

الأستاذ:
نجيب
عثمانى

سلسلة تمارين: الحساب المتجهي
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك
تكنولوجي

أكاديمية
الجنة
الشرقية

تمرين 1: بسط \vec{W}_1 و \vec{W}_2

تمرين 12: $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$ و \vec{u} و \vec{i} و \vec{j} متجهات بحيث :

$$\vec{u} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 4(2\vec{i} + \vec{j})$$

(1) بسط \vec{u}

(2) أكتب \vec{i} و \vec{j} بدالة \vec{u} و \vec{v}

تمرين 13: ليكن ABC مثلثاً. ولتكن النقطة D حيث $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{DC}$.

1. بين أن: \overrightarrow{BC} و \overrightarrow{BD} مستقيمتين

2. أنشئ النقطة D .

تمرين 14: نعتبر النقط A و B و M

$$2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

بحيث: $\overrightarrow{AM} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$

1. بين أن: \overrightarrow{AM} و \overrightarrow{AB} .

2. ماذا تستنتج بالنسبة للمتجهتين \overrightarrow{AM} و \overrightarrow{AB} ؟

3. استنتاج أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .

تمرين 15: ABC مثلث و E و F نقطتين بحيث :

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$$

(1) أنشئ شكلًا تقريريًا

(2) بين أن B منتصف القطعة $[EF]$.

تمرين 16: ليكن ABC مثلثاً. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

تمرين 17: ABC مثلث و E و F نقطتان حيث:

$$\overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$$

(1) أنشئ الشكل.

(2) أكتب كلا من المتجهتين \overrightarrow{EC} و \overrightarrow{BF} بدالة \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC}

(3) استنتاج أن المستقيمين (BF) و (EC) متوازيان.

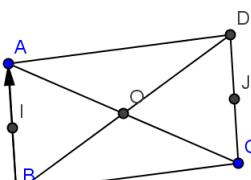
تمرين 18: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع مرکزه O .

I و J هما على التوالي منتصفى القطعتين $[AB]$ و $[CD]$.

$$(1) \text{ بين أن: } \overrightarrow{OJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$$

(2) استنتاج أن O هو منتصف القطعة $[IJ]$.



تمرين 1: نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA}$

بسط المتجهتين \overrightarrow{U} و \overrightarrow{V}

تمرين 2: لتكن A و B و D أربع نقاط من المستوى $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

تمرين 3: لتكن A و B و D أربع نقاط من المستوى $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$ بحث: (1) أنشئ النقط M و N (2) قارن المتجهتين : \overrightarrow{MN} و \overrightarrow{BD}

تمرين 4: ABC مثلث و M نقطة من المستوى $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC}$ بحث: ما هي طبيعة الرباعيين $ACBE$ و $ABCD$ ؟

تمرين 5: ليكن ABC مثلث و لتكن E منتصف القطعة $[BC]$

و M نقطة من المستوى بحث: (1) أرسم شكلًا. (2) بين أن: $ACEM$ متوازي الأضلاع

(3) بين أن: $AEBM$ متوازي الأضلاع

تمرين 6: لتكن A و B و C نقطتان من المستوى غير مستقيمية و نعتبر النقط M و N و P و Q من المستوى بحث:

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AP} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AP}$$

(1) أرسم شكلًا.

(2) استنتاج: $B = Q$ و أن: $B = Q$

تمرين 7: A و B نقطتان من المستوى بحث: $AB = 1cm$

(1) أرسم النقاطين C و D بحث: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$

(2) أحسب المسافتين: AD و AC

تمرين 8: لتكن A و B و C ثالث نقط غير مستقيمية.

أنشئ النقطة D بحث: $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

تمرين 9: ABC مثلث و نضع: $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$ و $\overrightarrow{AC} = \vec{j}$

أنشئ المتجهات التالية: $3\vec{i} - 2\vec{j}$ و $-2\vec{j} - 3\vec{i}$

تمرين 10: \vec{u} و \vec{v} متجهان.

$$\vec{w} = \frac{3}{5}\left(5\vec{u} - \frac{7}{2}\vec{v}\right) - 6\left(\vec{u} + \frac{1}{10}\vec{v}\right)$$

أوجد عددين حقيقين x و y بحث: $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

تمرين 11: \vec{u} و \vec{v} متجهان.

$$\overrightarrow{W_1} = 2(\vec{u} + \vec{v}) - 4\left(\frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}\right)$$

$$\overrightarrow{W_2} = \frac{1}{3}(3\vec{u} - 9\vec{v}) + \frac{1}{2}(2\vec{u} + 6\vec{v}) - 2\vec{u}$$

تمرين 3: ليكن ABC مثلث و A' منتصف القطعة $[BC]$.

