

تمارين حول الحدوديات

التمرين رقم 1

نعتبر الحدودية $P(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$

(1) بين أن 1 جذر للحدودية $P(x)$ ثم حدد $Q(x)$

بحيث $P(x) = (x - 1)Q(x)$

(2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(3) حدد حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$

التمرين رقم 2

نعتبر الحدودية $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$

(1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x + \frac{3}{2}$ واستنتج

أن $P(x) = (2x - 3)(x^2 + x - 2)$

(2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(3) عمل $P(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

التمرين رقم 3

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 - 4x + 3 = 0$

(2) بين أن 2 جذر للحدودية $P(x)$ ثم حدد الأعداد

a, b, c بحيث $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$

(3) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(4) استنتج حلول المعادلة $x^2|x| - 6x^2 + 11|x| - 6 = 0$

التمرين رقم 4

نعتبر الحدودية $P(x) = 4x^3 - 13x - 6$

(1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x + \frac{1}{2}$ وحدد

$Q(x)$ بحيث $P(x) = (2x + 1)Q(x)$

(2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $4x^3 - 13x - 6 = 0$

(3) عمل $P(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

(4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) < 0$

(5) نضع $H(x) = P(x) + 6(2x + 1)^2$

عمل $H(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

التمرين رقم 5

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 + ax^2 - 6x - 8$

حيث a عدد حقيقي

(1) حدد a كي $P(x)$ تقبل القسمة على $x - 2$

(2) نفترض في ما يلي أن $a = 3$

أ. حدد $Q(x)$ بحيث $P(x) = (x - 2)Q(x)$

ب. تحقق أن -1 حلا للمعادلة $Q(x) = 0$ ثم حدد

الحل الثاني للمعادلة

ج. استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى ثلاث

حدوديات من الدرجة الأولى

د. حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة

$$x^6 + 3x^4 - 6x^2 - 8 = 0$$

التمرين رقم 6

نعتبر الحدودية :

$$P(x) = x^4 + 12x^3 + 50x^2 + 84x + 45$$

(1) أ. احسب $P(-3)$ ماذا تستنتج؟

ب. حدد العدد الحقيقي α بحيث يكون

$$P(x) + \alpha = (x^2 + 6x + 7)^2$$

(2) استنتج أن $P(x) = (x + 3)^2(x^2 + 6x + 5)$

(3) أ. حدد العددين a, b بحيث يكون

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + b)$$

ب. حدد حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$

التمرين رقم 7

نعتبر الحدودية $P(x) = 4x^3 + 16x^2 + 9x - 9$

(1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x - \frac{1}{2}$ ثم حدد

$Q(x)$ بحيث $P(x) = (2x - 1)Q(x)$

(2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $4(x + 4) > 9\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right)$

التمرين رقم 8

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - 15x - 4$

(1) أنجز قسمة $P(x)$ على $x - 4$

(2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

(3) حدد الأعداد a, b, c بحيث

$$P(x) + 2(x - 4) = (x - 4)(x + a)(x + b)$$

(4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين :

$$(1) x^2|x| - 13|x| - 12 = 0$$

$$(2) x^6 - 13x^2 - 12 = 0$$

(5) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2 - 13 \geq \frac{12}{x}$

التمرين رقم 9

نعتبر الحدودية $P(x) = 10x^3 - 9x^2 - 37x + 42$

(1) بين أن -2 جذر للحدودية $P(x)$ ثم حدد العدد a

بحيث $P(x) = (x + 2)(10x^2 + ax + 21)$

(2) نضع $Q(x) = 10x^2 - 29x + 21$

أ. حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة $Q(x) < 0$

ب. بين أن $1 + Q(x) > 0$

(3) أ. بين أن $\frac{7}{5} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$ واستنتج أن :

$$-1 < Q(\sqrt{2}) < 0$$

ب. أحسب $Q(\sqrt{2})$ ثم استنتج أن $\frac{41}{29} < \sqrt{2} < \frac{42}{29}$