أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1 : قارن بين $\frac{101}{102}$ و $\frac{100}{101}$

الجواب:

نحسب الفرق : $\frac{101}{102}-\frac{100}{101}=\frac{101\times101-100\times102}{101\times102}=\frac{10201-10200}{101\times102}$

اذن : $\frac{101}{102}-\frac{100}{101}=\frac{1}{101\times102}\in\mathbb{R}^{+}$ ومنه $\frac{101}{102}\geq\frac{100}{101}$

تمرين2 : قارن : a و b ونضع $a=2+\sqrt{3}$ و $b=2\sqrt{3}$

الجواب:

لدينا $a-b=2-\sqrt{3}$, و بما أن $2-\sqrt{3}$ عدد حقيقي موجب قطعا

أي: $(a-b)\in\mathbb{R}_{+}^{*}$ فان: $a\succ b$

تمرين3: $a\in\mathbb{R}$ قارن : $2a$ و a^2+1

الجواب : $(a^2+1)-2a=a^2-2a+1=(a-1)^2\geq0$

ومنه $a^2+1\geq2a$ مهما يكن : $a\in\mathbb{R}$

تمرين4 : قارن العددين: $a=\sqrt{6}$ و $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$

الجواب: نحسب الفرق :

$a-b=\sqrt{6}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1\right)=\sqrt{3\times2}-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1\right)$

$a-b=\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=\sqrt{3}\times\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)$ التعميل ب $\sqrt{3}$

$a-b=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$ التعميل ب $\left(\sqrt{2}-1\right)$

لدينا : $\sqrt{2}>1$ لأن : $\left(\sqrt{2}\right)^2=2$ و $(1)^2=1$ ومنه $\left(\sqrt{2}-1\right)\in\mathbb{R}^{+*}$

ولدينا : $\sqrt{3}>1$ لأن : $\left(\sqrt{3}\right)^2=3$ و $(1)^2=1$ ومنه $\left(\sqrt{3}-1\right)\in\mathbb{R}^{+*}$

ومنه : $a-b=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)\in\mathbb{R}^{+*}$ وبالتالي: $a>b$

تمرين5 : قارن العددين: $a=\sqrt{10}$ و $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}-1$

الجواب: نحسب الفرق :

$a-b=\sqrt{10}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}-1\right)=\sqrt{5\times2}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}-1\right)$

$a-b=\sqrt{5}\times\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{2}+1=\sqrt{5}\times\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)$ التعميل ب $\sqrt{5}$

$a-b=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)$ التعميل ب $\left(\sqrt{2}-1\right)$

لدينا : $\sqrt{2}>1$ لأن : $\left(\sqrt{2}\right)^2=2$ و $(1)^2=1$ ومنه $\left(\sqrt{2}-1\right)\in\mathbb{R}^{+*}$

ولدينا : $\sqrt{5}>1$ لأن : $\left(\sqrt{5}\right)^2=5$ و $(1)^2=1$ ومنه $\left(\sqrt{5}-1\right)\in\mathbb{R}^{+*}$

ومنه : $a-b=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)\in\mathbb{R}^{+*}$ وبالتالي: $a>b$

تمرين6 : قارن العددين: $a=10\sqrt{51}$ و $b=70+\sqrt{2}$

الجواب: لنقارن : a^2 و b^2

$a^2=\left(10\sqrt{51}\right)^2=5100$

$b^2=\left(70+\sqrt{2}\right)^2=4900+140\sqrt{2}+2=4902+140\sqrt{2}$

$a^2-b^2=198-140\sqrt{2}=2\left(99-70\sqrt{2}\right)$

لدينا : $99-70\sqrt{2}>0$ لأن : $(99)^2=9801$ و $\left(70\sqrt{2}\right)^2=9800$ ومنه

$99-70\sqrt{2}\in\mathbb{R}^{+*}$ أي $2\left(99-70\sqrt{2}\right)\in\mathbb{R}^{+*}$

ومنه : $a^2-b^2>0$ ووبما أن العددين: a و b موجبين

فان: $a>b$

تمرين7: نضع: $a=\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{4+\sqrt{2}}{7}$

1)بين أن : $b-a=\frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

2)قارن العددين: a و b

الجواب: 1)

$b-a=\frac{4+\sqrt{2}}{7}-\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{4+\sqrt{2}}{7}-\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}$

$b-a=\frac{4+\sqrt{2}}{7}-\frac{2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-2}{4-2}=\frac{4+\sqrt{2}}{7}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{8+2\sqrt{2}-7\sqrt{2}}{14}$

$b-a=\frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

2)مقارنة العددين: a و b

وجدنا : $b-a=\frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

لدينا : $8>5\sqrt{2}$ لأن : $(8)^2=64$ و $\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$ ومنه

$8-5\sqrt{2}\in\mathbb{R}^{+*}$ ومنه : $\frac{8-5\sqrt{2}}{14}\in\mathbb{R}^{+*}$ وبالتالي : $b>a$

تمرين8: نضع: $a=3\sqrt{18}-\sqrt{72}+2\sqrt{\frac{9}{2}}$

و $b=\sqrt{28}+\sqrt{32}-2\sqrt{2}$

1)بين أن : $a-b=4\sqrt{2}-2\sqrt{7}$

2)قارن العددين: a و b

الجواب: 1)

$a-b=\left(3\sqrt{18}-\sqrt{72}+2\sqrt{\frac{9}{2}}\right)-\left(\sqrt{28}+\sqrt{32}-2\sqrt{2}\right)$

