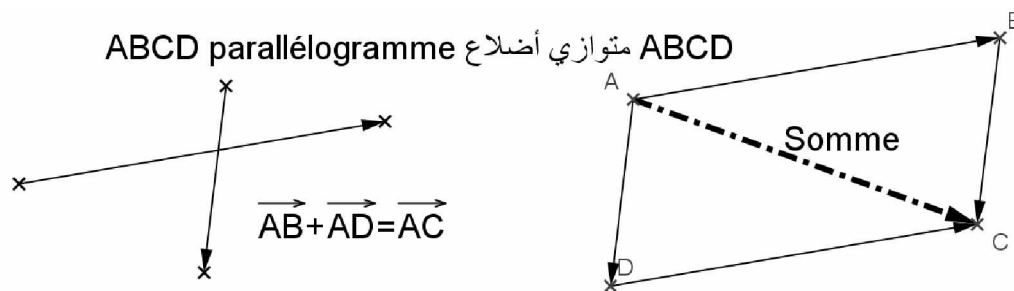
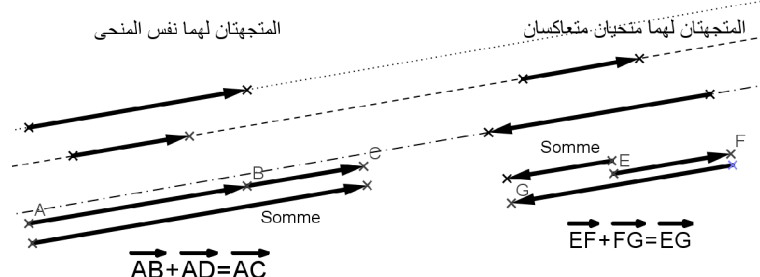


الحساب المتجهي: تساوي متجهتين / استقامية متجهتين

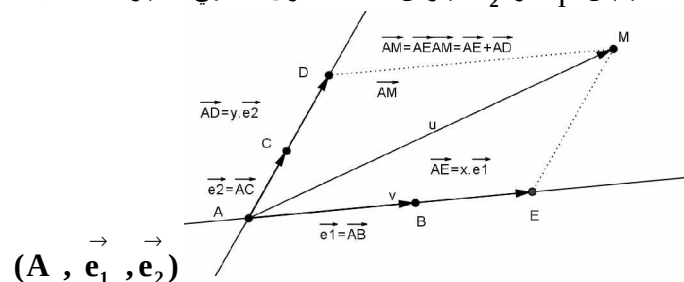


5. حالة متجهتين غير مستقيمتين :



6. المعلم في المستوى :

كل متجهتان غير منعدمتان و غير مستقيمتان $\vec{e}_1$ و $\vec{e}_2$ يكونان أساسا للمستوى المتجهي باختيارنا لنقطة ثابتة A من المستوى نحصل على



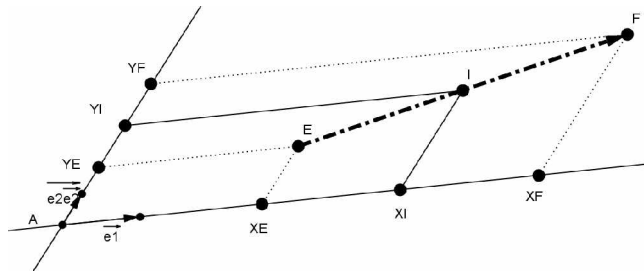
نقول أن (x, y) هو زوج إحداثيتي النقطة M ونكتب $M(x, y)$ أو $M\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ في المعلم $(A, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ إذا وفقط إذا تحقق الشرط

$$\vec{AM} = x \cdot \vec{e}_1 + y \cdot \vec{e}_2$$

7. إحداثيات متجهة / إحداثيات المنتصف :

في المعلم $(A, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ نعتبر النقط $E\left(\begin{smallmatrix} x_E \\ y_E \end{smallmatrix}\right)$ و $F\left(\begin{smallmatrix} x_F \\ y_F \end{smallmatrix}\right)$. لدينا :

