 0 + c = 0$$

$$c = -1$$

$$(BC) : x + y - 1 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - 1 = 0 \quad \text{تكافئ} \quad S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \in (BC)$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \in (BC) \quad \text{إذن}$$

لدينا

$$\vec{SM}(\frac{1}{4}, 0) \quad \text{و} \quad \vec{AB}(1, 0)$$

$$\det(\vec{AB}, \vec{SM}) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

إذن $\vec{AB}$ و $\vec{SM}$ مستقيمتان ومنه :

$$(SM) \parallel (AB) \quad \text{ومنه}$$

(II) المستوى (P) منسوب إلى المعلم $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$

1 - حدد احداثيات $A ; B ; C ; M$ و N

2 - بين أن الرباعي ANMC متوازي أضلاع

3 - اعط معادلة ديكارتية لـ (BC) ثم تحقق من

$$S(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) \in (BC) \quad \text{أن}$$

4 - بين أن المستقيم (SM) يوازي المستقيم

(AB)

الجواب :

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$$

لدينا

$$\vec{AM} - \vec{AB} = \frac{1}{4}\vec{AC}$$

إذن

$$\vec{BA} + \vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AC}$$

ومنه

$$\vec{BM} = \frac{1}{4}\vec{AC}$$

أي أن

إذن $\vec{BM}$ و $\vec{AC}$ مستقيمتان

$$\vec{AN} = \vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$$

لدينا

$$\vec{AN} + \vec{BA} = -\frac{3}{4}\vec{AC}$$

ومنه

$$\vec{BN} = -\frac{3}{4}\vec{AC}$$

أي أن

$$\vec{BN} = -3 \times (\frac{1}{4}\vec{AC})$$

إذن

$$\vec{BN} = -3 \times \vec{BM}$$

$$\vec{BN} = -3\vec{BM}$$

إذن النقط B و N و M مستقيمية

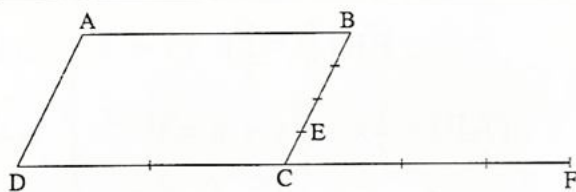
(II) لدينا $(A, \vec{AB}, \vec{AD})$ معلم

1 - $A(0, 0)$ و $B(1, 0)$ و $B(0, 1)$

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$$

وبما أن





2 - لدينا ABCD متوازي الأضلاع

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

$$= \vec{AB} + \vec{AD}$$

$$C(1, 1)$$

$$\vec{EB} + 2\vec{EC} = \vec{0}$$

$$\vec{EA} + \vec{AB} + 2\vec{EA} + 2\vec{AC} = \vec{0}$$

$$3\vec{EA} = -\vec{AB} - 2\vec{AC}$$

$$3\vec{AE} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$$

$$= \vec{AB} + 2\vec{AB} + 2\vec{AD}$$

$$= 3\vec{AB} + 2\vec{AD}$$

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD}$$

$$E(1, \frac{2}{3})$$

إذن

لدينا

$$3\vec{FD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

$$3\vec{FA} + 3\vec{AD} - 5\vec{FA} - 5\vec{AC} = \vec{0}$$

$$2\vec{AF} = -3\vec{AD} + 5\vec{AC}$$

$$= -3\vec{AD} + 5\vec{AB} + 5\vec{AD}$$

$$\vec{AF} = \frac{5}{2}\vec{AB} + 5\vec{AD}$$

$$F(\frac{5}{2}, 1)$$

ب - I مركز ABCD إذن I منتصف [AC]

$$C(1, 1) \text{ و } A(0, 0) \text{ لدينا}$$

$$C(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

إذن

ج - لدينا : $E(1, \frac{2}{3})$ و $F(\frac{5}{2}, 1)$

تمرين 19 :

ABCD متوازي الأضلاع E و F نقطتان من

(P) حيث

$$\vec{EB} + 2\vec{EC} = \vec{0} \text{ و } 3\vec{FD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

1 - انشئ الشكل

2 - المستوى (P) منسوب إلى المعلم (A, $\vec{AB}$, $\vec{AD}$)

أ - حدد إحداثيات النقط C و E و F

ب - حدد إحداثيتي النقطة I مركز المتوازي

الأضلاع ABCD

ج - بين أن : $2x - 9y + 4 = 0$ معادلة

ديكارتية للمستقيم (EF)

3 - أ - اكتب معادلة ديكارتية لـ (AC)

ب - ادرس وحدد تقاطع المستقيمين (AC)

و (EF)

الجواب :