$a-b=\left(9\sqrt{2}-6\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)-\left(2\sqrt{7}+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)$

$a-b=9\sqrt{2}-6\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2\sqrt{7}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$a-b=4\sqrt{2}-2\sqrt{7}$

2)مقارنة العددين: a و b

وجدنا: $a-b=4\sqrt{2}-2\sqrt{7}$

لدينا: $4\sqrt{2}>2\sqrt{7}$ لأن: $\left(4\sqrt{2}\right)^2=32$ و $\left(2\sqrt{7}\right)^2=28$

ومنه $4\sqrt{2}-2\sqrt{7}\in\mathbb{R}^{+*}$ وبالتالي: $a>b$

<u>تمرين9</u>: قارن العددين: $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ و $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

<u>الجواب</u>: نحسب الفرق: $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)-\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\left(2\sqrt{3}+2-\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{3}\right)-\left(\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{3}-\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}$$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{2\sqrt{3}+2-3-\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}-1}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}$$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{3\sqrt{3}-5}{3-1}=\frac{3\sqrt{3}-5}{2}$$

لدينا: $3\sqrt{3}>5$ لأن: $\left(3\sqrt{3}\right)^2=27$ و $\left(5\right)^2=25$ ومنه

$3\sqrt{3}-5\in\mathbb{R}^{+*}$

ومنه: $\frac{3\sqrt{3}-5}{2}\in\mathbb{R}^{+*}$ وبالتالي: $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}>\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

<u>تمرين10</u>: ليكن a و b عنصرين من $\mathbb{R}_+^*$.

نضع: $x=\frac{7a+2b}{7a}$ و $y=\frac{8b}{7a+2b}$ قارن العددين x و y.

<u>الجواب</u>: نحسب الفرق: $x-y=\frac{7a+2b}{7a}-\frac{8b}{7a+2b}$

$$x-y=\frac{\left(7a+2b\right)^2-7a\times8b}{7a\left(7a+2b\right)}=\frac{49a^2+14ab+14ab+4b^2-56a\times b}{7a\left(7a+2b\right)}$$

$$x-y=\frac{49a^2-28a\times b+4b^2}{7a\left(7a+2b\right)}=\frac{\left(7a\right)^2-2\times7a\times2b+\left(2b\right)^2}{7a\left(7a+2b\right)}$$

$$x-y=\frac{\left(7a-2b\right)^2}{7a\left(7a+2b\right)}\in\mathbb{R}^+$$

لأن: $\left(7a-2b\right)^2\in\mathbb{R}^+$ و $7a\left(7a+2b\right)\in\mathbb{R}^+$ وبالتالي: $x\geq y$

<u>تمرين11</u>: ليكن x و y عددين حقيقين موجبين قطعا ومختلفين

اعط إشارة الخارج: $Z=\frac{x^2-y^2}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$

<u>الجواب</u>: $x\rangle0$ و $y\rangle0$ و $x\neq y$ لنحدد إشارة الخارج: Z

$$Z=\frac{x^2-y^2}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}=\frac{x^2-y^2}{\frac{y-x}{xy}}=\left(x-y\right)\left(x+y\right)\times\frac{xy}{y-x}$$

$$Z=\left(x-y\right)\left(x+y\right)\times\frac{xy}{-\left(x-y\right)}=-xy\left(x+y\right)$$

لدينا $x\rangle0$ و $y\rangle0$ اذن $xy>0$ و $x+y>0$ ومنه $-xy<0$

وبالتالي: $Z<0$

<u>تمرين12</u>: ليكن a و b عددين حقيقين بحيث: $a^2+b^2=2$

1) بين أن: $\left(a+b\right)^2=2\left(1+ab\right)$

2) استنتج أنه اذا كان: a و b موجبين فان: $a+b>\sqrt{2}$

<u>الجواب</u>: $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$ و $a^2+b^2=2$

1) لدينا $\left(a+b\right)^2=a^2+2ab+b^2=\left(a^2+b^2\right)+2ab=2+2ab$

ومنه: $\left(a+b\right)^2=2\left(1+ab\right)$

2)الاستنتاج: $a\in\mathbb{R}^+$ و $b\in\mathbb{R}^+$

اذن: $a\geq0$ و $b\geq0$ ومنه $a+b\geq0$ و $ab\geq0$

علما أن: $\left(a+b\right)^2=2\left(1+ab\right)$ و $1+ab\geq1$

فان: $\left(a+b\right)^2>2$ ومنه: $a+b>\sqrt{2}$ لأن: $a+b\geq0$

<u>تمرين13</u>: ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}^+$.

1. قارن العددين: $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ و $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

2. استنتج مقارنة العددين: $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ و $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$.

<u>الجواب (1</u>: x عنصرا من $\mathbb{R}^+$ يعني $x\geq0$

لدينا $x+2\geq x$ لأن: $\left(x+2\right)-x\geq0$

اذن: $\sqrt{x+2}\geq\sqrt{x}$ واضافة $\sqrt{x+1}$ نجد النتيجة المطلوبة:

أي أن: $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}\geq\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$

2)الاستنتاج:

بضربنا في المرافق نجد المتساوية التالية:

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}=\frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\right)\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\right)}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}$$

أي أن:

$$\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}=\frac{\left(\sqrt{x+2}\right)^2-\left(\sqrt{x+1}\right)^2}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}=\frac{x+2-x-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}=\frac{1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}$$

ولدينا أيضا: $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}=\frac{\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$

أي أن: $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}=\frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}=\frac{x+1-x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$

وبما أن: $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}\geq\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$ فان:

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}}\leq\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$$

اذن نستنتج أن: : $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\leq\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

<u>تمرين14</u>: ليكن x عددا حقيقيا موجبا.

