

I. المجموعات $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{D}, \mathbb{R}$

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$
- الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ و نكتب: $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; 0; 1; 2; 3; \dots\}$
- الأعداد العشرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث: $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$ تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{D}$

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^n} / a \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{N} \right\}$$

- الأعداد الجذرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث: $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{N}^*$ تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{N}^* \right\}$$

- الأعداد الجذرية و اللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.

أمثلة : استعمال الرموز: $\in; \subset; \not\subset$

- العدد 7- هو عنصر من $\mathbb{Z}$ نكتب $7- \in \mathbb{Z}$ نقرا: "7- ينتمي الى $\mathbb{Z}$ " في حين 7- لا ينتمي الى $\mathbb{N}$ و نكتب $7- \notin \mathbb{N}$
- لدينا $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ و $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$ و ذلك لأنه لا يمكن كتابة $\frac{2}{3}$ على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$.

- $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ لكن $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ لأنه لا يمكن إيجاد عددين صحيحين a و b بحيث $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ و b غير منعدم.

كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي، نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي، نقول ان المجموعة $\mathbb{D}$ ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{D} \not\subset \mathbb{Z}$.

لاي هناك عناصر من $\mathbb{D}$ لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$. كذلك: كل عنصر من $\mathbb{D}$ هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

و كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ لدينا اذن: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

تمرين : حدد طبيعة كل عدد من الأعداد التالية: $3 + \sqrt{2}$, $\frac{6}{5}$, $-\frac{\sqrt{100}}{5}$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (تذكير)

1- الجمع في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

$$(-a) + a = a + (-a) = 0 \text{ و } a + 0 = 0 + a = a \text{ و } a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c \text{ و } a + b = b + a$$

2- الفرق في $\mathbb{R}$: $-a$ يسمى مقابل a و لدينا $a - b = a + (-b)$ و $-(a - b) = -a + b$

انتبه: إذا كان $\begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}$ فان: $a + c = b + d$ و العكس غير صحيح: مثال مضاد: $3 + 9 = 7 + 5$ لكن $3 \neq 7$ و $3 \neq 5$.

3- الضرب في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

$$a \neq 0; a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = \frac{a}{a} = 1 \text{ و } a(bc) = (ab)c = (ac)b = abc \text{ و } a \times b = b \times a = ab = ba$$

4- العمليات على الكسور: a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd \neq 0$

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{1} = \frac{ac}{bc}; \begin{cases} c \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \text{ و } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ و } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} \text{ و } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \text{ و } \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{1} = \frac{ac}{bc}$$

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}; bc \neq 0 \text{ و } \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \text{ و } k \times \frac{a}{b} = \frac{ak}{b}$$

** $\frac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a \neq 0$ و يجب عدم الخلط بين المقلوب و المقابل.

** العدد $\frac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}^*$ يسمى خارج العدد a على b . $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

انتبه: إذا كان: $\begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}$ فان: $ac = bd$

العكس غير صحيح: مثال مضاد: $3 \times 4 = 2 \times 6$ لكن $3 \neq 2$ و $4 \neq 6$.

$$a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ أعداد حقيقية حيث } bd \neq 0 \text{ (تعني } b \neq 0 \text{ و } d \neq 0 \text{)}. \frac{a}{b} = c \text{ يكافئ } a = bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ يكافئ } ad = bc \text{ و } \frac{a}{b} = 1 \text{ يكافئ } a = b \text{ و } \frac{a}{b} = 0 \text{ يكافئ } a = 0$$

مثال مضاد: $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ لكن $8 \neq 4$ و $6 \neq 3$.

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فهذا لا يعني أن $a = c$ و $b = d$.

**** تمرين تطبيقي : (04 - س)**

III. الجذور المربعة:

تعريف: ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x , العدد الحقيقي الموجب y . بحيث $x = y^2$. و نكتب $\sqrt{x} = y$. و لدينا $\sqrt{x} = y$ يكافئ $x = y^2$ و $y \geq 0$.

أمثلة: $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{(-7)^2} = 7$; $\sqrt{(ab)^2} = ab$ إذا كان $ab > 0$

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ و } \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}; a > 0 \text{ و } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}; b > 0 \text{ و } (\sqrt{a})^2 = a^2 = a \text{ و } (\sqrt{a})^n = a^n; n \in \mathbb{N}^*$$

إذا كان $x \geq 0$ و $y \geq 0$ فإن $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ يكافئ $x = y$. و لدينا $\sqrt{x} = 0$ إذا و فقط إذا كان $x = 0$.

انتبه: $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

مثال مضاد: $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ و $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$ إذن $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

خاصية: لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\sqrt{x^2} = |x|$

$|x|$ نقرأ القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x و لدينا: $|x| = x$ إذا كان x موجبا و $|x| = -x$ إذا كان x سالبا

مثال: $|5| = 5$ و $|-7| = -(-7) = 7$

**** تمرين تطبيقي : (05 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

تعريف: ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n \in \mathbb{N}$.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \underbrace{\frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \dots \times \frac{1}{a}}_{n \text{ مقلوب}} \text{ و } a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ مقلوب}} \text{ و } a^1 = a; a^0 = 1$$

V. العمليات على القوى:

خصائص: لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا: $a^n \times a^m = a^{n+m}$ و $a^n \times b^n = (ab)^n$ و $a^n \times a^m = a^{n+m}$ و $(a^n)^m = a^{nm} = (a^m)^n$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = \frac{1}{a^{m-n}} \text{ و } \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

حالة خاصة: قوى العدد 10: $10^1 = 10$ و $10^0 = 1$ و $10^{-1} = 0,1$ و $10^{-2} = 0,01$ و $10^n = \underbrace{1000 \dots 0}_n; n \in \mathbb{N}$

$$10^{-n} = \underbrace{0,000 \dots 01}_n; n \in \mathbb{N}$$

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

**** الكتابة العلمية:** كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل $x = a \times 10^p$ حيث p ينتمي إلى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1 \leq a < 10$. هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: إذا كان x عددا سالبا فإن كتابته العلمية هي $x = -a \times 10^p$

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**

VI. متطابقات هامة - النشر و التعميل القوى:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ و } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ لدينا: } \mathbb{R} \text{ من } a \text{ و } b$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \text{ و } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \text{ و } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

إذا كان a و b و k أعداد حقيقية فإن $k(a+b) = ka + kb$ و $k(a-b) = ka - kb$ و $(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$

ملحوظة: ننشر $(a+b)(a+b)^2$ و $(a-b)(a-b)^2$ و نحصل على المتطابقتين الهامتين التاليتين:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \text{ و } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال: أحسب: $A = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007)$

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (13 - س)**