

المستقيم في المستوى

القدرات المنتظرة

- * ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التاليفية و الهندسة المتجهية بواسطة الاحداثيات
- * استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية.

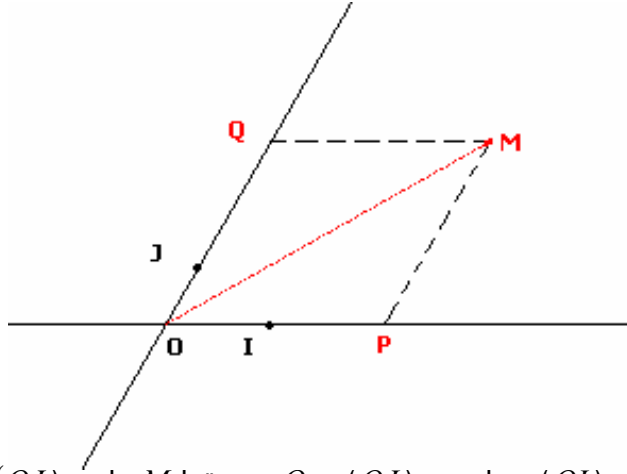
I- معلم مستوى – احداثيتا نقطة – تساوي متجهتين – شرط استقامة متجهتين

1- معلم – احداثيتا نقطة

نشاط لتكن O و J و I ثلاث نقط غير مستقيمة و M نقطة من المستوى و P مسقطها على (OI) و Q مسقطها على (OJ) بتواز مع (OI)

- 1- أنشئ الشكل
- 2- باعتبار x أفصول P بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و y أفصول Q بالنسبة للمعلم $(O;J)$ أكتب $\overrightarrow{OM}$ بدلالة x و y و $\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OJ}$

1- الشكل



2- لدينا P مسقط M على (OI) بتواز مع (OJ) و Q مسقط M على (OJ) بتواز مع (OI)

ومنه $(OPMQ)$ متوازي الأضلاع و بالتالي $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$

و حيث أن x أفصول P بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و y أفصول Q بالنسبة للمعلم $(O;J)$

فان $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OQ} = y\overrightarrow{OJ}$

ومنه $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

و بما أن O و J و I ثلاث نقط غير مستقيمة فاننا نقول ان الزوج $(x; y)$ زوج احداثيتي M

بالنسبة للمعلم $(O;I;J)$ أو المعلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ نكتب $M(x; y)$

تعريف 1

* كل ثلاث نقط غير مستقيمة O و J و I تحدد معلما في المستوى نرمز له بـ $(O;I;J)$ أو

$(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$

ترميز و مصطلحات

- المستقيم (OI) يسمى محور الأفاصيل
- المستقيم (OJ) يسمى محور الأراتيب
- إذا كان $(OI) \perp (OJ)$ فان $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما متعامدا
- إذا كان $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$ فان $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ يسمى معلما متعامدا ممنظما.

تعريف 2

نقول ان الزوج $(x; y)$ زوج إحداثيتي النقط M في المعلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ إذا وفقط إذا كان

$$\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$$

العدد x يسمى أفصول M

العدد y يسمى أرتوب M

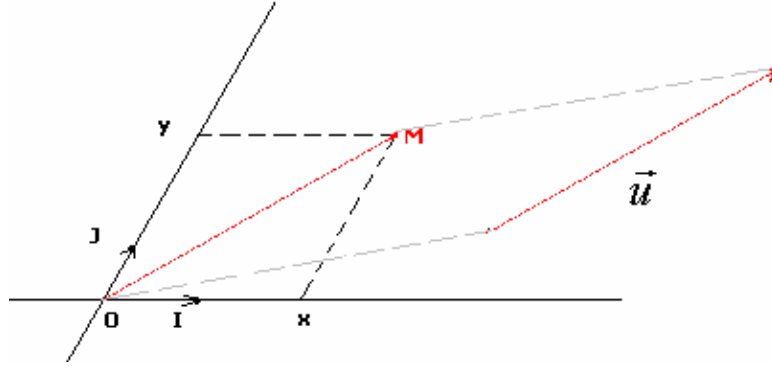
2- إحداثيات متجهة - تساوي متجهتين

أ- إحداثيات متجهة نشاط

نعتبر المستوى (P) منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ و $\vec{u}$ متجهة معلومة .