قارن العددين: x و $2\sqrt{x}-1$.

<u>الجواب</u>: $x-\left(2\sqrt{x}-1\right)=x-2\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}\right)^2-2\sqrt{x}\times1+1^2=\left(\sqrt{x}-1\right)^2\geq0$

ومنه $x\geq\left(2\sqrt{x}-1\right)$ مهما يكن: $x\in\mathbb{R}^+$

<u>تمرين15</u>: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا.

نضع: $a=\sqrt{4n^2+1}$ و $b=2n+1$ قارن العددين a و b.

<u>الجواب</u>: لمقارنة عددين موجبين نقارن مربعيهما

$$a^2=\left(\sqrt{4n^2+1}\right)^2=4n^2+1$$

$$b^2=\left(2n+1\right)^2=4n^2+4n+1$$

$$b^2-a^2=4n^2+4n+1-\left(4n^2+1\right)=4n^2+4n+1-4n^2-1$$

$$b^2-a^2=4n\geq0$$

ومنه $b^2\geq a^2$ اذن نستنتج أن $b\geq a$ مهما يكن: $x\in\mathbb{N}$

تمرين 16: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث: $x<y<3$

1. بين أن: $x+y-6\prec 0$
2. قارن العددين $a=x^2-6x+1$ و $b=y^2-6y+1$.

الجواب:

1) لدينا $x<y<3$ اذن $x<3$ و $y<3$ ومنه $x+y<6$

وبالتالي: $x+y-6<0$

2): نحسب الفرق : $a-b=(x^2-6x+1)-(y^2-6y+1)$

$a-b=x^2-6x+1-y^2+6y-1=x^2-y^2-6x+6y$

$a-b=(x-y)(x+y)-6(x-y)=(x-y)(x+y-6)$

لدينا $x<y$ اذن $x-y\in\mathbb{R}^-$ وسبق أن وجدنا أن $x+y-6\in\mathbb{R}^-$

ومنه $(x-y)(x+y-6)\in\mathbb{R}^+$ أي : $a-b\in\mathbb{R}^+$ وبالتالي: $a\geq b$

تمرين 17: بعد التمثيل على مستقيم للمجالين I و J

حدد اتحاد وتقاطع المجالين I و J في الحالات الآتية

1) $J=[-1,+\infty[$ و $I=]-3,7]$

2) $J=[4;10]$ و $I=]-\infty,5[$

3) $J=[-5;-1]$ و $I=[0,10[$

4) $J=]-1,\frac{3}{2}[$ و $I=\left[\frac{-2}{3},2\right]$

الجواب:

1) $I\cap J=]-1,7]$ $\quad I\cup J=]-3;+\infty[$

2) $I\cap J=[4,5[$ $\quad I\cup J=]-\infty;10]$

3) $I\cap J=\varnothing$ $\quad I\cup J=[-5;10]$

4) $I\cap J=\left[-\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right[$ $\quad I\cup J=]-1,2]$

تمرين 18: حل في IR النظمات الآتية

1) $\begin{cases} x>5 \\ x\leq 4\end{cases}$ (2 $\begin{cases} x\geq -3 \\ x>2\end{cases}$ (3 $\begin{cases} x>7 \\ x\geq 0\end{cases}$ (4 $\begin{cases} -3\leq x\leq 0 \\ -7<x<10\end{cases}$

الجواب: الرمز $\{$ يعني التقاطع

1) $x>5$ يعني $x\in]5,+\infty[$

$x\leq 4$ يعني $x\in]-\infty,4]$

$S=]5,+\infty[\cap]-\infty,4]=\varnothing$

2) $x\geq -3$ يعني $x\in[-3,+\infty[$

$x>2$ يعني $x\in]2,+\infty[$

$S=]2,+\infty[\cap[-3,+\infty[=]2,+\infty[$

3) $x>7$ يعني $x\in]7,+\infty[$

$x\geq 0$ يعني $x\in[0,+\infty[$

$S=]7,+\infty[\cap[0,+\infty[=]7,+\infty[$

4) $-7<x<10$ يعني $x\in]-7;10[$

$-3\leq x\leq 0$ يعني $x\in[-3;0]$

$S=]-7,10[\cap[-3;0]=[-3;0]$

تمرين 19: نضع $x\in[1;3]$ و $y\in[2;4]$

1) اعط تأطيرا للأعداد التالية : x^2 و y^2 و $2x$ و $3y$ و $-x$ و $-y$ و $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

2) حدد سعة التأطير لكل من A و B : $A=x^2+y^2+2x-3y$ و $B=\frac{2x-1}{x+1}$

الجواب:(1 $x\in[1;3]$ يعني $1\leq x\leq 3$

$y\in[2;4]$ يعني $2\leq y\leq 4$

$1\leq x\leq 3$ يعني $1^2\leq x^2\leq 3^2$ يعني $1\leq x^2\leq 9$

$2\leq y\leq 4$ يعني $2^2\leq y^2\leq 4^2$ يعني $4\leq y^2\leq 16$

$1\leq x\leq 3$ يعني $2\times 1\leq 2x\leq 2\times 3$ يعني $2\leq 2x\leq 6$

$2\leq y\leq 4$ يعني $3\times 2\leq 3\times y\leq 3\times 4$ يعني $6\leq 3y\leq 12$

$1\leq x\leq 3$ يعني $\frac{1}{3}\leq\frac{1}{x}\leq\frac{1}{1}$ يعني $\frac{1}{3}\leq\frac{1}{x}\leq 1$

$2\leq y\leq 4$ يعني يعني $\frac{1}{4}\leq\frac{1}{y}\leq\frac{1}{2}$

لدينا $\frac{x}{y}=x\times\frac{1}{y}$ اذن : $1\times\frac{1}{4}\leq x\times\frac{1}{y}\leq 3\times\frac{1}{2}$ اذن : $\frac{1}{4}\leq\frac{x}{y}\leq\frac{3}{2}$

2) تأطير A : $6\leq 3y\leq 12$ يعني $-12\leq -3y\leq -6$

وحسب النتائج السابقة وبجمع المتفاوتات طرف لطرف نجد:

$1+4+2-12\leq x^2+y^2+2x-3y\leq 9+16+6-6$

وبالتالي: $-5\leq A\leq 25$

وسعة التأطير هي : $r=25-(-5)=30$

تأطير B : $B=\frac{2x-1}{x+1}=(2x-1)\times\frac{1}{x+1}$

لدينا $1\leq x\leq 3$ يعني $2\leq 2x\leq 6$ يعني $2-1\leq 2x-1\leq 6-1$

يعني $1\leq 2x-1\leq 5$

لدينا $1\leq x\leq 3$ يعني $2\leq x+1\leq 4$ يعني $\frac{1}{4}\leq\frac{1}{x+1}\leq\frac{1}{2}$

وبضرب المتفاوتتين التاليتين $1\leq 2x-1\leq 5$ و $\frac{1}{4}\leq\frac{1}{x+1}\leq\frac{1}{2}$ طرف لطرف نجد

$1\times\frac{1}{4}\leq(2x-1)\times\frac{1}{x+1}\leq 5\times\frac{1}{2}$ يعني $\frac{1}{4}\leq B\leq\frac{5}{2}$

وسعة التأطير هي : $r=\frac{5}{2}-\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$

تمرين 20: نضع $x\in[-3;2]$ و $y\in[-7;1]$

1) اعط تأطيرا للأعداد التالية : $x+2y$ و $2x-y$ و $-5x+3y-8$

2) اعط تأطيرا للعدد: xy

الجواب:(1 $x\in[-3;2]$ يعني $-3\leq x\leq 2$

- $y\in[-7;1]$ يعني $-7\leq y\leq 1$

ومنه : $-7\times 2\leq 2y\leq 1\times 2$

اذن : $-7\times 2+(-3)\leq 2y+x\leq 1\times 2+2$

اذن : $-17\leq 2y+x\leq 4$

- لدينا $-6\leq 2x\leq 4$ و $-1\leq -y\leq 7$

اذن : $-6-1\leq 2x-y\leq 4+7$

اذن : $-7\leq 2x-y\leq 11$

- لدينا $-3\leq x\leq 2$ اذن : $-10\leq -5x\leq 15$

لدينا $-7\le y\le 1$ اذن : $-21\le 3y\le 3$

اذن : $-31\le -5x+3y\le 18$

اذن : $-23\le -5x+3y+8\le 26$

2) تأطير: xy

لدينا $-3\le x\le 2$ و $-7\le y\le 1$

الحالة1:

$-3\le x\le 0$ و $-7\le y\le 0$

يعني $0\le -x\le 3$ و $0\le -y\le 7$

و منه : $0\le(-x)\times(-y)\le 21$ أي $0\le xy\le 21$ (1)

الحالة2:

$-3\le x\le 0$ و $0\le y\le 1$

يعني $0\le -x\le 3$ و $0\le y\le 1$

و منه : $0\le(-x)\times y\le 3$ أي $-3\le xy\le 0$ (2)

الحالة3:

$0\le x\le 2$ و $-7\le y\le 0$

يعني $0\le x\le 2$ و $0\le -y\le 7$

و منه : $0\le(-y)\times x\le 14$ أي $-14\le xy\le 0$ (3)

الحالة4:

$0\le x\le 2$ و $0\le y\le 1$

و منه : $0\le xy\le 2$ (4)

من : (1) و (2) و (3) و (4) نستنتج أن :

$-14\le xy\le -21$

تمرين21: ليكن $1\le x\le 2$ و $\frac{1}{2}\le y\le \frac{3}{2}$

نضع : $E=x^2-y^2+x+y$

1) اعط تأطيرا للعدد E

2) تحقق أن : $E=(x+y)(x-y+1)$

واستنتج تأطيرا آخر للعدد E

3) استنتج أن : $\frac{3}{4}\le E\le \frac{29}{4}$

الجواب:1) تأطيرا للعدد $E=x^2-y^2+x+y$

لدينا $1\le x\le 2$ و $\frac{1}{2}\le y\le \frac{3}{2}$

اذن : $1\le x^2\le 4$ و $\frac{1}{4}\le y^2\le \frac{9}{4}$

ومنه : $-\frac{9}{4}\le -y^2\le -\frac{1}{4}$

اذن : $1-\frac{9}{4}+1+\frac{1}{2}\le x^2-y^2+x+y\le 4-\frac{1}{4}+2+\frac{3}{2}$

ومنه : $\frac{1}{4}\le E\le \frac{29}{4}$ (α)

2) نتحقق من أن : $E=(x+y)(x-y+1)$ ؟؟؟

لدينا $E=x^2-y^2+x+y$

اذن : $E=(x+y)(x-y)+x+y$

اذن : $E=(x+y)(x-y+1)$

استنتاج : لدينا $1\le x\le 2$ و $\frac{1}{2}\le y\le \frac{3}{2}$

اذن : $\frac{3}{2}\le x+y\le \frac{7}{2}$ (1) و لدينا $-\frac{3}{2}\le -y\le -\frac{1}{2}$