و لتكن B' منتصف القطعة $[AC]$ و لتكن النقطة G بحيث

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AA}' \quad \text{ونضع : } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{i} \quad \text{و } \overrightarrow{j} = \overrightarrow{AA}'$$

(1) عبر عن المتجهة \overrightarrow{AA}' ثم المتجهة \overrightarrow{AG} بدلالة \overrightarrow{i} و \overrightarrow{j}

(2) عبر عن المتجهتين \overrightarrow{BG} و $\overrightarrow{BB'}$ بدلالة \overrightarrow{i} و \overrightarrow{j}

(3) استنتج أن المتجهتين \overrightarrow{BG} و $\overrightarrow{BB'}$ مستقيمتان
وماذا تستنتج بالنسبة للنقط : B و B' و G ؟

تمرين 4: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

$$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \quad \text{و } \overrightarrow{AF} = 3 \overrightarrow{AD}$$

(1) أرسم شكلًا.

$$\overrightarrow{CF} = 2 \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} \quad \text{و } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$$

(3) بين أن: للنقط F و C و E مستقيمية

(4) ولتكن I منتصف القطعة $[DF]$ والنقطة J بحيث :

يبين أن: C منتصف القطعة $[IJ]$

تمرين 5: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و G و H

$$\overrightarrow{AH} = \frac{5}{4} \overrightarrow{AG} \quad \text{و } \overrightarrow{CG} = \frac{1}{5} \overrightarrow{CD}$$

$$(1) \text{ بين أن: } \overrightarrow{HC} = \frac{1}{5} \overrightarrow{HB} \quad \text{و } \overrightarrow{HG} = \frac{1}{5} \overrightarrow{HA}$$

$$(2) \text{ بين أن: } 2 \overrightarrow{BE} + 3 \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{0}$$

يبين أن النقط B و C و H مستقيمية

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

que l'on devient un mathématicien



تمرين 19: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

$$\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} \quad \text{و } \overrightarrow{DE} = \frac{5}{2} \overrightarrow{DA}$$

$$(1) \text{ بين أن: } \overrightarrow{BF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} \quad \text{و } \overrightarrow{BE} = \frac{3}{2} \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$$

$$(2) \text{ بين أن: } 2 \overrightarrow{BE} + 3 \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{0}$$

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط F و B و E ؟

تمرين 20: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

$$\overrightarrow{AF} = 4 \overrightarrow{AD} \quad \text{و } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$$

(1) أنشئ الشكل.

$$(2) \text{ بين أن: } \overrightarrow{EF} = 4 \overrightarrow{EC}$$

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط F و C و E ؟

تمرين 21: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BE} \quad \text{و } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CD}$$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن: النقط F و C و E مستقيمية

تمرين 22: ليكن ABC مثلثاً

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$$

(2) أنشئ النقطة E بحيث :

$$(3) \text{ بين أن: } A \text{ هو منتصف القطعة } [CE].$$

تمرين 23: لتكن O و A و B نقطتاً من المستوى

ولتكن M و N و P نقاطاً من المستوى بحيث :

$$\overrightarrow{ON} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{OB} + 2 \overrightarrow{OA} \quad \text{و } \overrightarrow{OM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OP} = \frac{4}{3} \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$$

(1) أنشئ الشكل. (2) بين أن: النقط B و M و N مستقيمية

(3) بين أن: الرباعي $OMNP$ متوازي الأضلاع

تمارين أخرى للبحث والثبت



تمرين 1: ليكن ABC مثلثاً و M و N و P ثلث نقط

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} \quad \text{و } \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \quad \text{و } \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$$

(1) دون إنشاء الشكل، بين

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = -2 \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AP}.$$

(2) بين أن M منتصف القطعة $[NP]$.

تمرين 2: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و O نقطة من المستوى

$$\overrightarrow{PQ} = 3 \overrightarrow{AD} \quad \text{و } \overrightarrow{OP} = 3 \overrightarrow{OB}$$

$$\text{و } \overrightarrow{OR} = 3 \overrightarrow{OB} \quad \text{و لتكن النقطة } I \text{ بحيث } RPQI \text{ متوازي أضلاع}$$

(1) بين أن النقط : O و D و R مستقيمية

(2) بين أن المستقيمين (PR) و (AB) متوازيان.

(3) بين أن النقط : O و C و I مستقيمية