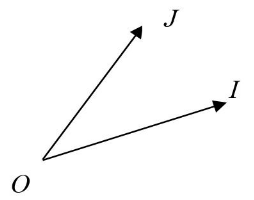
الثانوية التأهيلية: وادي الذهب	المستقيم في المستوى	مستوى الدراسي: TCS - TCT
الأستاذ : رشيد بلمو		عدد الساعات : 5

I. إحداثيات متجهة-إحداثيات نقطة:

1. أساس مستوى-معلم مستوى:



تعريف: إذا كانت $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيميتين فان الزوج $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ يسمى أساسا للمستوى.

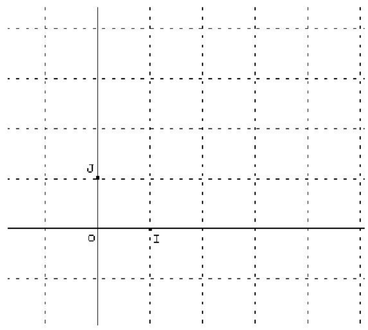
خاصية: إذا كانت O و I و J ثلاث نقط غير مستقيمية فان: $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$ أساس للمستوى.
المثلوث $\left(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$ يسمى معلما للمستوى.

مثال: إذا كان ABC مثلثا فان $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ أساس للمستوى.و $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ معلم للمستوى.

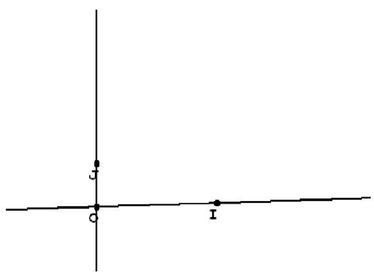
ترميز : عادة نضع $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$.

فيصبح لدينا: $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ أساس للمستوى و $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلم للمستوى.

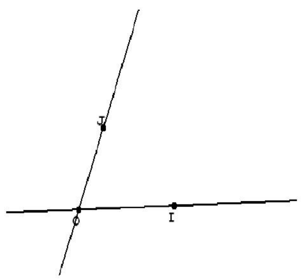
معلم متعامد ممنظم



معلم متعامد

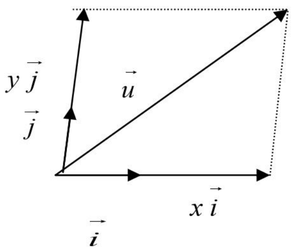


معلم



2. إحداثيتا متجهة:

خاصية و تعريف:
ليكن $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ أساسا للمستوى. لكل متجهة $\vec{u}$ يوجد زوج وحيد (x,y) بحيث $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$.
الزوج (x,y) يسمى زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}$ و نكتب $\vec{u}(x,y)$ أو $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$
إذا كان $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{u'}(x',y')$ فان: $\vec{u}=\vec{u'}$ تكافئ $x=x'$ و $y=y'$.



** تمرين تطبيقي : (01 - س)

** تمرين تطبيقي : (02 - س)

3. إحداثيات مجموع متجهتين-إحداثيات ضرب متجهة في عدد حقيقي:

خاصية و تعريف: ليكن $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ أساسا للمستوى و k عددا حقيقيا.

إذا كان (x,y) و (x',y') هما زوجا إحداثيتي المتجهتين $\vec{U}$ و $\vec{V}$ على التوالي فان $(x+x',y+y')$ هو زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{V}+\vec{U}$.
إذا كان (x,y) هو زوج إحداثيتي $\vec{U}$ فان (kx,ky) هو زوج إحداثيتي المتجهة $k\vec{U}$.

برهان: ....

مثال: نعتبر في المستوى, المتجهتين $\vec{U}=(3,-2)$ و $\vec{V}=(-5,1)$.
حسب الخاصية, زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{U}+\vec{V}$ هو $(3-5,-2+1)$ أي $(-2,-1)$
و زوج إحداثيتي المتجهة $5\vec{u}$ هو $(5\times3,5(-2))$ أي $(15,-10)$.

** تمرين تطبيقي : (03 - س)

4. شرط استقامية متجهتين:

خاصية و تعريف:
لتكن $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$
$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا و فقط إذا كان: $xy'-x'y=0$
العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بالنسبة للأساس $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ و نكتب: $\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y$

برهان: ....

مثال: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المتجهتين : $\vec{u}\left(x,y\right)$ و $\vec{U}=\left(3,-2\right)$ و $\vec{V}=\left(-6,4\right)$.

هل $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتن ؟

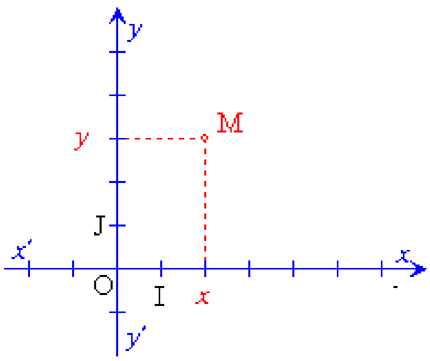
**** تمرين تطبيقي : (04 - س)**

5. إحداثيات نقطة:

تعريف: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما بحيث $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$.

لكل نقطة M من المستوى يوجد زوج وحيد $\left(x,y\right)$ بحيث: $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$

الزوج $\left(x,y\right)$ هو إحداثيتي النقطة M في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ و كتب $M\left(x,y\right)$



خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما. $\overrightarrow{OM}\left(x,y\right)$ تكافئ $M\left(x,y\right)$.

x يسمى أفصول النقطة M و y يسمى أرتوب النقطة M

$\left(OI\right)$ يسمى محور الأفاصيل و $\left(OJ\right)$ يسمى محور الأراتيب.

مثال: في مثلث ABC إذا كانت $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$ فان زوج إحداثيتي النقطة M في المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ هو $\left(3,-2\right)$.

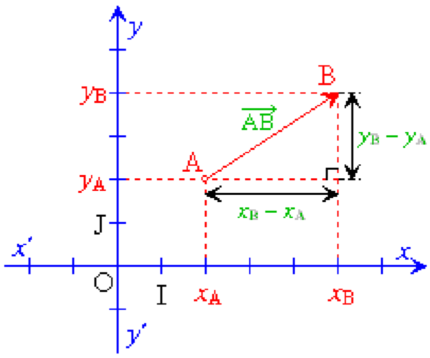
**** تمرين تطبيقي : (05 - س)**

6. إحداثيتا متجهة $\overrightarrow{AB}$:

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما.

إذا كانت $A\left(x_A,y_A\right)$ و $B\left(x_B,y_B\right)$ فان: $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A,y_B-y_A\right)$

في الكتابة $A\left(x_A,y_A\right)$ هو x_A أفصول A. y_A هو أرتوب A.

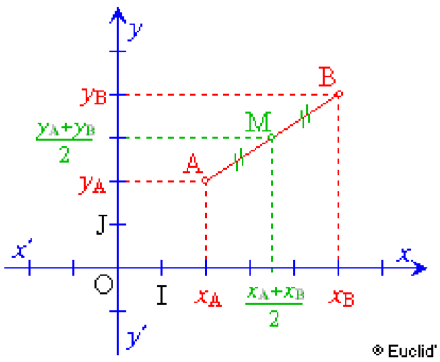


مثال: إذا كانت $A\left(1,-4\right)$ و $B\left(-3,7\right)$ فان $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A,y_B-y_A\right)$ أي أن $\overrightarrow{AB}\left(-3-1,7-\left(-4\right)\right)$ و $\overrightarrow{AB}\left(-4,11\right)$ بالتالي:

7. إحداثيتا منتصف قطعة:

خاصية: إذا كانت $A\left(x_A,y_A\right)$ و $B\left(x_B,y_B\right)$ و M منتصف القطعة $\left[AB\right]$

فان: $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$



8. المسافة بين نقطتين:

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما متعامدا ممنظما. إذا كانت

$A\left(x_A,y_A\right)$ و $B\left(x_B,y_B\right)$ فان: $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$

مثال: المسافة بين النقطتين $A\left(3,1\right)$ و $B\left(-1,2\right)$ في معلم متعامد ممنظم هي:

$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$ أي أن $AB=\sqrt{\left(-1-3\right)^2+\left(2-1\right)^2}$

و بالتالي: $AB=\sqrt{17}$

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

II. مستقيم معرف بنقطة و متجهة:

1. متجهة موجهة لمستقيم:

تعريف: ليكن $\left(D\right)$ مستقيما يمر من نقطتين مختلفتين A و B.

كل متجهة $\vec{u}$ غير منعدمة و مستقيمية مع المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تسمى متجهة موجهة للمستقيم $\left(D\right)$.

نقول كذلك أن $\left(D\right)$ يمر من A و موجه بالمتجهة $\vec{u}$ ولدينا كذلك $\overrightarrow{AB}$ متجهة موجهة للمستقيم $\left(AB\right)$.

مثال: نعتبر المستقيم $\left(D\right)$ الذي معادلته $y=x-1$. النقطتان $A\left(1;0\right)$ و $B\left(0;-1\right)$ تنتميان إلى $\left(D\right)$.

إذن: $\overrightarrow{AB}\left(-1;-1\right)$ متجهة موجهة للمستقيم $\left(D\right)$.

تعريف: لتكن A نقطة من المستوى و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة.
مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ حيث $t \in \mathbb{R}$.
هي المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$ و نكتب $D\left(A;\vec{u}\right)$.

2. تمثيل بارامتري لمستقيم:

تعريف: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما للمستوى (P) و لتكن $A\left(x_0;y_0\right)$ نقطة من (P) و $\vec{u}\left(a;b\right)$ متجهة غير منعدمة.
النظمة $\left(t \in \mathbb{R}\right);\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ تسمى بارا متريا للمستقيم (D) المار من $A\left(x_0;y_0\right)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}\left(a;b\right)$.

مثال: نعتبر النقطة $A\left(3;-5\right)$ و المتجهة $\vec{u}\left(-2;3\right)$

تمثيل بارامتري للمستقيم $D\left(A;\vec{u}\right)$ هو: $\left(t \in \mathbb{R}\right);\begin{cases} x = 3-2t \\ y = -5+3t \end{cases}$

ملحوظة: كل مستقيم (D) يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية.

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

III. معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما. كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D).

برهان:
....

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

خاصية: ليكن $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلما و a و b و c أعدادا حقيقية حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$.
مجموعة النقط $M\left(x;y\right)$ بحيث $ax+by+c=0$ هي موجه بالمتجهة $\vec{u}\left(-b;a\right)$.

برهان:
....

**** تمرين تطبيقي : (10 - س)**

IV. الأوضاع النسبية لمستقيمين:

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

خاصية: نعتبر المستقيمين $(D): ax+by+c=0$ و $(\Delta): a'x+b'y+c'=0$
(D) و (Δ) متوازيان إذا و فقط إذا كان: $ab'-a'b=0$.

برهان: ....

خاصية: $(D): y = mx+p$ و $(\Delta): y = m'x+p'$
$(D) \parallel (\Delta)$ يعني أن: $m = m'$
m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D).

مثال: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيمين (D) و (Δ) :
$(D): 2x+3y+1=0$ و $(\Delta): 4x+6y+7=0$

1. حدد المعامل المجه لكل من المستقيمين (D) و (Δ)
2. هل $(D) \parallel (\Delta)$ ؟

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**