

الأستاذ:
نجيب
عثماني

سلسلة تمارين: الحدوديات
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجيا

أكاديمية
الجهة
الشرقية

$$Q(x) = x^3 - x^2 + 2 \text{ و } P(x) = x^2 + x + 1$$

ثم قارن : $d^0(P+Q), \dots, d^0P + d^0Q$

تمرين 10: نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$Q(x) = -2x^3 + 5x^2 - 2x - 1 \text{ و } P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$$

حدد : $P(x) - Q(x)$ و $P(x) + Q(x)$

تمرين 11: نعتبر الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$

(A) أحسب في الحالتين التاليتين $P(x) + Q(x)$ و

$$3P(x) - 2Q(x) \text{ و } P(x) - Q(x)$$

$$Q(x) = 3x^4 - x^3 + x \text{ و } P(x) = x^3 + 2x^2 - 1$$

$$Q(x) = -x^5 + x^2 - 5 \text{ و } P(x) = x^5 - x^2 + 3$$

(B) أحسب $(P(x))^2$ و $P(x) \times Q(x)$

في الحالتين التاليتين

وقارن $\deg(P) + \deg(Q)$ و $\deg(PQ)$

$$Q(x) = x^2 + 2x - 3 \text{ و } P(x) = x^2 - 1$$

$$Q(x) = 3x + 2 \text{ و } P(x) = x^4 - x^2 + 2$$

تمرين 12: نعتبر الحدودية بحيث: $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

هل الأعداد 1 و 2 و 3 و -2 جذور للحدودية $P(x)$ ؟

تمرين 13: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x) = 2x^2 - x - 1$

1. بين أن 1 جذر للحدودية $P(x)$

2. تأكد أن : $P(x) = (x-1)(2x+1)$

نقول $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$

تمرين 14: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6$$

1. بين أن -3 جذر للحدودية $P(x)$

2. حدد حدودية $Q(x)$ بحيث: $P(x) = (x+3)Q(x)$

تمرين 15: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$

1. بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-3$

2. حدد حدودية $Q(x)$ بحيث: $P(x) = (x-3) \times Q(x)$

تمرين 16: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x) = 2x^2 + x - 3$

1. بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$

2. عمل الحدودية $P(x)$

تمرين 17: نعتبر الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$ بحيث:

$$Q(x) = x^2 - 4x + 3 \text{ و } P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

تمرين 1: حدد من بين التعابير التالية الحدوديات و درجتها ان أمكن : حيث $a \in \mathbb{R}$

$$Q(x) = 2x^2 - x - \sqrt{x} \text{ و } P(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \sqrt{3}$$

$$M(x) = \frac{5}{3}x^2 + x + 2 - 7x^4 \text{ و } R(x) = 5|x^2| + 4|x| - 5$$

$$E(x) = (a-1)x^4 + x^2 + x + 1 \text{ و } O(x) = 4 \text{ و } N(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 3$$

تمرين 2: نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$Q(x) = 2x^2(x-2) + (x-1)(2x+3) \text{ و } P(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3$$

1. حدد درجة الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$

2. ماذا تلاحظ ؟

تمرين 3: حدد حدودية $P(x)$ من الدرجة الثانية بحيث:

$$P(0) = P(1) = 5$$

$$P(-2) = 3$$

تمرين 4: حدد الحدوديات المتساوية من بين الحدوديات التالية:

$$P(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 3$$

$$Q(x) = 2x^2(x-2) + (x-1)(2x+3)$$

$$R(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

تمرين 5: نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$$

$$Q(x) = ax^5 + (b+c)x^4 + (c+d)x^3 + dx^2 + e$$

حدد قيمة الأعداد الحقيقية a و b و c و d بحيث تكون $P = Q$

تمرين 6: نعتبر الحدوديتين التاليتين :

$$P(x) = 12x^4 - 36x^3 + 47x^2 - 30x + 7$$

$$Q(x) = (2x^2 - 3x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

حدد قيمة الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث تكون $P = Q$

تمرين 7: نعتبر الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$ بحيث:

$$P(x) = (a-1)x^3 + 2ax^2 + 5x + 6$$

$$Q(x) = 2x^3 + 4x^2 + (3+a)x + 3a$$

حيث a عدد حقيقي يخالف 1. حدد قيمة العدد الحقيقي a بحيث

تكون $P(x)$ و $Q(x)$ متساويتين.

تمرين 8: أدرس تساوي الحدوديتين في الحالات التالية:

$$Q(x) = x^2(3x-2) + x \text{ و } P(x) = x^3 + 2x^2(x-1) + x$$

$$Q(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 1 \text{ و } P(x) = (x-1)^3$$

تمرين 9: أحسب مجموع الحدوديتين $P(x)$ و $Q(x)$ حيث:

1. أنجز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x+2$.

