

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة تمارين: الحساب المتجهي
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك
تكنولوجي

أكاديمية
الجهة
الشرقية

بسط \vec{W}_1 و \vec{W}_2

تمرين 12: \vec{u} و \vec{i} و \vec{j} متجهات بحيث: $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$

$$\vec{u} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 4(2\vec{i} + \vec{j})$$

بسط \vec{u}

(2) أكتب \vec{i} و \vec{j} بدلالة \vec{u} و \vec{v}

تمرين 13: ليكن ABC مثلثا. ولتكن النقطة D

$$\text{حيث } \vec{BD} = 3\vec{DC}$$

1. بين أن: \vec{BD} و \vec{BC} مستقيمتين

2. أنشئ النقطة D

تمرين 14: نعتبر النقط A و B و M

$$\text{بحيث: } 2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 3\vec{AB} = \vec{0}$$

1. بين أن: $\vec{AM} = \frac{6}{5}\vec{AB}$

2. ماذا تستنتج بالنسبة للمتجهتين \vec{AM} و \vec{AB} ؟

3. استنتج أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .

تمرين 15: ABC مثلث و E و F نقطتين بحيث:

$$\vec{AE} = \vec{CB} \text{ و } \vec{AF} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

(1) أنشئ شكلا تقريبا

(2) بين أن B منتصف القطعة $[EF]$.

تمرين 16: ليكن ABC مثلثا. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$

و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

تمرين 17: ABC مثلث و E و F نقطتان بحيث:

$$\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AB} \text{ و } \vec{AF} = \frac{4}{3}\vec{AC}$$

(1) أنشئ الشكل.

(2) أكتب كلا من المتجهتين \vec{EC} و \vec{BF} بدلالة \vec{AB} و \vec{AC}

(3) استنتج أن المستقيمين (BF) و (EC) متوازيان.

تمرين 18: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O .

I و J هما على التوالي

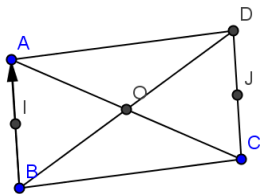
منتصفي القطعتين $[AB]$

و $[CD]$.

(1) بين أن: $\vec{OJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ و

$$\vec{OI} = \frac{1}{2}\vec{CB}$$

(2) استنتج أن O هو منتصف القطعة $[IJ]$.



تمرين 1: تمرين 1: نعتبر المتجهتين $\vec{U} = \vec{BC} - \vec{AC} - \vec{BA} + \vec{AB}$ و

$$\vec{V} = \vec{BE} + \vec{DF} + \vec{EF} + \vec{AB} + \vec{ED} + \vec{FA}$$

بسط المتجهتين \vec{U} و \vec{V}

تمرين 2: لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى

$$\text{بين أن: } \vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$$

تمرين 3: لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى

$$(1) \text{ أنشئ النقط } M \text{ و } N \text{ بحيث: } \vec{BM} = \vec{AC} \text{ و } \vec{AN} = \vec{AC} + \vec{AD}$$

(2) قارن المتجهتين: \vec{BD} و \vec{MN}

تمرين 4: ABC مثلث و M نقطة من المستوى

$$\text{نعتبر النقط } D \text{ و } E \text{ بحيث: } \vec{MD} = \vec{MA} + \vec{BC} \text{ و } \vec{ME} = \vec{MB} + \vec{CA}$$

ماهي طبيعة الرباعي $ABCD$ و $ACBE$ ؟

تمرين 5: ليكن ABC مثلث و لتكن E منتصف القطعة $[BC]$

$$\text{و } M \text{ نقطة من المستوى حيث: } \vec{CM} = \vec{CA} + \vec{CE}$$

(1) أرسم شكلا. (2) بين أن: $ACEM$ متوازي الأضلاع

(3) بين أن: $AEBM$ متوازي الأضلاع

تمرين 6: لتكن A و B و C نقط من المستوى غير مستقيمة

ونعتبر النقط: M و N و P و Q من المستوى بحيث:

$$\vec{AM} = 2\vec{BC} \text{ و } \vec{AN} = -2\vec{AC} \text{ و } \vec{AP} = \vec{AM} + \vec{AN}$$

$$\text{و } \vec{AQ} = \frac{-1}{2}\vec{AP}$$

(1) أرسم شكلا.

(2) استنتج: $2\vec{AB} = -\vec{AP}$ و أن: $B = Q$

تمرين 7: A و B نقطتان من المستوى بحيث: $AB = 1\text{cm}$

$$(1) \text{ أرسم النقطتين } C \text{ و } D \text{ بحيث: } \vec{AC} = 2\vec{AB} \text{ و } \vec{AD} = -3\vec{AB}$$

(2) أحسب المسافتين: AC و AD

تمرين 8: لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمة.

$$\text{أنشئ النقطة } D \text{ بحيث } \vec{AD} = 2\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

تمرين 9: ABC مثلث و نضع: $\vec{AB} = \vec{i}$ و $\vec{AC} = \vec{j}$

أنشئ المتجهات التالية: $3\vec{i}$ و $-2\vec{j}$ و $3\vec{i} - 2\vec{j}$

تمرين 10: \vec{u} و \vec{v} متجهتان.

$$\text{نضع: } \vec{w} = \frac{3}{5}\left(5\vec{u} - \frac{7}{2}\vec{v}\right) - 6\left(\vec{u} + \frac{1}{10}\vec{v}\right)$$

أوجد عددين حقيقيين x و y بحيث: $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

تمرين 11: \vec{u} و \vec{v} متجهتان.

$$\text{نضع: } \vec{W}_1 = 2(\vec{u} + \vec{v}) - 4\left(\frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}\right)$$

$$\vec{W}_2 = \frac{1}{3}(3\vec{u} - 9\vec{v}) + \frac{1}{2}(2\vec{u} + 6\vec{v}) - 2\vec{u}$$

تمرين 19: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

حيث: $\overline{CF} = \frac{2}{3}\overline{DC}$ و $\overline{DE} = \frac{5}{2}\overline{DA}$

(1) بين أن: $\overline{BF} = \frac{2}{3}\overline{DC} + \overline{BC}$ و $\overline{BE} = \frac{3}{2}\overline{DA} - \overline{AB}$

(2) بين أن: $2\overline{BE} + 3\overline{BF} = \vec{0}$

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط F و B و E ؟

تمرين 20: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

حيث: $\overline{AF} = 4\overline{AD}$ و $\overline{BE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن: $\overline{EF} = 4\overline{EC}$

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط F و C و E ؟

تمرين 21: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان

حيث: $\overline{BF} = \frac{3}{4}\overline{BE}$ و $\overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{CD}$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن: النقط F و C و A مستقيمة

تمرين 22: ليكن ABC مثلثا

(1) أنشئ النقطة D بحيث: $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \vec{0}$

(2) أنشئ النقطة E بحيث: $\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AD}$

(3) بين أن: A هو منتصف القطعة $[CE]$.

تمرين 23: لتكن O و A و B نقطا من المستوى

و لتكن M و N و P نقطا من المستوى بحيث:

$\overline{ON} = -\frac{1}{2}\overline{OB} + 2\overline{OA}$ و $\overline{OM} = \frac{2}{3}\overline{OA} + \frac{1}{2}\overline{OB}$

و $\overline{OP} = \frac{4}{3}\overline{OA} - \overline{OB}$

(1) أنشئ الشكل. (2) بين أن: النقط B و M و N مستقيمة

(3) بين أن: الرباعي $OMNP$ متوازي الأضلاع

تمارين أخرى للبحث والتثبيث



تمرين 1: ليكن ABC مثلثا و M و N و P ثلاث نقط

بحيث: $\overline{AP} = \overline{AB} - \frac{1}{3}\overline{BC}$ و $\overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AC}$ و $\overline{AM} = \frac{2}{3}\overline{AB}$

(1) دون إنشاء الشكل، بين

أن: $\overline{MN} + \overline{MP} = -2\overline{AM} + \overline{AN} + \overline{AP}$.

(2) بين أن M منتصف القطعة $[NP]$.

تمرين 2: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و O نقطة من المستوى

ونعتبر النقط: P و Q و R بحيث: $\overline{OP} = 3\overline{OB}$ و $\overline{PQ} = 3\overline{AD}$

و $\overline{OR} = 3\overline{OB}$ و لتكن النقطة I بحيث $RPQI$ متوازي أضلاع

(1) بين أن النقط: O و D و R مستقيمة

(2) بين أن المستقيمين (PR) و (AB) متوازيان.

(3) بين أن النقط: O و C و I مستقيمة

تمرين 3: ABC مثلث و A' منتصف القطعة $[BC]$.

و لتكن B' منتصف القطعة $[AC]$ و لتكن النقطة G بحيث

$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AA'}$ ونضع: $\overline{AB} = \vec{i}$ و $\overline{AC} = \vec{j}$

(1) عبر عن المتجهة $\overline{AA'}$ ثم المتجهة \overline{AG} بدلالة \vec{i} و \vec{j}

(2) عبر عن المتجهتين \overline{BG} و $\overline{BB'}$ بدلالة \vec{i} و \vec{j}

(3) استنتج أن المتجهتين \overline{BG} و $\overline{BB'}$ مستقيمتان

وماذا تستنتج بالنسبة للنقط: B و B' و G ؟

تمرين 4: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F

نقطتان حيث: $\overline{AF} = 3\overline{AD}$ و $\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

(1) أرسم شكلا.

(2) بين أن: $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AB} - \overline{BC}$ و $\overline{CF} = 2\overline{AD} + \overline{DC}$

(3) بين أن: للنقط F و C و E مستقيمة

(4) ولتكن I منتصف القطعة $[DF]$ والنقطة J بحيث: $\overline{AB} = \overline{BJ}$

بين أن: C منتصف القطعة $[IJ]$

تمرين 5: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و G و H

نقطتان حيث: $\overline{CG} = \frac{1}{5}\overline{CD}$ و $\overline{AH} = \frac{5}{4}\overline{AG}$

(1) بين أن: $\overline{HG} = \frac{1}{5}\overline{HA}$ و $\overline{HC} = \frac{1}{5}\overline{HB}$

(2) بين أن: $2\overline{BE} + 3\overline{BF} = \vec{0}$

بين أن النقط B و C و H مستقيمة

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
que l'on devient un mathématicien