اذن : $1-\frac{3}{2}\le x-y\le 2-\frac{1}{2}$ يعني $-\frac{1}{2}\le x-y\le \frac{3}{2}$

يعني $\frac{1}{2}\le x-y+1\le \frac{7}{4}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن :

$\frac{3}{4}\le (x+y)(x-y+1)\le \frac{49}{8}$

$\frac{3}{4}\le E\le \frac{49}{8}$ (β) ومنه تأطير آخر للعدد E

3) **استنتاج**

من العلاقتين (α) و (β) نستنتج أن :

$E\in\left[\frac{1}{4};\frac{29}{4}\right]\cap\left[\frac{3}{4};\frac{49}{8}\right]$

يعني $E\in\left[\frac{3}{4};\frac{29}{4}\right]$ أي $\frac{3}{4}\le E\le \frac{29}{4}$

تمرين22: ليكن $\frac{1}{2}\le x\le \frac{2}{3}$ و $|2x+y|\le \frac{2}{3}$

بين أن : $\frac{y}{x}\in\left[-4;-\frac{1}{2}\right]$

الجواب: تأطير العدد y أولا :

$|2x+y|\le \frac{2}{3}$ يعني $-\frac{2}{3}\le 2x+y\le \frac{2}{3}$

ولدينا $\frac{1}{2}\le x\le \frac{2}{3}$ اذن: $1\le 2x\le \frac{4}{3}$ يعني $-\frac{4}{3}\le -2x\le -1$

ومنه $-\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\le y\le \frac{2}{3}-1$ ومنه $-2\le y\le -\frac{1}{3}$

ومنه $\frac{1}{3}\le -y\le 2$

ولدينا أيضا : $\frac{3}{2}\le \frac{1}{x}\le 2$

اذن : $\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\le \frac{1}{x}\times(-y)\le 4$

اذن : $\frac{1}{2}\le -\frac{y}{x}\le 4$ اذن : $-4\le \frac{y}{x}\le -\frac{1}{2}$

يعني $\frac{y}{x}\in\left[-4;-\frac{1}{2}\right]$

تمرين23: التأطير و العمليات

1. تحقق من أن: $14^2<200<15^2$

ثم استنتج أن: $1,4<\sqrt{2}<1,5$

2. بنفس الطريقة أوجد تأطيرا للعدد $\sqrt{5}$.

3. استنتج تأطيرا للعددين $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$.

الجواب:1) لدينا $14^2=196$ و $15^2=225$

ومنه $14^2<200<15^2$

لدينا $14^2<200<15^2$ اذن نستنتج أن : $\sqrt{14^2}<\sqrt{200}<\sqrt{15^2}$

اذن : $\sqrt{14^2}<\sqrt{2\times100}<\sqrt{15^2}$ أي : $14<\sqrt{2}\times10<15$

أي : $14\times\frac{1}{10}<\sqrt{2}\times10\times\frac{1}{10}<15\times\frac{1}{10}$

اذن نستنتج أن : $1,4<\sqrt{2}<1,5$

2) لدينا $22^2=484$ و $23^2=529$ ومنه $22^2<500<23^2$

لدينا $22^2<500<23^2$ اذن نستنتج أن : $\sqrt{22^2}<\sqrt{500}<\sqrt{23^2}$

اذن : $\sqrt{14^2}<\sqrt{2\times100}<\sqrt{15^2}$ أي : $22<\sqrt{5}\times10<23$

أي : $22\times\frac{1}{10}<\sqrt{5}\times10\times\frac{1}{10}<23\times\frac{1}{10}$

اذن نستنتج أن : $2,2<\sqrt{5}<2,3$

3) لدينا $1,4<\sqrt{2}<1,5$ و $2,2<\sqrt{5}<2,3$

اذن : $1,4+2,2<\sqrt{2}+\sqrt{5}<1,5+2,3$ أي : $3,6<\sqrt{2}+\sqrt{5}<3,8$

و أيضا بضرب طرف لطرف نجد: $1,4\times2,2<\sqrt{2}\times\sqrt{5}<1,5\times2,3$

أي : $3,08<\sqrt{10}<3,45$

تمرين24:

أكتب بدون رمز القيمة المطلقة الأعداد التالية:

1) $|\sqrt{2}-2|$ 2) $|3-2\sqrt{3}|$ 3) $|\sqrt{5}-\sqrt{2}|$

4) $A=|4-2\sqrt{3}|-|5-3\sqrt{3}|+|9-5\sqrt{3}|$

الجواب:

1) لدينا $\sqrt{2}<2$ اذن : $\sqrt{2}-2\in\mathbb{R}^-$ ومنه

$|\sqrt{2}-2|=-(\sqrt{2}-2)=-\sqrt{2}+2$

2) لدينا $3<2\sqrt{3}$ لأن : $3^2<(2\sqrt{3})^2$

اذن : $3-2\sqrt{3}\in\mathbb{R}^-$ ومنه $|3-2\sqrt{3}|=-(3-2\sqrt{3})=-3+2\sqrt{3}$

3) لدينا $\sqrt{5}>\sqrt{2}$ اذن : $\sqrt{5}-\sqrt{2}\in\mathbb{R}^+$ ومنه $|\sqrt{5}-\sqrt{2}|=\sqrt{5}-\sqrt{2}$

