

فرض منزلي رقم 1

1) لتكن a, b, c أعداد حقيقية موجبة مع $a < b < c$ وبحيث $2b = a + c$ بين أن

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{c}}$$

2) لتكن a, b, c أعداد حقيقية غير منعدمة و

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \text{ بين أن } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

3) لتكن x, y, z ثلاث أعداد غير منعدمة ومختلفة

$$\text{مثنى مثنى وتحقق } x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x} \text{ بين أن}$$

$$|xyz| = 1$$

التمرين الثامن

1) حدد الأعداد الحقيقية x, y, z علما أنها متناسبة

$$\text{مع الأعداد } 2; 5; 8 \text{ وأن } 5x - 4y + 3z = 10,5$$

2) a, b عدنان حقيقيان وبحيث :

$$(a-b)(3a-2b) = 2ab \text{ أحسب } \frac{a+b}{a-b}$$

3) a, b, c, d أعداد حقيقية وبحيث : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ بين

$$\text{أن } \frac{a}{ka+c} = \frac{b}{kb+d} \text{ لكل } k \text{ من } \mathbb{R}^*$$

التمرين التاسع

1) قارن العددين $8\sqrt{3}$ و $6\sqrt{5}$

2) قارن العددين $\sqrt{6} + \sqrt{35}$ و $\sqrt{10} + \sqrt{21}$

3) a, b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً

$$\text{بين أنه إذا كان } a < b \text{ فإن } \frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$$

4) a, b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً وبحيث : $a > b$

$$\text{بين أن } \frac{b}{b+1} < \frac{a}{a+1}$$

التمرين العاشر

1) a, b, c أعداد حقيقية موجبة قطعاً

$$\text{أ. بين أن } a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

ب. استنتج أن $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

ج. بين أن $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

2) a, b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً مع $a \leq b$

$$\text{أ. بين أن } a \leq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq b$$

$$\text{ب. استنتج أن } \frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{a+c} \leq \frac{a+b+c}{2}$$

التمرين الأول

بسط ما يلي :

$$x = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147}$$

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{363} + \sqrt{108} - \sqrt{300} + \frac{2}{\sqrt{12}} - 2\sqrt{\frac{75}{36}}$$

$$z = \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-2} + \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2}$$

التمرين الثاني

اجعل مقامات الأعداد التالية أعداداً صحيحة طبيعية :

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}, \quad \frac{2-\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}}; \quad \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$$

التمرين الثالث

1) أنشر $(1-\sqrt{5})^2$ و $(1+\sqrt{5})^2$

ثم بسط $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

2) نضع $A = \sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}$ أحسب A^2 ثم

استنتج تبسيطاً للعدد A

التمرين الرابع

1) أحسب $(\sqrt{5}-3)^2$; $(\sqrt{5}+3)^2$

2) بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي t يجب تحديده

$$\text{بحيث } (7+3\sqrt{5})(3-\sqrt{5})\sqrt{7-3\sqrt{5}} = t\sqrt{2}$$

التمرين الخامس

نضع $a = \sqrt{12+3\sqrt{7}}$ و $b = \sqrt{12-3\sqrt{7}}$ ونعتبر العددين

$$Y = b - a; \quad X = a + b$$

1) تحقق أن $ab = 9$

2) أحسب X^2 ; Y^2 ثم استنتج تبسيطاً لكل من

العددين X, Y

3) تحقق أن $a = \frac{X-Y}{2}$, $b = \frac{X+Y}{2}$ و استنتج أن

$$b = \frac{\sqrt{42}-\sqrt{6}}{2}; \quad a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{42}}{2}$$

4) بسط العدد $c = (\sqrt{7}-1)(4+\sqrt{7})\sqrt{4-\sqrt{7}}$

التمرين السادس

بسط ما يلي :

$$x = (\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3)(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 3)\sqrt{5+2\sqrt{6}}$$

$$\gamma = \sqrt{6-\sqrt{11}} - \sqrt{6+\sqrt{11}} \quad 2$$

التمرين السابع

ليكن a عدد حقيقي غير منعدم وبحيث : $a + \frac{1}{a} = \sqrt{11}$

$$\text{أحسب } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{ ثم } a^3 + \frac{1}{a^3}$$