1 - الانشاء :

$$\vec{EB} + 2\vec{EC} = \vec{0}$$

لدينا

$$\vec{EC} + \vec{CB} + 2\vec{EC} = \vec{0}$$

أي أن

$$3\vec{CE} = \vec{CB}$$

$$\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{CB}$$

$$3\vec{FD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

$$3\vec{FC} + 3\vec{CD} - 5\vec{FC} = \vec{0}$$

$$2\vec{FC} = 3\vec{CD}$$

$$\vec{CF} = -\frac{3}{2}\vec{CD}$$

$$2x - 9x + 4 = 0$$

$$-7x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{7}$$

$$y = \frac{4}{7}$$

ومنه

$$(EF) \cap (AC) = \left\{ J\left(\frac{4}{7}, -\frac{4}{7}\right) \right\}$$

تمرين 20 :

المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر : $C(-2, 1)$ $B(1, 2)$ $A(2, -1)$

1 - اكتب معادلات متواسطات المثلث ABC

2 - بين تحليليا أن هذه المتواسطات الثلاثة تتقاطع

في نقطة واحدة G يتم تحديد احداثيتها.

الجواب :

1 - ليكن I منتصف القطعة [AB]

$$I\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

المتوسط (IC)

$$\vec{IC} \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ لدينا}$$

$$(IC) : \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}y + C = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\text{تكافئ } C(-2, 1) \in (IC)$$

$$(IC) : 1 + \frac{7}{2} + C = 0$$

$$C = -\frac{5}{2}$$

$$(IC) : \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}y - \frac{5}{2} = 0$$

أي أن

$$(IC) : x + 7y - 5 = 0$$

$$\vec{EF} \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right)$$

لدينا :

$$(AE) : \frac{1}{3}x - \frac{3}{2}y + c = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$\text{تكافئ } E(1, \frac{2}{3}) \in (EF)$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} + c = 0$$

$$c = \frac{2}{3}$$

$$(EF) : \frac{1}{3}x - \frac{3}{2}y + \frac{2}{3} = 0$$

$$(EF) : 2x - 9y + 4 = 0$$

$$\vec{AC} (1, 1) \quad \text{لدينا } -3 - 1$$

$$(AC) : ax - by + c = 0$$

$$(AC) : x - y + c = 0$$

$$\text{تكافئ } A(0, 0) \in (BC)$$

$$C = 0$$

$$(AC) : x - y = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\text{ب - لدينا : } (AC) : x - y = 0$$

$$(EF) : 2x - 9y + 4 = 0$$

لدينا

$$\det(\vec{AC}, \vec{EF}) = \begin{vmatrix} 1 & -9 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= -2 + 9 = 7 \neq 0$$

إذن (AC) و (EF) متقاطعان زوج احداثيتي

نقطة تقاطع (AC) و (EF) يحقق النظمة التالية

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 9y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y \\ 2x - 9y + 4 = 0 \end{cases}$$

أي أن

$$\begin{cases} x + 7y - 5 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

لنحدد احداثيات النقطة G

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$\text{أي أن} \quad \begin{cases} y = 2x \\ 3x - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$G\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad \text{إذن} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

لنتأكد من أن G تنتمي إلى (IC)

$$(IC) : x + 7y - 5 = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$: \text{تكافئ} \quad G\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \in (IC)$$

$$\frac{1}{3} + \frac{14}{3} - 5 = 0$$

$$\frac{15}{3} - 5 = 0$$

$$5 - 5 = 0$$

$$0 = 0$$

$$G \in (IC) \quad \text{إذن}$$

ومنه G هي نقطة تقاطع المتوسطات (IC) و

(JB) و (AK)

ليكن J منتصف القطعة [AC]

$$J(0, 0)$$

المتوسط (JB)

$$\overrightarrow{JB} (1, 2) \quad \text{لدينا}$$

$$(BJ) : 2x - y + C = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\text{لدينا} \quad J(0, 0) \in (BJ) \quad \text{إذن}$$

$$2 \times 0 - 0 + C = 0$$

$$C = 0$$

$$\text{أي أن} \quad (BJ) : 2x - y = 0$$

ليكن K منتصف القطعة [BC]

$$K\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

المتوسط (AK)

$$\overrightarrow{AK} \left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad \text{لدينا}$$

$$(BJ) : \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}y + C = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\text{لدينا} \quad A(2, -1) \in (AK) \quad \text{تكافئ} :$$

$$\frac{10}{2} - \frac{5}{2} + C = 0$$

$$C = -\frac{5}{2}$$

$$\text{أي أن} \quad (AK) : x + y - 1 = 0$$

2- زوج احداثيتي النظمة G يحقق النظمة