

**ملخص وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تاهيلي**

ملخص درس في مجموعة الأعداد والعمليات

III. الجذور المربعة:

تعريف: ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x , العدد الحقيقي الموجب y بحيث $y^2 = x$. و نكتب $\sqrt{x} = y$ و لدينا $\sqrt{x} = y$ يكافئ $x = y^2$ و $y \geq 0$.

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا: $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$; $n \in \mathbb{N}^*$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; b > 0 \text{ و } (\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a \text{ و}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ و } \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}; a > 0$$

إذا كان $x \geq 0$ و $y \geq 0$ فإن $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ يكافئ $x = y$.

خاصية: لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\sqrt{x^2} = |x|$

$|x|$ تقرأ القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x و لدينا: $|x| = x$ إذا كان x موجبا و $|x| = -x$ إذا كان x سالبا

مثال: $|-7| = -(-7) = 7$ و $|5| = 5$

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:
تعريف: ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n \in \mathbb{N}$.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ و } a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n; a^0 = 1$$

خصائص: لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا:

$$(a^n)^m = a^{nm} \text{ و } a^n \times a^m = a^{n+m} \text{ و } a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \text{ و } \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

حالة خاصة: قوى العدد 10:

$$10^{-1} = 0,1 \text{ و } 10^{-2} = 0,01 \text{ و } 10^0 = 1 \text{ و } 10^1 = 10$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,000 \dots 01}_n; n \in \mathbb{N} \text{ و } 10^n = \underbrace{1000 \dots 0}_n; n \in \mathbb{N}$$

الكتابة العلمية: كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل

$$x = a \times 10^p \text{ حيث } p \text{ ينتمي الى } \mathbb{Z} \text{ و } a \text{ عدد عشري بحيث}$$

$$1 \leq a < 10 \text{ هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.}$$

ملحوظة: إذا كان x عددا سالبا فان كتابته العلمية هي $x = -a \times 10^p$

$3,25 \times 10^4$ هي كتابة علمية و 15×10^3 هي كتابة غير علمية

الكتابة العلمية للعدد 17000000 هي $1,7 \times 10^7$

V. متطابقات هامة:

إذا كان a و b و k أعداد حقيقية فان

$$k(a-b) = ka - kb \text{ و } k(a+b) = ka + kb$$

$$(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ و } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \text{ و } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

I. المجموعات $\mathbb{R}, \mathbb{Q}, D, \mathbb{Z}, \mathbb{N}$.

• الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$

• الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ و نكتب: $\mathbb{Z} = \{\dots -3; -2; 0; 1; 2; 3; \dots\}$

• الأعداد العشرية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز D

• الأعداد الجذرية أي الأعداد التي نكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث: $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{N}^*$ تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.

• الأعداد الجذرية واللاجزرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.

أمثلة: استعمال الرموز: $\in; \notin; \subset; \supset$

$$-7 \in \mathbb{Z} \text{ و } -7 \notin \mathbb{N} \text{ و } \frac{2}{3} \in \mathbb{Q} \text{ و } \frac{2}{3} \notin D \text{ و } \sqrt{2} \in \mathbb{R} \text{ و } \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

• كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

• ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة D ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $D \not\subset \mathbb{Z}$.

لأي هناك عناصر من D لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$. كذلك: كل عنصر من D هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $D \subset \mathbb{Q}$

و كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

لدينا اذن: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset D \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (تذكير)

a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd \neq 0$

$$a+b = b+a \text{ و } a+(b+c) = (a+b)+c = a+b+c$$

$$a+0 = 0+a = a \text{ و } (-a)+a = a+(-a) = 0$$

$$a(bc) = (ab)c = (ac)b = abc \text{ و } a \times b = b \times a = ab = ba$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \text{ و } a \neq 0; a \times \frac{1}{a} = 1 \text{ و } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$k \times \frac{a}{b} = \frac{ak}{b} \text{ و } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ و } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}; bc \neq 0 \text{ و } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$-a$ يسمى مقابل a ولدينا $a-b = a+(-b)$ و $-(a-b) = -a+b$

$\frac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a \neq 0$ و العدد $\frac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}^*$

يسمى خارج العدد a على b و لدينا $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

a و b و c و d أعداد حقيقية حيث $bd \neq 0$ (تعني $b \neq 0$ و $d \neq 0$).

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \text{ يكافئ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ و } a = bc \text{ يكافئ } \frac{a}{b} = c$$

$$\frac{a}{b} = 0 \text{ يكافئ } a = 0$$