4) $A=|4-2\sqrt{3}|-|5-3\sqrt{3}|+|9-5\sqrt{3}|$

$A=4-2\sqrt{3}--(5-3\sqrt{3})+(5\sqrt{3}-9)$

$A=4-2\sqrt{3}+5-3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-9=0$

تمرين25:

1. أحسب : $(3\sqrt{2}-5)^2$
2. قارن العددين: $3\sqrt{2}$ و 5
3. بسط : $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

الجواب: 1) $(3\sqrt{2}-5)^2=(3\sqrt{2})^2-2\times3\sqrt{2}\times5+(5)^2=18-30\sqrt{2}\times5+25$

$(3\sqrt{2}-5)^2=(3\sqrt{2})^2-2\times3\sqrt{2}\times5+(5)^2=43-30\sqrt{2}$

2) لمقارنة العددين نقارن مربعيهما : $(3\sqrt{2})^2=18$ و $(5)^2=25$

اذن $5>3\sqrt{2}$ ومنه $3\sqrt{2}-5\in\mathbb{R}^-$

3) $\sqrt{43-30\sqrt{2}}=\sqrt{(3\sqrt{2}-5)^2}=|3\sqrt{2}-5|$

$=-(3\sqrt{2}-5)$ لأن : $3\sqrt{2}-5\in\mathbb{R}^-$

وبالتالي: $\sqrt{43-30\sqrt{2}}=-3\sqrt{2}+5$

تمرين26:

1) قارن العددين: $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$

2) أنشر $(3\sqrt{3}-2\sqrt{7})^2$

3) نضع : $A=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$ بسط A

4) اذا علمت أن : $1,7<\sqrt{3}<1,8$ وأن : $2,6<\sqrt{7}<2,7$

اعط تقريبا للعدد A الى $0,5$ بتفريط وافراط

الجواب

1) مقارنة العددين: $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$

لمقارنة العددين نقارن مربعيهما : $(3\sqrt{3})^2=27$ و $(2\sqrt{7})^2=28$

اذن $(2\sqrt{7})^2>(3\sqrt{3})^2$ ومنه $2\sqrt{7}>3\sqrt{3}$

2) $(3\sqrt{3}-2\sqrt{7})^2=(3\sqrt{3})^2-2\times3\sqrt{3}\times2\sqrt{7}+(2\sqrt{7})^2$

$(3\sqrt{3}-2\sqrt{7})^2=27-12\sqrt{21}+28=55-12\sqrt{21}$

3) نضع : $A=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$

يعني : $A=\sqrt{(3\sqrt{3}-2\sqrt{7})^2}$ يعني : $A=|3\sqrt{3}-2\sqrt{7}|$

ومنه : $A=3\sqrt{3}-2\sqrt{7}$ لأن : $3\sqrt{3}-2\sqrt{7}>0$ $(2\sqrt{7}>3\sqrt{3})$

4) لدينا $1,7<\sqrt{3}<1,8$ اذن : $5,1<3\sqrt{3}<5,4$

ومنه : $-5,4<-3\sqrt{3}<-5,1$

ولدينا $2,6<\sqrt{7}<2,7$ اذن : $5,2<2\sqrt{7}<5,4$

ومنه : $5,2-5,4<2\sqrt{7}-3\sqrt{3}<5,4-5,1$

يعني : $-0,2<A<0,3$

لدينا $0,3-(-0,2)=0,5$

اذن : $0,3$ هي قيمة مقربة للعدد A الى $0,5$ بافراط

و $-0,2$ هي قيمة مقربة للعدد A الى $0,5$ بتفريط

تمرين27: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : 1) $|x-1|=5$

2) $|x+2|=-1$ 3) $|2x+1|=|x-3|$

الجواب:(1) $|x-1|=5$ يعني $x-1=5$ أو $x-1=-5$

يعني $x=6$ أو $x=-4$ اذن : $S=\{-4;6\}$

2) المعادلة : $|x+2|=-1$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ لأن القيمة المطلقة دائما موجبة اذن : $S=\varnothing$

3) $|2x+1|=|x-3|$ يعني $2x+1=x-3$ أو $2x+1=-(x-3)$

يعني $x=-4$ أو $2x+1=-x+3$ يعني $x=-4$ أو $x=\frac{2}{3}$

اذن : $S=\left\{-4;\frac{2}{3}\right\}$

تمرين28: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: 1) $|x-1|\le2$

2) $|x+2|\ge3$ 3) $|2x+1|<6$

الجواب:(1) $|x-1|\le2$ يعني $-2\le x-1\le2$ يعني

$-2+1\le x-1+1\le2+1$ يعني $-1\le x\le3$

اذن : $S=[-1;3]$

2) $|x+2|\ge3$ يعني $x+2\ge3$ أو $x+2\le-3$

يعني $x\ge1$ أو $x\le-5$ يعني $x\in[1;+\infty[$ أو $x\in]-\infty;-5]$

اذن : $S=]-\infty;-5]\cup[1;+\infty[$

3) $|2x+1|<6$ يعني $-6<2x+1<6$ يعني $-6-1<2x+1-1<6-1$

يعني $-7<2x<5$ يعني $-7\times\frac{1}{2}<2x\times\frac{1}{2}<5\times\frac{1}{2}$

يعني $\frac{-7}{2}<x<\frac{5}{2}$ اذن : $S=\left]-\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right[$

<u>تمرين29</u>: الى أي مجال ينتمي العدد x في الحالات التالية:

