

المعادلات و المتراجحات

**تمرين 1**

1- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $\frac{3x-2}{3} - \frac{x}{2} \leq \frac{1-2x}{2} - 1$

2- نعتبر  $P(x) = |1 - |x - 2||$

أ- أكتب المجموعة  $A = \{x \in \mathbb{R} / |x - 2| \leq 1\}$  على شكل مجال

ب- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$

**تمرين 2**

1- حل المعادلات  $x \in \frac{3x+2}{5} - 3 = \frac{-1+2x}{2}$

$x \in \mathbb{R} \quad |2x-3| = |5x-1| \quad x \in \mathbb{R} \quad |4x-3| = 5$

$x \in \mathbb{R} \quad \frac{x+1}{x-3} = 2$

3- حل المتراجحات التالية  $x \in \mathbb{R} \quad |4x-1| \leq 5$

$x \in \mathbb{R} \quad |x-3| \leq |3x-1| \quad x \in \mathbb{R} \quad |2x+3| > 2$

**تمرين 3**

3- حل وناقش حسب قيم  $m$  المعادلات التالية

$x \in \mathbb{R} \quad m(x-m) + (m+2)(x+3) = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad mx + m^2 - 4 = 2x$

$x \in \mathbb{R} \quad m(3mx+2) - 2x(m^2+2) - 3m+2 = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad \frac{x-2}{x-m} = m$

**تمرين 4**

(1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات

$5x^2 - 4x + 2 = 0 \quad x^2 - (1+\sqrt{3})x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$4x^2 + 3x - 1 = 0 \quad x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

(2) حل المعادلتين  $x \in \mathbb{R} \quad x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad 2x - 7\sqrt{x} - 4 = 0$

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة

$(a-1)^2 x^2 - (a+b)(a-1)x + ab = 0$

حيث  $a$  عدد حقيقي يخالف 1

**تمرين 5**

نعتبر  $ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $A$  حيث

$AB = 9$  و  $AC = 4$  حدد موضع نقطتين  $D$  و  $E$

تنتميان على التوالي لـ  $[AB]$  و  $[AC]$  بحيث  $AD = BE$

و مساحة  $ADE$  تساوي مساحة الرباعي  $BCDE$

**تمرين 6**

نعتبر المعادلة  $x \in \mathbb{R} \quad mx^2 + 2(m+1)x + m - 5 = 0$  حيث

$m$  عدد حقيقي غير منعدم. حدد قيمة  $m$

حيث  $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$  حيث  $x_1$  و  $x_2$  جذرا المعادلة

**تمرين 7**

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين حيث  $a > 0$

نعتبر المعادلة  $(E): ax^2 + bx - 1 = 0 \quad x \in \mathbb{R}$

1- أ- بين أن المعادلة  $(E)$  تقبل جذرين مختلفين  $x_1$

و  $x_2$  بدون حسابهما

ب- بين أن إشارتي  $x_1$  و  $x_2$  مختلفتان ( بدون حسابهما )

ج- حدد العدد  $b$  حيث  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2\sqrt{3}$

2- أ- بين أن  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

ب- بوضع  $a = 2\sqrt{2}$  و  $b = 2\sqrt{3}$  حل المعادلة  $(E)$ .

**تمرين 8**

1- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية

$-2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \quad ; \quad 3x^2 - 2x - 8 < 0$

$-3x^2 + \sqrt{3}x - 1 \geq 0 \quad ; \quad 4x^2 - 2x + 1 > 0$

2- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحتين

$\frac{x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}}{x^2 - x - 2} \geq 0$  و  $2x^4 - 9x^2 + 4 > 0$

**تمرين 9** نعتبر  $p(x) = 6x^3 - 13x^2 + 4$

1- تأكد أن 2 جذر للحدودية  $p(x)$

2- حل في  $\mathbb{R}$   $p(x) \leq 0$

3- حل في  $\mathbb{R}$   $p(x) \leq 3x^2(x-2)$

**تمرين 10**

نعتبر  $p(x) = -x^3 + (3+a)x^2 - (2+3a)x + 2a$

1- بين أن  $a$  جذر للحدودية  $p(x)$

2- حدد حدودية  $Q(x)$  حيث  $p(x) = (x-a)Q(x)$

3- أ- أدرس إشارة  $-x^2 + 3x - 2$

4- ب- حل في  $\mathbb{R}$   $p(x) > 0$  حيث  $Q(a) > 0$

**تمرين 11**

نعتبر الحدودية  $P(x) = 2x^3 + ax^2 + x + 2$

1- حدد العدد  $a$  حيث 1 جذر للحدودية  $P(x)$

2- نضع  $a = -5$

أ- أوجد الحدودية  $Q(x)$  حيث  $P(x) = (x-1)Q(x)$

ب- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $Q(x) = 0$  ثم حل في  $\mathbb{R}$