الحساب المتجهي: تساوي متجهتين / استقامية متجهتين



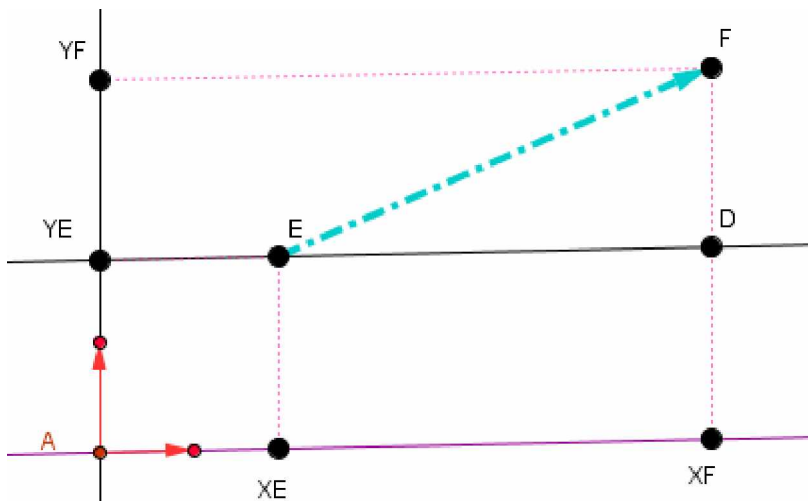
$$\vec{EF} = \vec{AF} - \vec{AE} = \left(x_F \cdot \vec{e}_1 + y_F \cdot \vec{e}_2 \right) - \left(x_E \cdot \vec{e}_1 + y_E \cdot \vec{e}_2 \right) = (x_F - x_E) \cdot \vec{e}_1 + (y_F - y_E) \cdot \vec{e}_2$$

نستنتج إحداثياتي المتجهة: $\vec{EF} \begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$

من جهة أخرى نعتبر $I \begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix}$ هو منتصف القطعة $[EF]$ لدينا: $\vec{EI} = \vec{IF}$ ومنه نستنتج أن:

$$\text{نستنتج ، } \begin{cases} x_I = \frac{x_E + x_F}{2} \\ y_I = \frac{y_E + y_F}{2} \end{cases} \text{ أي: } \begin{cases} x_I - x_E = x_F - x_I \\ y_I - y_E = y_F - y_I \end{cases} \text{ وبالتالي: } \begin{pmatrix} x_I - x_E \\ y_I - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_F - x_I \\ y_F - y_I \end{pmatrix}$$

إحداثياتي منتصف القطعة $[EF]$: $I \begin{pmatrix} \frac{x_E + x_F}{2} \\ \frac{y_E + y_F}{2} \end{pmatrix}$



8. منظم متجهة في معلم متعامد ممنظم:

حسب مبرهنة فيثاغورس نجد على التوالي:

$$EF^2 = ED^2 + DF^2$$

$$EF^2 = (x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2$$

$$EF^2 = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

9. شرط استقامية متجهتين / المحددة:

في المعلم $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ نعتبر المتجهتين $\vec{U} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ و $\vec{V} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$. نضع $\det(\vec{U}, \vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$

الحساب المتجهي: تساوي متجهتين / استقامية متجهتين

$\det(\vec{U}, \vec{V})$ يسمى محددة المتجهتين $\vec{U} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ و $\vec{V} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ في الأساس $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

$\vec{U}$ و $\vec{V}$ مستقيمتان يعني أن $\vec{V} = k \cdot \vec{U}$

(a) أي $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ وبالتالي $\begin{cases} c = k \cdot a \\ d = k \cdot b \end{cases}$ أي $\begin{cases} bc = k \cdot ab \\ ad = k \cdot ab \end{cases}$ ومنه $bc - ad = 0$ نستنتج في النهاية شرط استقامية متجهتين كالتالي :

$$\det(\vec{U}, \vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc = 0 \text{ مستقيمتان يعني أن } \vec{V} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \text{ و } \vec{U} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

10. توازي مستقيمين / استقامية ثلاث نقط :

(b) في الأساس $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ نعتبر النقط $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ و $B \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$ و $C \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix}$ و $F \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \end{pmatrix}$.

$$\det(\vec{U}, \vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc \text{ لدينا}$$

$\vec{U}$ و $\vec{V}$ مستقيمتان يعني أن $\vec{V} = k \cdot \vec{U}$

أي $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ وبالتالي $\begin{cases} c = k \cdot a \\ d = k \cdot b \end{cases}$ أي $\begin{cases} bc = k \cdot ab \\ ad = k \cdot ab \end{cases}$ ومنه $bc - ad = 0$ نستنتج في النهاية شرط استقامية متجهتين كالتالي :

$$\det(\vec{U}, \vec{V}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc = 0 \text{ مستقيمتان يعني أن } \vec{V} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \text{ و } \vec{U} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$