هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الحساب المتجهي

1) المتجهات المستوى: عناصر متجهة: A و B نقطتان مختلفتان. إذا رمزنا لمتجهة $\overrightarrow{AB}$ بالرمز $\vec{u}$ فان:

1. اتجاه $\vec{u}$ هو المستقيم (AB).
2. منحى $\vec{u}$ هو المنحى من A إلى B.
3. منظم $\vec{u}$ هو المسافة AB , و نكتب: $\|\vec{u}\| = AB$

حالة خاصة: المتجهة $\overrightarrow{AA}$ ليس لها اتجاه و منظمها منعدم و تسمى المتجهة المنعدم, و تكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{O}$.

خاصية1: $\vec{u}$ متجهة و A نقطة من المستوى, توجد نقطة وحيدة M بحيث $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

تعريف1: نقول إن متجهتين متساويتين إذا كان لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى و نفس المنظم.

تعريف2: لتكن $\vec{u}$ متجهة عير منعدمة.مقابلة المتجهة $\vec{u}$ هي المتجهة التي لها نفس الاتجاه و نفس المنظم و منحناها عكس منحى المتجهة $\vec{u}$, و يرمز لها بالرمز $-\vec{u}$. و لدينا : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

خاصية3: ليكن $ABCD$ رباعيا. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ تكافئ $ABCD$ متوازي أضلاع.

2) علاقة شال: A و B نقطتان من المستوى. لكل نقطة C من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

مثال: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=0$

3) قاعدة متوازي الأضلاع لإنشاء مجموع متجهتين:

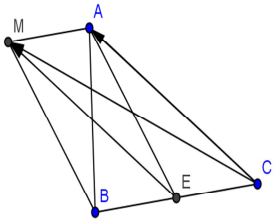
O و A و B ثلاث نقط غير مستقيمية.

مجموع المتجهتين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ هو المتجهة $\overrightarrow{OC}$ بحيث يكون الرباعي $OACB$ متوازي الأضلاع.

مثال:: ليكن ABC مثلث و لتكن E منتصف القطعة $[BC]$ و M نقطة من المستوى حيث: $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE}$

1) أرسم شكلا.

2) بين أن: $ACEM$ متوازي الأضلاع



الجواب:1) أنظر الشكل

2) مثلا يكفي ان نبين أن: $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{AC}$ ؟؟؟؟؟؟

لدينا : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE}$ يعني

$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE}$

يعني $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CA}$ يعني $-\overrightarrow{ME} = -\overrightarrow{AC}$ يعني $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{AC}$

ومنه $ACEM$ متوازي الأضلاع

4) ضرب متجهة في عدد حقيقي:

تعريف: لتكن $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة و k عددا حقيقيا غير منعدم.

ضرب المتجهة $\vec{u}$ في العدد الحقيقي k هي المتجهة التي نرمز لها بالرمز $k\cdot\vec{u}$ أو $k\vec{u}$ و المعرفة كما يلي:

لها نفس اتجاه المتجهة $\vec{u}$ ولها نفس منحى المتجهة $\vec{u}$ في حالة: $k \succ 0$ و لها منحى معاكس للمتجهة $\vec{u}$ في حالة: $k \prec 0$

ومنظمها يساوي $|k| \times \|\vec{u}\|$.

خاصيات: لكل متجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و لكل عددين حقيقيين k و k' لدينا:

$(k+k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$ و $k\left(k'\vec{u}\right) = (kk')\vec{u}$

و $k\left(\vec{u}+\vec{v}\right) = k\vec{u} + k\vec{v}$ و $1\cdot\vec{u} = \vec{u}$

$k\vec{u} = \vec{0}$ تكافئ $k = 0$ أو $\vec{u} = \vec{0}$.

$0\cdot\vec{u} = \vec{0}$ و $k\cdot\vec{0} = \vec{0}$

5) ستقامية متجهتين-استقامية ثلاث نقط:

تعريف: لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين. $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا وجد عدد حقيقي k غير منعدم حيث: $\vec{v} = k\vec{u}$

ملاحظة:المتجهة المنعدمة مستقيمية مع جميع المتجهات.

خاصية1: لتكن A و B و C و D أربع نقط حيث $A \neq B$ و $C \neq D$ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيميتان يعني (AB) و (CD) متوازيين.

خاصية2: تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا و فقط إذا كانت $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتين.

مثال: في كل شبه منحرف $ABCD$ قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$.

لدينا المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيميتان.

مثال: نعتبر النقط A و B و M بحيث: $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

1. بين أن: $\overrightarrow{AM} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$ ماذا تستنتج بالنسبة للمتجهتين $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$
2. استنتج أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).

الجواب :1) $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ يعني

$2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MA}+6\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ يعني $2\overrightarrow{MA}+3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

يعني $5\overrightarrow{MA} = -6\overrightarrow{AB}$ يعني $-5\overrightarrow{AM} = -6\overrightarrow{AB}$ يعني $\overrightarrow{AM} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$

اذن المتجهتين $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ مستقيميتين

2) $\overrightarrow{AM} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$ تعني أن النقط A و B و M مستقيمية وأن M تنتمي إلى المستقيم (AB).

6) منتصف قطعة:

خاصية1: I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كانت I تحقق إحدى المتساويتين: (1) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ أو (2) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ أو $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

خاصية2: (الخاصية المميزة لمنتصف قطعة): I منتصف القطعة $[AB]$ لكل نقطة M من المستوى لدينا: $2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

خاصية3: (خاصية منتصفي ضلعي مثلث)

ليكن ABC مثلثا. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

ملاحظة: تعني أن المتجهتين $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيميتين ومنه : $(IJ) \parallel (BC)$

الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma