

## الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

### الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين  
نقول إن  $a$  أصغر من أو يساوي  $b$  و نكتب :  $a \leq b$  إذا كان  $a - b \leq 0$

### الترتيب و العمليات

- لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعدادا حقيقية.
- إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a + c \leq b + c$
  - إذا كان  $a \leq b$  و  $c \leq d$  فإن  $a + c \leq b + d$
  - إذا كان  $a \leq b$  و  $c \geq 0$  فإن  $ac \leq bc$
  - إذا كان  $a \leq b$  و  $c \leq 0$  فإن  $ac \geq bc$
  - إذا كان  $ac \leq bc$  و  $c > 0$  فإن  $a \leq b$
  - إذا كان  $ac \leq bc$  و  $c < 0$  فإن  $a \geq b$
  - إذا كان  $0 \leq a \leq b$  و  $0 \leq c \leq d$  فإن  $ac \leq bd$

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين.

- $0 < a \leq b$  تعني  $0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$
- $a \leq b < 0$  تعني  $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a} < 0$

### القيمة المطلقة

على محور منظم ،  $x$  هو أفصول نقطة  $M$   
القيمة المطلقة لـ  $x$  هي المسافة الفاصلة بين أصل المعلم و النقطة  $M$  و يرمز لها بـ :  $|x|$   
و لدينا :  $OM = |x|$  حيث  $O$  هو أصل المعلم

### المسافة بين عددين حقيقيين

إذا كان  $a$  و  $b$  على التوالي أفصولي نقطتين  $A$  و  $B$  على محور منظم ، فإن المسافة بين  $a$  و  $b$  هي المسافة بين  $A$  و  $B$   
و لدينا :  $AB = |b - a|$

### خاصيات القيمة المطلقة

|                                        |                                                                 |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| ليكن $x$ و $y$ عددين حقيقيين ، لدينا : |                                                                 |
| $ x + y  \leq  x  +  y $               | $ x - y  =  y - x $                                             |
| $ x - y  \geq  x  -  y $               | $ xy  =  x   y $                                                |
| $ x  =  y $ تعني $x = y$ أو $x = -y$   | $(y \neq 0) \quad \left  \frac{x}{y} \right  = \frac{ x }{ y }$ |

### المجالات

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث  $a \leq b$

| الترميز               | مجموعة الأعداد الحقيقية $x$ التي تحقق |
|-----------------------|---------------------------------------|
| $[a, b]$              | $a \leq x \leq b$                     |
| $[a, b[$              | $a \leq x < b$                        |
| $]a, b]$              | $a < x \leq b$                        |
| $]a, b[$              | $a < x < b$                           |
| $] -\infty, a]$       | $x \leq a$                            |
| $] -\infty, a[$       | $x < a$                               |
| $[b, +\infty[$        | $x \geq b$                            |
| $]b, +\infty[$        | $x > b$                               |
| $] -\infty, +\infty[$ | $x \in \mathbb{R}$                    |

### المجالات و القيمة المطلقة

ليكن  $x \in \mathbb{R}$  و  $r > 0$

| الكتابة باستعمال المجالات                      | الكتابة باستعمال القيمة المطلقة |
|------------------------------------------------|---------------------------------|
| $x \in [-r, r]$                                | $ x  \leq r$                    |
| $x \in ]-\infty, -r] \cup [r, +\infty[$        | $ x  \geq r$                    |
| $x \in [a - r, a + r]$                         | $ x - a  \leq r$                |
| $x \in ]-\infty, a - r] \cup [a + r, +\infty[$ | $ x - a  \geq r$                |
| $x \in ]-r, r[$                                | $ x  < r$                       |
| $x \in ]-\infty, -r[ \cup ]r, +\infty[$        | $ x  > r$                       |
| $x \in ]a - r, a + r[$                         | $ x - a  < r$                   |

$$x \in ]-\infty, a-r[ \cup ]a+r, +\infty[ \quad |x-a| > r$$

### التأطير

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث  $a < b$   
كل متفاوتة من المتفاوتات المزدوجة :  
 $a < x < b$  و  $a < x \leq b$  و  $a \leq x < b$  و  $a \leq x \leq b$  تسمى تأطيرا للعدد  $x$  سعته  $b-a$

### التأطير و العمليات

إذا كان  $a \leq x \leq b$  و  $c \leq y \leq d$  تأطيرين للعددين  $x$  و  $y$  على التوالي.  
فإن  $\begin{cases} a+c \leq x+y \leq b+d \\ a-d \leq x-y \leq b-c \end{cases}$  تأطيران للعددين  $x+y$  و  $x-y$ .

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعدادا حقيقية موجبة .  
إذا كان  $a \leq x \leq b$  و  $c \leq y \leq d$  تأطيرين للعددين  $x$  و  $y$  على التوالي  
فإن  $ac \leq xy \leq bd$  هو تأطير للعدد  $xy$

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعدادا حقيقية موجبة قطعاً .  
إذا كان  $a \leq x \leq b$  و  $c \leq y \leq d$  تأطيرين للعددين  $x$  و  $y$  على التوالي  
فإن :  $\frac{1}{d} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{c}$  و  $\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{b}{c}$  هما تأطيران للعددين  $\frac{1}{y}$  و  $\frac{x}{y}$

### التقريبات

ليكن  $a < x < b$  أو  $a < x \leq b$  أو  $a \leq x < b$  أو  $a \leq x \leq b$  تأطيرا للعدد  $x$  سعته  $b-a$   
العدد  $a$  يسمى تقريبا للعدد  $x$  إلى  $b-a$  بتفريط  
العدد  $b$  يسمى تقريبا للعدد  $x$  إلى  $b-a$  بإفراط

### قيمة مقربة

ليكن  $x$  عددا حقيقيا و  $r$  عددا حقيقيا موجبا قطعاً.  
كل عدد حقيقي  $a$  يحقق إحدى العلاقتين  $|x-a| \leq r$  أو  $|x-a| < r$  يسمى قيمة مقربة للعدد  $x$  بالدقة  $r$

### التقريبات العشرية

ليكن  $x$  عددا حقيقيا بحيث :  $N \times 10^{-p} \leq x < (N+1) \times 10^{-p}$  ( مع  $p \in \mathbb{N}$  و  $N \in \mathbb{Z}$  )  
العدد  $N \times 10^{-p}$  يسمى التقريب العشري للعدد  $x$  إلى  $10^{-p}$  بتفريط  
العدد  $(N+1) \times 10^{-p}$  يسمى التقريب العشري للعدد  $x$  إلى  $10^{-p}$  بإفراط