أنشئ M حيث $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$

باعتبار $M(x; y)$ بالنسبة للمعلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ أكتب $\vec{u}$ بدلالة x و y



لدينا $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ ومنه $\vec{u} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

الزوج $(x; y)$ زوج إحداثياتي $\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x; y)$

تعريف

زوج إحداثياتي $\vec{u}$ في المعلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ هو زوج إحداثياتي النقط M في المعلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$

حيث $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x; y)$

إذا كان $M(x; y)$ في المعلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ فان زوج إحداثياتي $\vec{u}$ هو $(x; y)$ نكتب $\vec{u}(x; y)$

خاصية

المستوى منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$.

$\vec{u}(x; y)$ و $\vec{u}'(x'; y')$ متجهتان و α و β عدنان حقيقيان

زوج إحداثياتي المتجهة $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ هو $(\alpha x + \beta x'; \alpha y + \beta y')$

ب- تساوي متجهتين

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ، نعتبر $\vec{u}(x; y)$ و $\vec{u}'(x'; y')$ متجهتين

$\vec{u} = \vec{u}'$ إذا وفقط إذا كان $x = x'$ و $y = y'$

د- إحداثيات $\overrightarrow{AB}$

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ، إذا كان $A(x; y)$ و $B(x'; y')$ فان $\overrightarrow{AB}(x' - x; y' - y)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

نعتبر النقط $A(1; 2)$ و $B(-3; -1)$ و $C(3; -2)$ و متجهتين $\vec{u}(-2; 3)$ و $\vec{v}(2; 4)$.

1- أنشئ النقط A و B و C و المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$

2- حدد زوج إحداثياتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $2\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$

3- حدد زوج إحداثياتي D حيث $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$

4- حدد زوج إحداثياتي I منتصف $[AB]$

تمرين

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير مستقيمتين و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيمتين حيث $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{v} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$

حدد إحداثيتي $\vec{u}$ و $\vec{v}$ في الأساس $(\vec{i}; \vec{j})$

حدد إحداثيتي $\vec{i}$ و $\vec{j}$ في الأساس $(\vec{u}; \vec{v})$

3- شرط استقامة متجهتين

أ- محددة متجهتين

تعريف

لتكن $\vec{u}(x; y)$ و $\vec{v}(x'; y')$ متجهتين

العدد $xy' - x'y$ يسمى محددة المتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ (في هذا الترتيب) نرمز له بـ $\det(\vec{u}; \vec{v})$ أو $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$

$$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$
 نكتب

مثال نعتبر $\vec{u}(-2; 3)$ و $\vec{v}(2; 4)$ و $\vec{w}(-5; 0)$

حدد $\det(\vec{u}; \vec{w})$ و $\det(\vec{u}; \vec{v})$

ب- لتكن $\vec{u}(x; y)$ و $\vec{v}(x'; y')$ غير منعدمتين

* $\vec{u} = k\vec{v}$ مستقيمتان تكافئ

تكافئ $x = kx'$ و $y = ky'$

ومنه $xy' - x'y = kx'y' - kx'y' = 0$

نفترض $xy' - x'y = 0$ و $x' \neq 0$

* نضع $\frac{x}{x'} = k$ ومنه $x = kx'$

و بالتالي $xy' - x'y = 0$ تكافئ $y = ky'$

إذن $\vec{u} = k\vec{v}$

إذا كان $\vec{u}$ أو $\vec{v}$ منعدما فإن $xy' - x'y = 0$

خاصة

تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$

تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيمتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u}; \vec{v}) \neq 0$

مثال

لتكن $\vec{u}(\sqrt{2}+1; 1)$ و $\vec{v}(1; \sqrt{2}-1)$ و $\vec{w}(-1; \sqrt{2})$

أدرس استقامة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ثم $\vec{u}$ و $\vec{w}$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

نعتبر النقط $A(\frac{1}{2}; 3)$ و $B(-2; -2)$ و $C(1; 4)$ ومتجهة $\vec{u}(1; 3)$

1- أنشئ النقط A و B و C و المتجهة $\vec{u}$

2- حدد x حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}(x-2; 5)$ مستقيمتان