1) $-5<x\le 3$

2) $x<7$ أو $x\ge 10$

3) $x<2$ و $x>1$

4) $|x-2|<1$

5) $|x+1|\ge 2$

6) $1<|x-1|<2$

<u>الجواب:</u> 1) $-5<x\le 3$ يعني $x\in]-5;3]$

2) $x<7$ أو $x\ge 10$ يعني $x\in]-\infty;7[$ أو $x\in[10;+\infty[$

يعني $x\in]-\infty;7[\cup[10;+\infty[$

3) **<u>طريقة1</u>**

$x<2$ و $x>1$ يعني $x\in]-\infty;2[$ و $x\in]1;+\infty[$

يعني $x\in]-\infty;2[\cap]1;+\infty[$

يعني $x\in]1;2[$

<u>طريقة2</u>

$x<2$ و $x>1$ يعني $1<x<2$ يعني $x\in]1;2[$

4) $|x-2|<1$ يعني $-1<x-2<1$ يعني $-1+2<x-2+2<1+2$

يعني $1<x<3$ يعني $x\in]1;3[$

5) $|x+1|\ge 2$ يعني $x+1\ge 2$ أو $x+1\le -2$

يعني $x\ge 1$ أو $x\le -3$ يعني $x\in]-\infty;-3]\cup[1;+\infty[$

6) $1<|x-1|<2$ يعني $\begin{cases}|x-1|<2\\|x-1|>1\end{cases}$

يعني $\begin{cases}-2<x-1<2\\ \text{و}\\ x-1<-1 \text{ أو } x-1>1\end{cases}$ يعني $\begin{cases}-1<x<3\\ \text{و}\\ x<0 \text{ أو } x>2\end{cases}$

يعني $x\in]-1;3[\cap\left(]-\infty;0[\cup]2;+\infty[\right)$

يعني $x\in]-1;0[\cup]2;3[$

<u>تمرين 30</u>: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث: $x\ge\frac{1}{2}$ و $y\le 1$

و $x-y=3$.

1. أحسب قيمة العدد E حيث: $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$
2. بين أن: $\frac{1}{2}\le x\le 4$ و أن $-\frac{5}{2}\le y\le 1$
3. أحسب قيمة العدد F حيث: $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

<u>الجواب:</u> 1) $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}=|2x-1|+|2y-2|$

لدينا $x\ge\frac{1}{2}$ يعني $2x\ge 1$ يعني $2x-1\ge 0$

ولدينا $y\le 1$ يعني $2y\le 2$ يعني $2y-2\le 0$

ومنه : $E=|2x-1|+|2y-2|=2x-1-(2y-2)$

$E=2x-2y+1=2(x-y)+1$ ونعلم أن : $x-y=3$

ومنه : $E=2\times 3+1=7$

2)- نبين أن: $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

نعلم أن : $x-y=3$ اذن : $x=y+3$

ولدينا $x\ge\frac{1}{2}$ اذن : $y+3\ge\frac{1}{2}$ اذن : $y\ge\frac{1}{2}-3$

اذن : $y\ge\frac{-5}{2}$ وبما أن $y\le 1$ فان : $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

- نبين أن: $\frac{1}{2}\le x\le 4$

نعلم أن : $x-y=3$ اذن : $y=x-3$

ووجنا سابقا أن : $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

اذن : $-\frac{5}{2}\le x-3\le 1$ يعني $-\frac{5}{2}+3\le x-3+3\le 1+3$

ومنه : $\frac{1}{2}\le x\le 4$

3) حساب قيمة العدد F حيث: $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

نبحث عن اشارة $x+y-5$

ووجنا سابقا أن : $-\frac{5}{2}\le y\le 1$ و أن $\frac{1}{2}\le x\le 4$

اذن : $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\le x+y\le 1+4$ يعني $-2\le x+y\le 5$

يعني $-2-5\le x+y-5\le 5-5$ يعني $-7\le x+y-5\le 0$

أي أن : $x+y-5$ سالب

نبحث عن اشارة $x+y+2$

وجنا سابقا أن : $-2\le x+y\le 5$

يعني $-2+2\le x+y+2\le 5+2$ يعني $0\le x+y+2\le 7$

أي أن : $x+y+2$ موجب

اذن : $F=|x+y-5|+|x+y+2|=-(x+y-5)+x+y+2$

اذن : $F=-x-y+5+x+y+2=-x-y+5+x+y+2=7$

<u>تمرين 31</u> : ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a\ge -2$ و $b\le -1$

و $a-b=6$.

1) أحسب قيمة العدد A حيث: $A=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(b+1)^2}$

2) بين أن: $a\le 5$ و أن $b\ge -8$

3) أحسب قيمة العدد F حيث: $B=|a+b-4|+|a+b+10|$

<u>الجواب:</u> 1) $a\ge -2$ يعني $a+2\ge 0$

$b\le -1$ يعني $b+1\le 0$

ولدينا $A=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(b+1)^2}=|a+2|+|b+1|$

$A=a+2-(b+1)=a-b+1=6+1=7$

4) - نبين أن: $a\le 5$

نعلم أن : $b\le -1$ و $a-b=6$ يعني $a-6=b$ و $b\le -1$

يعني $a-6\le -1$ يعني $a\le 5$

- نبين أن: $b\ge -8$

نعلم أن : $a\ge -2$ و $a-b=6$ يعني $b+6\ge -2$

يعني $b\ge -2-6$ يعني $b\ge -8$

3) لدينا $-2\le a\le 5$ و $-8\le b\le -1$

اذن : $-10\le a+b\le 4$

يعني $-14 \le a+b-4 \le 0$ و $0 \le a+b+10 \le 14$

اذن : $|a+b-4| = -(a+b-4) = -a-b+4$

و $|a+b+10| = a+b+10$

ولدينا $B = |a+b-4| + |a+b+10|$

اذن : $B = |a+b-4| + |a+b+10| = -a-b+4+a+b+10$

اذن : $B = 14$

تمرين32: نعلم أن $\sqrt{7} \;=\; \mathbf{2,6457513110} \ldots\ldots\ldots$

1. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط.
2. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بإفراط.
3. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 5×10^{-4} بتفريط.

