

المعادلات و المتراجحات
من الدرجة الثانية
بمجهول واحد

prof: atmani

التمرين 1

1. أ- انشر $(\sqrt{3}-1)^2$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sqrt{3}x^2 + (1+\sqrt{3})x + 1 = 0$

2. أ- بين أن : $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2 - (\sqrt{3}+\sqrt{2})x + \frac{\sqrt{6}}{2} = 0$

3. أ- بين أن : $\sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $X^2 + \frac{\sqrt{3}-1}{2}X - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$

التمرين 2

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2 - 3x - \sqrt{3} = 0$

1. تحقق أن للمعادلة حلين مختلفين α و β دون تحديدهما.

2. احسب ما يلي : $\alpha + \beta$ ؛ $\alpha\beta$ ؛ $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$

$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ ؛ $\alpha^2 + \beta^2$ ؛ $\alpha^3 + \beta^3$

التمرين 3

باستعمال المميز المختصر حل المعادلات التالية :

$x^2 - 4x - 1 = 0$ ؛ $8x^2 - 10x + 3 = 0$

$x^2 - 22x - 23 = 0$ ؛ $100x^2 + 140x + 49 = 0$

$x^2 - 2\sqrt{5}x + 7 = 0$

التمرين 4

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): x^2 - x - 500 = 0$

1. بدون حساب Δ بين ان المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين ثم حل المعادلة.

2. ليكن x و y عددين حقيقيين , تحقق أن

$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

3. استنتج قيمة العدد : $A = \left(\frac{1+\sqrt{2013}}{2}\right)^3 + \left(\frac{1-\sqrt{2013}}{2}\right)^3$

التمرين 5

1. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x^2 - x - 4 \geq 0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $15x^2 - 7x - 2 = 0$

3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $15x^3 - 7x^2 - 2x < 0$

التمرين 6

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): x^2 - 5x + 6 + m = 0$

حيث m بارامتر حقيقي.

1. حل المعادلة (E) في حالة $m = 0$

2. أ- حدد قيم m التي من أجلها يكون للمعادلة (E) حلين مختلفين غير منعدمين x_1 و x_2

ب - احسب بدلالة m $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

التمرين 7

1. ادرس إشارة كل من الحدوديتين : $x^2 - 5x + 4$ و $x^2 - 4x + 3$ ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة

$(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 4x + 3) \leq 0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة :

$(x^2 - 9x + 14)(x^2 - 7x + 6) \leq 0$

التمرين 8

نعتبر الحدودية : $P(x) = 6x^3 + x^2 - 4x + 1$

1. احسب $P(-1)$

2. حدد الحدودية $Q(x)$ بحيث $P(x) = (x+1)Q(x)$

3. أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $Q(x) = 0$

ب - استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $P(x) < 0$

التمرين 9

1. أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 - 4x - 5 = 0$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x + 6 > (x-1)^2$

2. أ- نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث :

$P(x) = x^3 - 8x^2 + 11x + 20$

تحقق أن -1 جذر للحدودية $P(x)$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

ج - استنتج حل المعادلة : $x^6 - 8x^4 + 11x^2 + 20 = 0$

3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x) > 0$

التمرين 10

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2 - 5mx - 3m^2 = 0$ حيث m بارامتر حقيقي.

2. حدد حسب قيم m مجموعة حلول المتراجحة :

$2x^2 - 5mx - 3m^2 \geq 0$

3. ليكن α و β حلي المعادلة. أوجد قيم m حيث

$\alpha + \alpha\beta + \beta = -1$