3- بين أن النقط A و B و C مستقيمية

4- منظم متجهة

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم

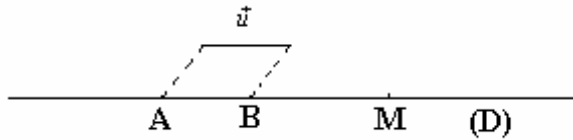
- إذا كان $\vec{u}(x; y)$ فإن $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \text{ فان } B(x_B; y_B) \text{ و } A(x_A; y_A) \text{ إذا كان -}$$

II- المستقيم في المستوى

1- مستقيم معرف بنقطة ومتجهة

لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير معدومة
نحدد (D) مجموعة النقط M حيث $\vec{AM} = t\vec{u}$; $t \in \mathbb{R}$



$$\vec{AB} = \vec{u} \text{ لنضع}$$

$$B \in (D) \text{ لان } (D) \neq \emptyset *$$

$$M \in (AB) \text{ تكافئ } t \in \mathbb{R} ; \vec{AM} = t\vec{AB} \text{ نعلم أن } *$$

$$(D) = (AB)$$

(D) يسمى المستقيم المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$

تعريف

لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير معدومة
مجموعة النقط M حيث $\vec{AM} = t\vec{u}$; $t \in \mathbb{R}$ هي المستقيم المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$ نرمز له بـ $D(A; \vec{u})$

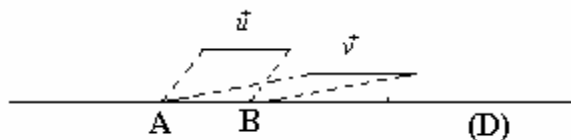
ملاحظة

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير معدمتين

$$D(A; \vec{u}) = D(A; \vec{v}) \text{ فان } \vec{u} \text{ و } \vec{v} \text{ مستقيمتين فان } *$$

$$D(A; \vec{u}) = D(B; \vec{u}) \text{ فان } B \in D(A; \vec{u}) \text{ إذا كان } *$$

$$\vec{AB} \text{ موجهة للمستقيم } (AB) *$$



2- تمثيل بارامترى للمستقيم

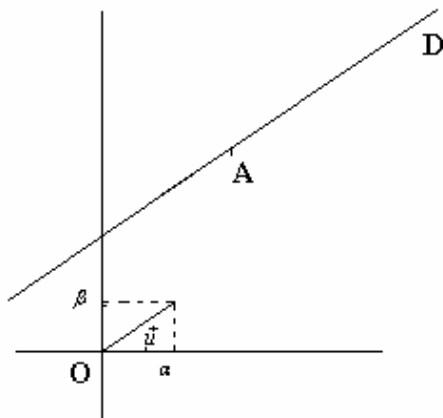
في مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر (D) مستقيم
مار من النقطة $A(x_0; y_0)$ و $\vec{u}(\alpha; \beta)$ موجهة له

$$M \in (D) \text{ تكافئ توجد } t \text{ من } \mathbb{R} \text{ حيث } \vec{AM} = t\vec{u}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + t\alpha \\ y = y_0 + t\beta \end{cases} \text{ تكافئ } t \in \mathbb{R}$$

$$\text{النظمة } \begin{cases} x = x_0 + t\alpha \\ y = y_0 + t\beta \end{cases} \text{ تسمى تمثيل بارامترى}$$

للمستقيم (D) المار من $A(x_0; y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha; \beta)$



مبرهنة وتعريف

المستوى منسوب الى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $\vec{u}(\alpha; \beta)$ متجهة غير معدومة و $A(x_0; y_0)$ نقطة.

كل مستقيم (D) مار من $A(x_0; y_0)$ وموجه بـ $\vec{u}(\alpha; \beta)$ له نظمة على شكل $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x = x_0 + t\alpha \\ y = y_0 + t\beta \end{cases} \text{ تسمى تمثيل بارامترى للمستقيم } (D) \text{ المار من } A(x_0; y_0) \text{ والموجه}$$

$$\vec{u}(\alpha; \beta) \text{ بـ}$$

تمارين

- في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،
 نعتبر النقط $A(-2;1)$ و $B(0;-2)$ و $C(1;4)$ ومتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(4;-6)$.
 لتكن $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \end{cases}$ تمثيلا بارامتريا لمستقيم (Δ)
 1- أنشئ المستقيم (D) المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$ و المستقيم (Δ)
 2- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D)
 ب- أعط ثلاث نقط تنتمي إلى المستقيم (D)
 ج- هل النقطتين B و C تنتميان إلى المستقيم (D)
 3- أ- بين أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيمتان
 ب- حدد تمثيلا بارامتريا لـ $D(C; \vec{v})$. ماذا تلاحظ
 4- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AC)

ملاحظة

كل مستقيم يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية

3- معادلة ديكارتية لمستقيم

أ- مستقيم معرف بنقطة و متجهة

- في مستوى (P) منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،
 نعتبر (D) مستقيم مار من النقطة $A(x_0; y_0)$ و $\vec{u}(\alpha; \beta)$ موجهة له.
 لتكن $M(x; y)$ نقطة من (P)
 $M \in (D)$ تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيمتان

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & \alpha \\ y - y_0 & \beta \end{vmatrix} = 0 \text{ تكافئ}$$

$$\beta x - \alpha y + \alpha y_0 - \beta x_0 = 0 \text{ تكافئ}$$

$$\text{نضع } -\alpha = b \text{ ; } \beta = a \text{ ; } c = \alpha y_0 - \beta x_0$$

$$M \in (D) \text{ تكافئ } ax + by + c = 0 \text{ حيث } (a; b) \neq (0; 0)$$

مبرهنة

في مستوى منسوب إلى معلم
 كل مستقيم (D) له معادلة على شكل $ax + by + c = 0$ حيث $(a; b) \neq (0; 0)$.

* العكس

- لتكن a و b و c اعداد حقيقية حيث $(a; b) \neq (0; 0)$
 لنحدد (D) مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث $ax + by + c = 0$
 لنفرض أن $a \neq 0$

$$(D) \text{ غير فارغة لأن } C\left(\frac{-c}{a}; 0\right) \in (D)$$

لتكن $A(x_0; y_0) \in (D)$ ومنه $ax_0 + by_0 + c = 0$
 وبالتالي $c = -ax_0 - by_0$

$$M(x; y) \in (D) \text{ تكافئ } ax + by + c = 0$$

$$\text{تكافئ } ax + by - ax_0 - by_0 = 0$$

$$\text{تكافئ } a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & -b \\ y - y_0 & a \end{vmatrix} = 0 \text{ تكافئ}$$

تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}(-b;a)$ مستقيمتان

تكافئ $M \in D(A;\vec{u})$

مراجعة

في مستوى منسوب إلى معلم مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c=0$ و $(a;b) \neq (0;0)$ هي المستقيم (D) الموجه بـ $\vec{u}(-b;a)$ المعادلة $ax+by+c=0$ حيث $(a;b) \neq (0;0)$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) الموجه بـ $\vec{u}(-b;a)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $\vec{u}(1;2)$.

لتكن $2x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية لمستقيم (D) و $t \in \mathbb{R}$ تمثيل بارامتري

لمستقيم (D')

- 1- حدد معادلة ديكارتية لمستقيم (Δ) مار من A و موجه بـ $\vec{u}$
- 2- أعط ثلاث نقط من المستقيم (D) و متجهة موجهة له.
- 3- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D') . أنشئ الشكل.

ملاحظة

* لكل عدد حقيقي غير منعدم k ، المعادلتان $ax+by+c=0$ و $akx+bky+kc=0$ متكافئتين، فهما معادلتان

لنفس المستقيم

* للمستقيم مالا نهاية من المعادلات المتكافئة.

ب- حالات خاصة

* المستقيم القاطع لمحورى المعلم

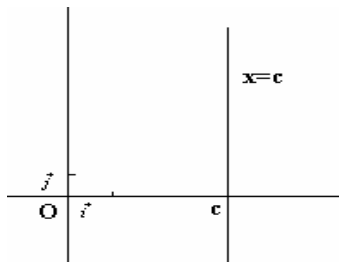
يقطع مستقيم (D) محوري معلم في نقطتين مختلفتين $A(a;0)$ و $B(0;b)$ إذا و فقط إذا كان

للمستقيم (D) معادلة ديكارتية على شكل $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$

* المستقيم الموازي لمحور الأرتاب

خاصة

يكون مستقيم مواز لمحور الأرتاب إذا و فقط كان له معادلة من نوع $x=c$



ملاحظة ليكن $(a;b) \neq (0;0)$

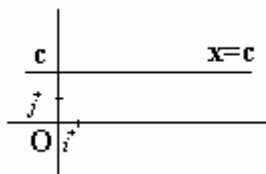
تكون $ax+by+c=0$ معادلة مستقيم مواز لمحور

الأرتاب إذا و فقط إذا كان $b=0$

* المستقيم الموازي لمحور الأفصل

خاصة

يكون مستقيم مواز لمحور الأرتاب إذا و فقط كان له معادلة من نوع $y=c$.



* المستقيم غير الموازي لمحور الأرتاب

(P) مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$(D): ax + by + c = 0$$

(D) غير مواز لمحور الأرتاب تكافئ $b \neq 0$

$$\text{إذن معادلة (D) تصبح } y = \frac{-b}{a}x - \frac{c}{a}$$

$$\text{نضع } m = \frac{-a}{b} \text{ ; } p = \frac{-c}{b} \text{ إذن معادلة (D) تكتب } y = mx + p$$

بالعكس نعتبر $y = mx + p$ معادلة (D)

ومنه $\vec{u}(1; m)$ موجهة لـ (D) ولدينا $\det(\vec{u}; \vec{j}) \neq 0$

إذن (D) لا يوازي محور الأرتاب.

خاصة

(P) مستوى منسوب إلى معلم

يكون المستقيم (D) غير مواز لمحور الأرتاب إذا وفقط إذا كانت معادلة (D) على شكل

$$y = mx + p$$

العدد m يسمى المعامل الموجه للمستقيم (D)

المتجهة $\vec{u}(1; m)$ موجهة للمستقيم (D)

المعادلة $y = mx + p$ تسمى المعادلة المختلة للمستقيم (D)

ملاحظة

إذا كان $\vec{u}(\alpha; \beta)$ موجهة لمستقيم غير مواز لمحور الأرتاب فإن المعامل الموجه له هو العدد $\frac{\beta}{\alpha}$

تمارين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

$$\text{نعتبر النقطة } A(-2; 1) \text{ و } t \in \mathbb{R} \text{ و } (\Delta): \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$$

1- حدد المعادلة المختلة للمستقيم (D) المار من A و معامل الموجه $-\frac{1}{2}$.

2- حدد المعامل الموجه للمستقيم (Δ) ثم معادلته المختلة.

III - الأوضاع النسبية لمستقيم

1- التوازي

$$(D_1): ax + by + c = 0 \text{ ; } (D_2): a'x + b'y + c' = 0$$

$$(D_2) \text{ موجهة لـ } \vec{u}(-b; a) \text{ و } (D_1) \text{ موجهة لـ } \vec{u}'(-b'; a')$$

$$\det(\vec{u}; \vec{u}') = 0 \text{ تكافئ } (D_1) // (D_2)$$

$$\text{تكافئ } ab' - a'b = 0$$

مبرهنة 1

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$.

$$\text{نعتبر } (D_1): ax + by + c = 0 \text{ ; } (D_2): a'x + b'y + c' = 0$$

$$(D_1) // (D_2) \text{ إذا وفقط إذا كان } ab' - a'b = 0$$

مبرهنة 2

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $(D_1): y = mx + p$; $(D_2): y = m'x + p'$

$$(D_1) // (D_2) \text{ إذا وفقط إذا كان } m = m'$$

مثال

$$(D_1): 2x - 3y + 4 = 0 \quad ; \quad (D_2): -4x + 6y + 1 = 0$$

هل (D_1) و (D_2) منفصلا أم منطبقان

2- التقاطع

مبرهنة 1

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$.

$$(D_1): ax + by + c = 0 \quad ; \quad (D_2): a'x + b'y + c' = 0 \quad \text{نعتبر}$$