الجواب: من التأطير $2,645 \le \sqrt{7} \le 2,646$

1. العدد $2,645$ قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط.
2. العدد $2,646$ قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بإفراط.
3. العدد $2,6455$ قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 5×10^{-4} بتفريط.

تمرين33: لدينا $(\pi \simeq 3.1415926.....)$

حدد قيمة مقربة للعدد π بالدقة 10^{-2} بتفريط و بإفراط

الجواب: $3.14 < \sqrt{10} < 3.15$

ولدينا : $3.15-3.14 = 0.01 = 10^{-2}$ اذن

- العدد 3.14 قيمة مقربة للعدد π بالدقة 10^{-3} بتفريط.
- العدد 3.15 قيمة مقربة للعدد π بالدقة 10^{-3} بإفراط.

تمرين34:

أوجد التقريب العشري للعدد $\sqrt{10}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط (استعمل المحسبة).

$\left(\sqrt{10} \simeq 3.16227766\right)$

الجواب: $3.162 < \sqrt{10} < 3.163$

ولدينا : $3.163-3.162 = 0.001 = 10^{-3}$ اذن

- العدد 3.162 قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط.
- العدد 3.163 قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بإفراط.

تمرين35: حدد الجزء الصحيح للعدد $\sqrt{2}$

الجواب: لدينا: $1 \le \sqrt{2} \le 2$ و منه فان $E(\sqrt{2}) = 1$

تمرين36: أوجد التقريب العشري للعدد $\sqrt{3}$ بالدقة 10^{-4} بتفريط (استعمل المحسبة).علما أن : $\left(\sqrt{3} \simeq 1.732050808...\right)$

الجواب: لدينا: $1,732 \le \sqrt{3} \prec 1,733$

أي $(1732)\cdot 10^{-3} \le \sqrt{3} \prec (1732+1)\cdot 10^{-3}$

إذن: $1,732$ هو تقريب عشري للعدد $\sqrt{3}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط.

و $1,733$ هو تقريب عشري للعدد $\sqrt{3}$ بالدقة 10^{-3} بإفراط.

تمرين37: ليكن $a \ge 1$ نضع $A = \sqrt{1+\frac{1}{a}}$

1) بين أن : $a(A+1)(A-1) = 1$

2) بين أن : $2 \le A+1 \le 3$

واستنتج أن : $1+\frac{1}{3a} \le A \le 1+\frac{1}{2a}$

3) بين أن : $1,1$ هي قيمة مقربة للعدد $\sqrt{1,2}$ بالدقة $\frac{1}{30}$

الجواب: لدينا: $a \ge 1$ نضع $A = \sqrt{1+\frac{1}{a}}$

1)نبين أن : $a(A+1)(A-1) = 1$ ؟؟

لدينا $(A+1)(A-1) = A^2 - 1 = \left(\sqrt{1+\frac{1}{a}}\right)^2 - 1$

$(A+1)(A-1) = 1+\frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{a}$

اذن : $(A+1)(A-1) = \frac{1}{a}$

ومنه : $a(A+1)(A-1) = 1$

2)نبين أن : $2 \le A+1 \le 3$

لدينا $a \ge 1 > 0$ اذن : $\frac{1}{a} \ge 0$

ومنه : $\frac{1}{a}+1 \ge 1$ يعني $A \ge 1$ ومنه : $A+1 \ge 2 \quad (1)$

لدينا $a \ge 1$ اذن : $\frac{1}{a} \le 1$ ومنه : $1+\frac{1}{a} \le 2$

ومنه : $A \le \sqrt{2}$ ومنه : $A+1 \le \sqrt{2}+1 \le 3 \quad (2)$

من (1) و (2) : نستنتج أن : $2 \le A+1 \le 3$

الاستنتاج :

لدينا $2 \le A+1 \le 3$ و لدينا $a(A+1)(A-1) = 1$

يعني : $A-1 = \frac{1}{a(A+1)}$

ومن جهة أخرى لدينا : $\frac{1}{3} \le \frac{1}{A+1} \le \frac{1}{2}$

اذن : $\frac{1}{3a} \le \frac{1}{a(A+1)} \le \frac{1}{2a}$ ومنه : $\frac{1}{3a} \le A-1 \le \frac{1}{2a}$

ومنه : $\frac{1}{3a}+1 \le A \le \frac{1}{2a}+1$

3) لدينا $1,2 = 1+0,2 = 1+\frac{1}{5}$

يعني : $A = \sqrt{1,2} = \sqrt{1+\frac{1}{5}}$ يعني : $a = 5$

$\frac{1}{15}+1 \le \sqrt{1,2} \le \frac{1}{10}+1$

$\frac{16}{15} \le \sqrt{1,2} \le \frac{11}{10}$

$\frac{32}{30} \le \sqrt{1,2} \le \frac{33}{30} \qquad \left(\frac{33}{30} = 1,1\right)$

و لدينا $\frac{33}{30} - \frac{32}{30} = \frac{1}{30}$

اذن : $1,1$ هي قيمة مقربة للعدد $\sqrt{1,2}$ بالدقة $\frac{1}{30}$