المتراجحة  $P(x) < 0$

ج- حل في المجال  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right]$  المعادلة

$x + |2x^2 - 3x - 2| = |x|$

المعادلات و المتراجحات

**تمرين 12**

نعتبر المعادلة

$$(E): x \in \mathbb{R} \quad x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$$

1- تحقق أن 0 حلا للمعادلة

2- بوضع  $t = x + \frac{1}{x}$  بين أن المعادلة (E) تكافئ

$$t \in \mathbb{R} \quad t^2 - 5t + 6 = 0$$

حل المعادلة  $t^2 - 5t + 6 = 0$   $t \in \mathbb{R}$  واستنتج حلول المعادلة (E)

**تمرين 13**

نعتبر الحدودية  $p(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$ .

(1) تحقق أن العدد 2 جذرا للحدودية  $p(x)$

(2) حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث

$$p(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$$

(3) أ - حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $3x^2 + 2x - 1 = 0$ .

ب- استنتج في  $\mathbb{R}$  مجموعة حلول المعادلة  $p(x) = 0$

ج- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $3x^3 + 2 \leq 4x^2 + 5x$

(4) باستعمال السؤال (3) أ- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة

$$3\left(x^2 - \frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(x^2 - \frac{2}{3}\right) - 1 = 0$$

**تمرين 14**

نعتبر في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $2x^2 + \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} = 0$  (E).

(1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين

$x_1$  و  $x_2$  دون تحديدهما

(2) أحسب مجموع و جذاء الحلين  $x_1$  و  $x_2$ .

$$(3) \text{ إستنتج أن } \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{1+4\sqrt{3}}{8}$$

**تمرين 15**

حل في  $\mathbb{R}^2$  النظام  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$  و  $\begin{cases} x + y = -9 \\ xy = 20 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 \\ xy = 1 \end{cases} \quad \text{و}$$

**تمرين 16**

حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

$$(2x-1)^2 + 6 \leq (3x-2)(x-2)$$

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{2x^2 - 3x + 1} \leq 1, \quad \frac{3x-4}{x} + \frac{8-2x}{x+2} \geq 2$$

**تمرين 17**

حدد مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث

$$2x \leq \frac{-4}{x+3} \leq 2x+3$$

**تمرين 18**

نعتبر الحدودية  $P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$

1- تأكد أن -2 جذر للحدودية  $P(x)$

2- بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية  $P(x)$  حدد

ثلاثية الحدود  $Q(x)$  حيث

$$P(x) = (x+2)Q(x)$$

3- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

4- أكتب  $P(x)$  على شكل جداء لحدانيات

**تمرين 19**

نعتبر في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $x^2 + 3x + c = 0$  (E):

حيث c عدد حقيقي موجب قطعاً

نفترض أن المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين  $x_1$  و  $x_2$

1- أ) أحسب  $x_1 + x_2$

ب) أحسب  $x_1 \cdot x_2$  بدلالة c

2- إذا علمت أن  $|x_1| = 2$  فأحسب  $x_1$  و  $x_2$  و c

**تمرين 20**

(I) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث  $a > 0$  نعتبر المعادلة (E):

$$x \in \mathbb{R} \quad ax^2 + bx - 2 = 0$$

1- بين أن المعادلة (E) تقبل جذرين مختلفين

$x_1$  و  $x_2$  بدون حسابهما

2- بين أن إشارتي  $x_1$  و  $x_2$  مختلفتان ( بدون حسابهما )

$$3- \text{ حدد العدد } b \text{ حيث } \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = -7$$

(II) نضع  $a = 4$  و  $b = -7$

1- أ- حل المعادلة (E)

ب- استنتج تعميلاً لثلاثية الحدود

$$4x^2 - 7x - 2$$

2- نعتبر الحدودية

$$P(x) = 4x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 7x - 2$$

أ- تأكد أن

$$P(x) = 4(x^2 + x)^2 - 7(x^2 + x) - 2$$

ب- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$

3- حدد حدوديتين  $Q(x)$  و  $H(x)$  درجة كل

واحدة منهما 2 حيث  $P(x) = Q(x) \times H(x)$

4- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $P(x) \geq 0$