2. وبين أن $Q(x)$ تقبل القسمة على $x-3$.

3. استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

تمرين 18: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 13x + 6$$

أحسب : $P(-2)$ و $P(3)$ ثم عمل الحدودية $P(x)$ بدلالة $x-3$ و $x+2$

تمرين 19: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + ax + b \quad \text{حيث } a \in \mathbb{R} \text{ و } b \in \mathbb{R}$$

حدد a و b حيث

أ) $P(x)$ تقبل القسمة على $x-2$

ب) باقي القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x-1$ هو -12

2) عمل الحدودية $P(x)$ في هذه الحالة

تمرين 20: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

1) أ) أحسب $P(1)$ ثم حدد الحدودية $Q(x)$

بحيث $P(x) = (x-1)Q(x)$

ب) تحقق من أن $P(x) = (x+2)(x-1)^2$

2) ليكن α عددا حقيقيا بحيث $1 < \alpha < 2$ اعط تأطيرا لكل من

$$\alpha + 2 \quad \text{و} \quad (\alpha - 1)^2 \quad \text{ثم استنتج أن : } 0 < P(\alpha) < 4$$

تمرين 21: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$$P(x) = mx^3 - 3x^2 - 4mx + 12 \quad \text{حيث } m \in \mathbb{R}$$

1) حدد قيمة m بحيث أن 3 جذر للحدودية $P(x)$

2) نفترض أن $m=1$

أ) أنجز القسمة الاقليدية ل $P(x)$ تقبل القسمة على $x-3$

ب) حدد تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

3) لتكن الحدودية $Q(x)$ بحيث $Q(x) = P(x) - 5(x-3)$

أ) تحقق من أن $Q(x) = (x-3)^2(x+3)$

ب) حل في \mathbb{R} المتراجحة $P(x) \times Q(x) > 0$

تمرين 22: نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x) = 3x^3 - 7x^2 + 4$

1) أ) أحسب : $P(1)$

ب) أنجز القسمة الاقليدية ل $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$

2) أ) حدد a و b حيث $(ax+b)(x-b) = 3x^2 - 4x - 4$

ب) حل في \mathbb{R} المعادلة $3x^2 - 4x - 4 = 0$

ج) استنتج في \mathbb{R} حلول المعادلة $P(x) = 0$

تمرين 23: نعتبر الحدودية $P(x)$ المعرفة بما يلي:

$$P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2$$

1) تحقق من أن 0 ليس جذرا للحدودية $P(x)$.

2) بين أنه إذا كانت α جذرا للحدودية $P(x)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ هو أيضا جذر

للحدودية $P(x)$.

3) بين أن العدد 2 جذر للحدودية $P(x)$.

4) بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x-2$ حدد

الحدودية $Q(x)$ حيث: $P(x) = (x-2)Q(x)$

5) استنتج أن: $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

6) حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث يكون:

$$Q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$$

7) استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.



تمارين أخرى

تمرين 1: عمل الحدوديات التالية :

$$P(x) = 12x^5 - 4x^4 + 2x^3 \quad \text{و}$$

$$P(x) = (3x-1)(5x^2-7) - (3x-1)(7x-3)$$

$$\text{و} \quad P(x) = x^2 - 4x + 4$$

تمرين 2: حدد باقي وخارج القسمة في الحالات التالية :

$$1. \quad P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \quad \text{على} \quad x+2$$

$$2. \quad P(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x - 3 \quad \text{على} \quad x+1$$

$$3. \quad P(x) = 4x^5 - 5x^3 + 1 \quad \text{على} \quad x-3$$

تمرين 3: نعتبر الحدودية $P(x)$ المعرفة بما يلي:

$$P(x) = 2x^3 + ax^2 + x + 2 \quad \text{حيث } a \in \mathbb{R}$$

1. حدد العدد a علما أن 1 جذر للحدودية $P(x)$.

2. نضع : $a = -5$

a. بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد الحدودية $Q(x)$

حيث: $P(x) = (x-1)Q(x)$

b. حل في \mathbb{R} المعادلة : $P(x) = 0$

تمرين 4: نعتبر الحدودية $P(x)$ المعرفة بما يلي:

$$P(x) = x^3 - (3\sqrt{3}+1)x^2 + m(2+\sqrt{3})x - 6 \quad \text{حيث } m \in \mathbb{R}$$

1. حدد العدد m علما أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-1$.

2. نضع : $m = 3$

a) بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ حدد الحدودية $Q(x)$

حيث: $P(x) = (x-1)Q(x)$

b) تأكد أن $\sqrt{3}$ جذر للحدودية $P(x)$.

c) عمل $P(x)$ الى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى

d) حل في \mathbb{R} المعادلة : $P(x) = 0$