(D_1) و (D_2) متقاطعان إذا و فقط إذا كان $ab' - a'b \neq 0$

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} \quad \text{و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظام}$$

مبرهنة 2

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $(D_1): y = mx + p$; $(D_2): y = m'x + p'$

(D_1) و (D_2) متقاطعان إذا و فقط إذا كان $m \neq m'$

$$\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases} \quad \text{و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظام}$$

مثال

$$(D_1): x + 3y - 5 = 0 \quad ; \quad (D_2): 2x + y - 1 = 0$$

تأكد أن (D_1) و (D_2) متقاطعان وحدد تقاطعهما

3- التعامد

نشاط

ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$.

$$(D_1): ax + by + c = 0 \quad ; \quad (D_2): a'x + b'y + c' = 0 \quad \text{نعتبر}$$

ليكن (Δ_1) الموازي لـ (D_1) و المار من O و (Δ_2) الموازي لـ (D_2) و المار من O

1- حدد معادلة ديكارتية لكل من (Δ_1) و (Δ_2) ثم تأكد أن $A(-b; a) \in (\Delta_1)$ و $A'(-b'; a') \in (\Delta_2)$

2- إذا كان $(D_1) \perp (D_2)$ ، ما طبيعة المثلث OAA'

3- بين أن $(D_1) \perp (D_2)$ إذا و فقط إذا كان $aa' + bb' = 0$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad \text{تذكير}$$

* مثلث ABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{إذا و فقط إذا كان } A \text{ قائم الزاوية في } ABC$$

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم م.م نعتبر

$$(D): ax + by + c = 0 \quad (D'): a'x + b'y + c' = 0 \quad \text{حيث } (a; b) \neq (0; 0) \quad ; \quad (a'; b') \neq (0; 0)$$

$$(D) \perp (D') \quad \text{إذا و فقط إذا كان } aa' + bb' = 0$$

نتيجة

$$(D): y = mx + p \quad (D'): y = m'x + p' \quad mm' = -1$$

$$(D) \perp (D') \quad \text{إذا و فقط إذا كان}$$

مثال

$$(D): -2x + 3y - 1 = 0 \quad (D'): 3x + 2y + 5 = 0 \quad \text{نعتبر}$$

$$(D) \perp (D') \quad \text{بين أن}$$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر $A(2; 1)$ و $B(-1; 3)$

و (D) مستقيم مار من A و موجه بـ $\vec{u}(2;3)$
بين أن $(D) \perp (AB)$

تمارين

ليكن ABC مثلثا و I و J و K نقط حيث I منتصف [BC] و $\vec{AJ} = \frac{3}{2}\vec{AB}$; $\vec{CK} = -\frac{1}{4}\vec{AC}$

نسب المستوى إلى معلم $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$

- 1- حدد إحداثيات النقط I و J و K
- 2- بين أن النقط I و J و K مستقيمة
- 3- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (IJ) ثم حدد معادلة ديكارتية له.

تمارين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقطتين A (-2;1) و B (2;4) و

$\vec{u}(5;2)$

و $(D): 2x - 3y + 1 = 0$ و $(D_m): (m-1)x - 2my + 3 = 0$

- 1- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$
- 2- تأكد أن (D) و (Δ) متقاطعان و حدد تقاطعهما.
- 3- أ- حدد m حيث $(D) \parallel (D_m)$
ب- حدد m حيث $(D) \perp (D_m)$
- 4- أ- أنشئ المستقيمات (D_0) ; (D_1) ; (D_2)

ب - بين أن جميع المستقيمات تمر من النقطه $C\left(3; \frac{3}{2}\right)$

تمارين

نعتبر $A(10;3)$; $B(6;7)$; $C(0;2)$

حدد معادلة ديكارتية لكل متوسط للمثلث ABC
حدد زوج إحداثيتي G مركز ثقل ABC.

تمارين

ليكن ABCD و EFGH متوازيي الأضلاع حيث $E \in [AB)$ و $G \in [AD)$

أثبت أن المستقيمات (BG) و (ED) و (CF) إما متوازية إما متقاطعة (يمكن اعتبار المعلم

$(A; \vec{AB}; \vec{AD})$)