



الحدوديات

التمرين 1

حدد الأعداد الحقيقية m و n و p بحيث لكل عدد حقيقي x :

$$mx^2 + 3x - p = nx + 4$$

التمرين 2

P و Q و R حدوديات درجاتها على التوالي 1 و 2 و 5.
حدد درجة الحدودية : $P \times Q \times R$

التمرين 3

P حدودية غير منعدمة حيث $\deg(P) = n$
حدد بدلالة n درجة كل حدودية من الحدوديات التالية :

1. $P(x) \times P(x)$

2. $(2x^3 - x^2 + 1)P(x)$

3. $k \times P(x)$ حيث k عدد حقيقي غير منعدم

4. $\underbrace{P(x) \times P(x) \times \dots \times P(x)}_{\text{مرة}}$

التمرين 4

1. أوجد حدودية P غير منعدمة تقبل ثلاث جذور فقط 1 و 2 و 3
ثم حدد درجاتها.

التمرين 5

حدد حدودية P غير منعدمة معاملاتها أعداد صحيحة نسبية
بحيث يكون العدد α جذرا لها في الحالات التالية :

1. $\alpha = \frac{3}{11}$

2. $\alpha = \sqrt{7}$

3. $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

التمرين 6

برهن أن العدد α جذر للحدودية :
 $P(x) = x^3 - (3 + \alpha)x^2 + (2 + 3\alpha)x - 2\alpha$ ثم عملها

التمرين 7

نعتبر الحدودية : $P(x) = x^3 + mx^2 + 2m(2 - m)x - 4$

حيث m عدد حقيقي

1. حدد قيمة m التي من أجلها $P(x)$ تقبل القسمة على $x - m$

2. في الحالة التي يكون فيها m موجبا عمل $P(x)$

التمرين 8

نعتبر الحدودية : $P(x) = (x - 2)^{3n} + (x - 1)^{2n} - 1$; $n \in \mathbb{N}^*$

1. أثبت أنه توجد حدودية Q بحيث : $P(x) = (x - 2)Q(x)$

(ليس المطلوب تحديد صيغتها)

2. حدد درجة الحدودية Q

3. احسب $P(1)$ بدلالة n

4. حدد قيم n التي من أجلها $P(x)$ قابلة للقسمة على $(x - 1)$

التمرين 9

نعتبر الحدودية : $P(x) = x^3 - (a + 1)x^2 + (a - 2)x + 2a$

1. بدون حساب، حدد قيمة a لكي يكون 0 جذرا للحدودية P

2. حدد باقي القسمة الإقليدية لـ P على $(x - 1)$

3. حدد قيمة a لكي يكون 1 جذرا للحدودية P

4. نأخذ : $a = 1$

a. بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $(x - 2)$

b. عمل $P(x)$

c. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

التمرين 10

نعتبر الحدودية : $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 2$

ليكن α جذرا للحدودية P .

1. بين أن $\alpha \neq 0$

2. بين أن $\frac{1}{\alpha}$ جذر للحدودية P .

3. أثبت أن 1 جذر للحدودية P .

4. عمل $P(x)$

التمرين 11

نعتبر الحدودية $P(x) = x^3 - 15x - 4$

1. أ- تحقق أن 4 جذر للحدودية $P(x)$

ب - حدد حدودية Q حيث $P(x) = (x - 4)Q(x)$

2. عمل الحدودية $Q(x)$

3. استنتج حل المعادلة $P(x) = 0$